

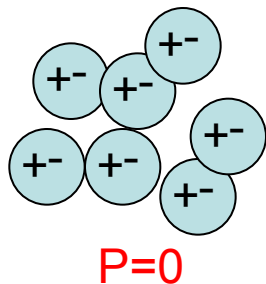
Проводники в переменных полях

ДИЭЛЕКТРИКИ

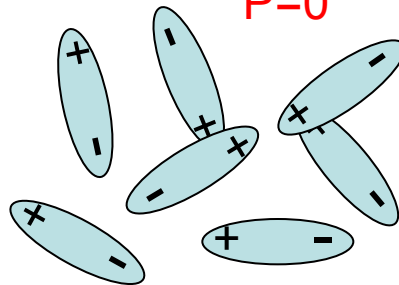
НЕПОЛЯРНЫЕ

ПОЛЯРНЫЕ

$kT_B, E=0$

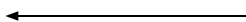


$P=0$



$kT_B, E=0$

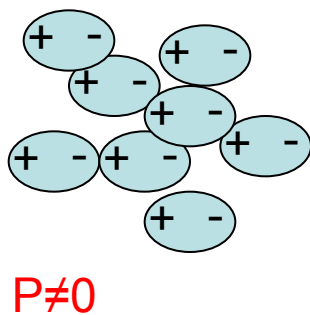
E



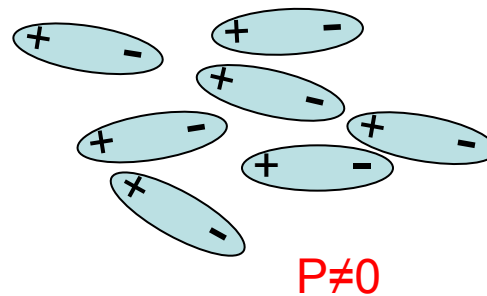
E



$kT_B, E \neq 0$

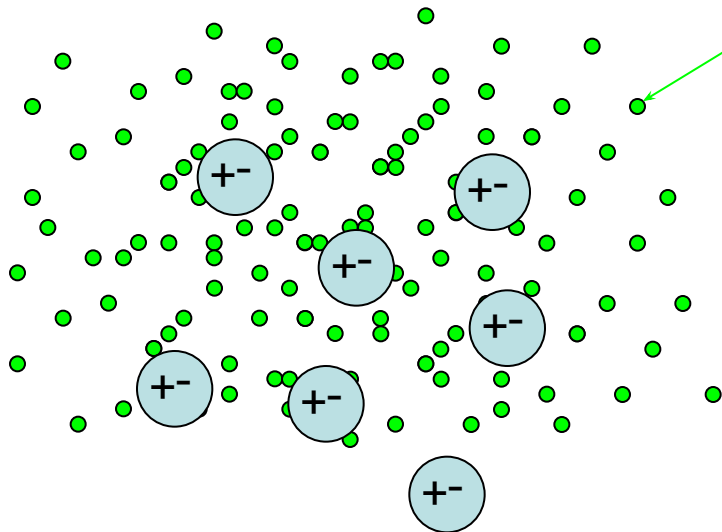


$kT_B, E \neq 0$

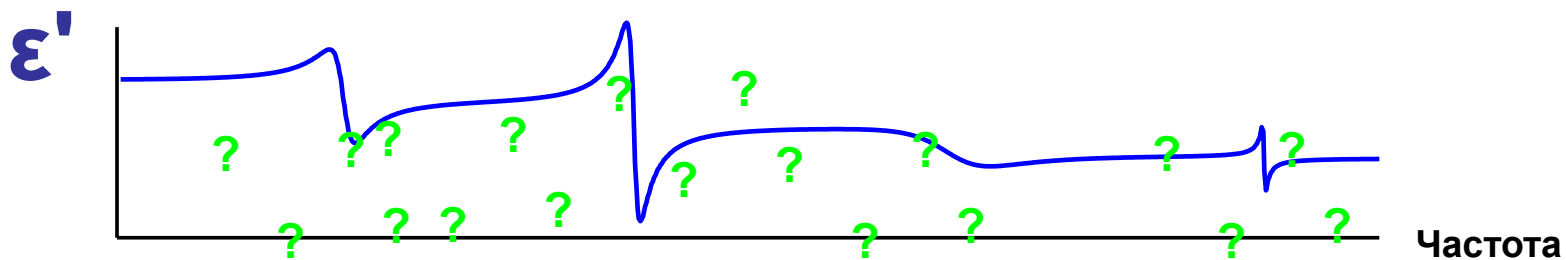
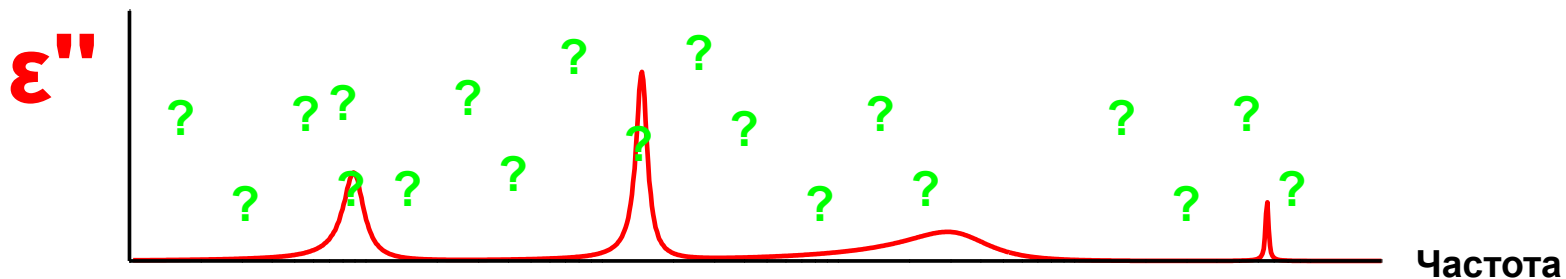
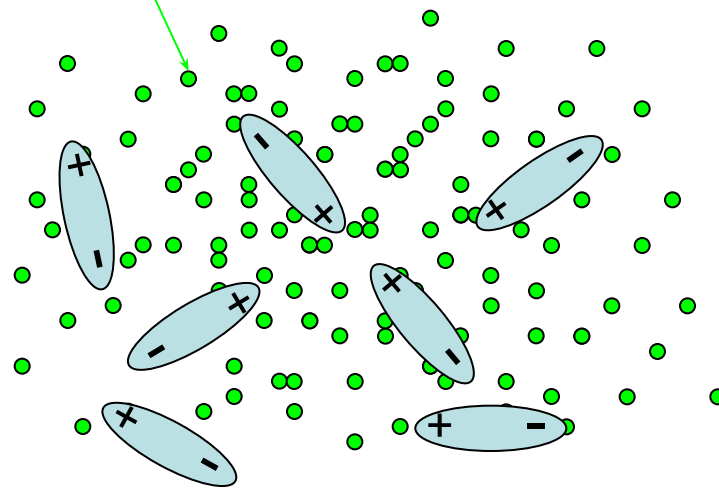


ДИЭЛЕКТРИКИ + СВОБОДНЫЕ ЗАРЯДЫ

НЕПОЛЯРНЫЕ



ПОЛЯРНЫЕ



Проводники в переменных полях

Простейшая модель проводящей среды.

Проводники – **свободные** носители заряда (тока).

Модель среды - проводника:

← пусть - электроны

Предположения:

1. Независимые друг от друга (невзаимодействующие).
2. Классические уравнения движения.
3. «Сила трения» - сопротивление (фононы, магноны, примеси, дефекты, ...).
4. Электронейтральность, устойчивость системы
– положительные, *неподвижные* ионы в кристалле, *подвижные* ионы в плазме.

в диэлектрике было:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \underbrace{k\mathbf{r}}_{\text{Возвращающая сила}} - \eta\dot{\mathbf{r}}_{\text{Сила «трения»}}$$

Сила со стороны внешнего поля

Уравнение движения:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

сила со стороны поля

сила «трения»

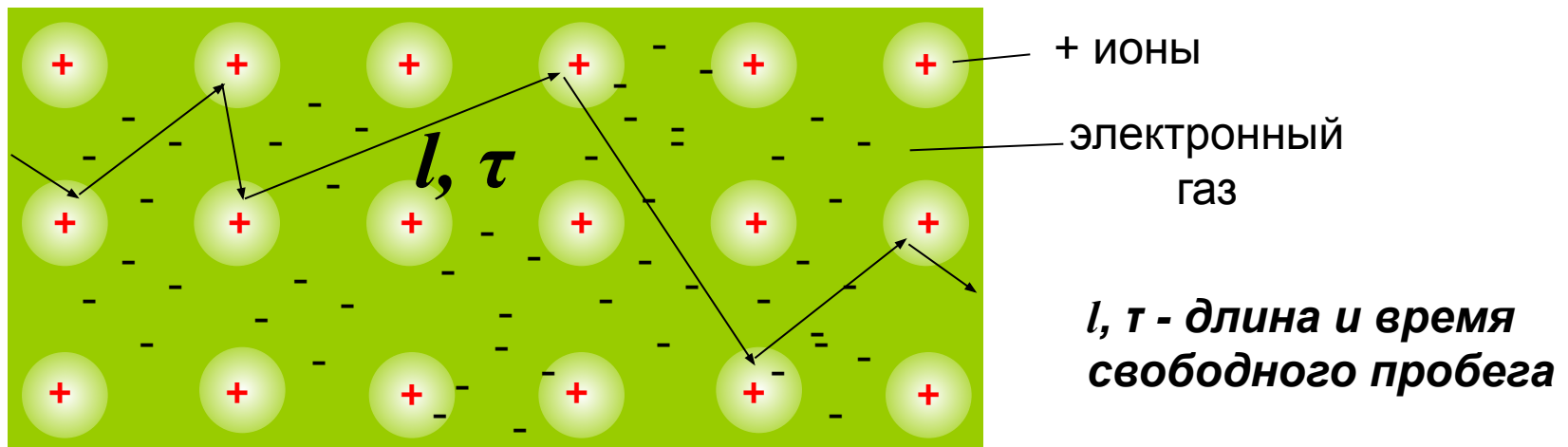
Возвращающей силы нет (как было в диэлектриках)

Модель проводимости Друде 1900 г.

- Электроны – частицы классического газа.
- Электроны движутся **свободно** в решётке ионов.
- Движение – **классические** уравнения движения Ньютона.
- Электроны **не взаимодействуют** между собой.
- Электроны **упругим образом, мгновенно**, сталкиваются с:
решёткой ионов;
примесями;
дефектами и т.д.
- Электроны движутся с некоторой **средней скоростью**.
- Частота столкновений и масса электронов не зависят от их скорости (от энергии).



Пауль Друде
Германия



Диэлектрическая проницаемость проводника.

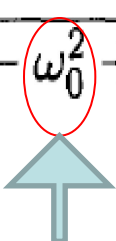
$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

В периодическом поле $\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$

Решение:

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m\omega^2 + i\omega\eta} \mathbf{E}_\omega(t)$$

В диэлектрике было:


$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \mathbf{E}_\omega(t)$$


Диэлектрическая проницаемость проводника.

Поляризуемость:

$$\mathbf{P}_\omega(t) = N e \mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{N e^2}{m \omega^2 + i \omega \eta} \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} = \left(1 - \frac{4\pi N e^2}{m(\omega^2 + i \omega \eta/m)} \right) \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{D}_\omega(t) = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}_\omega(t)$$


$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i \omega \gamma}$$

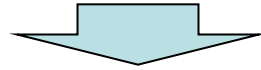
Проводник

Здесь: $\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$ - плазменная частота

$\gamma \equiv \eta / m = 1/\tau$ - частота столкновений (частота релаксации)

Электроны – НЕ связанные

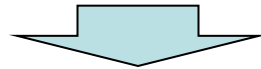
Диэлектрик: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \cancel{\kappa\mathbf{r}} - \eta\dot{\mathbf{r}}$



Металл: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$

Диэлектрик: $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \cancel{\omega_0^2} + i\omega\gamma}$

Лорентциан



Металл: $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}$

Модель проводимости Друде – Лорентциан с нулевой собственной частотой

Диэлектрическая проницаемость проводника.

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}$$

$\epsilon(\omega)$ - **комплексная** величина: столкновения –
переход энергии в тепло – **поглощение (энергия поля поглощается)**

$\epsilon(\omega)$ - адекватна описанию диэлектрика.

В случае проводника – не поляризуемость, а наведённые токи →
динамическая проводимость

Проводимость в переменном поле.

$$\mathbf{j}_\omega(t) = \sigma(\omega)\mathbf{E}_\omega(t) = Ne\dot{\mathbf{r}}_\omega(t) = \underbrace{\frac{Ne^2i\omega}{m(\omega^2 + i\omega\gamma)}}_{\sigma(\omega)}\mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m\omega^2 + i\omega\eta}\mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$

Проводимость в переменном поле.

$$\sigma(\omega) = \frac{Ne^2}{m\gamma(1 - i\omega/\gamma)}$$

Физический смысл величины γ :

При $\omega = 0$: $\sigma(0) = \frac{Ne^2}{\gamma m} \equiv \sigma_0$ - статическая проводимость

Курс общей физики: $\sigma_0 = \frac{Ne^2}{m} \tau \rightarrow \gamma = 1/\tau$

τ – время свободного пробега между соударениями

Вычисление γ или T -

микроскопика.
Типичные величины:

медь

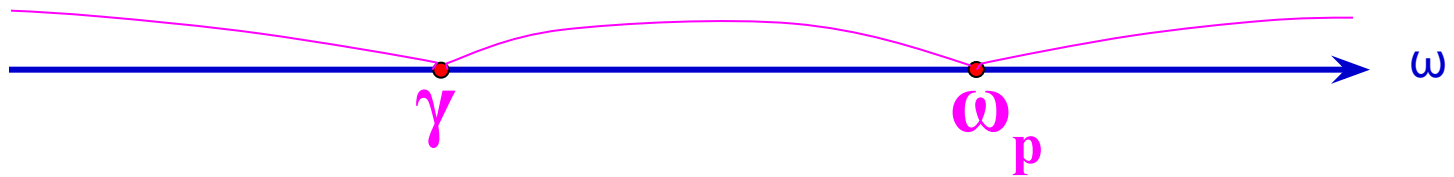
$$\sigma_0 \approx 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1} \text{ (СИ)}$$
$$\approx 10^{18} \text{ Гц (СГСЭ)}$$

$$\tau \approx 10^{-13} \text{ с}; \gamma \approx 10^{13} \text{ Гц !}$$

Оптические свойства проводников

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

«Выделенные» частоты: γ и ω_p . (Обычно $\omega_p \gg \gamma$).



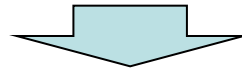
Особые области для проводника:

1) $\omega < \gamma$, 2) $\omega < \gamma < \tilde{\omega}_p$ и 3) $\omega > \tilde{\omega}_p$

$\tilde{\omega}_p = \omega_p / \sqrt{\epsilon_0}$ - «экранированная» плазменная частота
(смена знака $\epsilon'(\omega)$ при $\omega \gg \gamma$)

Комплексный показатель преломления для проводящих сред

$$\tilde{n} = \sqrt{\epsilon(\omega)} = n(\omega) + i\kappa(\omega) \quad \epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$$



Определяет длину волны в проводнике

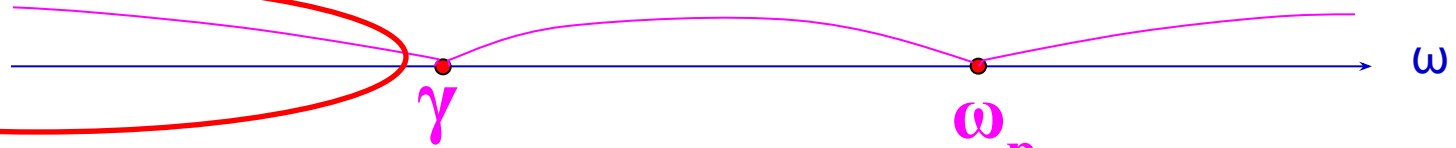
$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon'(\omega)$$

Определяет затухание поля

$$2n\kappa = \epsilon''(\omega).$$

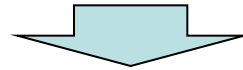
$$\omega \ll \gamma \downarrow$$

Низкие частоты



Далёкий ИК диапазон, субмиллиметры (Терагерцы), СВЧ, радиоволны, ...)

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$



$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2} = \text{const} \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{\omega\gamma} \propto 1/\omega$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 \gamma^2}{\gamma^2 + \nu^2} \quad \epsilon_1 = -\frac{2\sigma_0 \gamma}{\gamma^2 + \nu^2}$$

Полезные формулы

При $\omega \ll \gamma$

$$\sigma_1(0) = \sigma_0 = \frac{v_{pl}^2}{2\gamma} = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2}{2\pi m\gamma} = ne\mu \quad \mu = \frac{e\tau}{m} = \frac{e}{2\pi m\gamma} \quad \text{- подвижность носителей}$$

$$\epsilon'(0) = \epsilon_\infty - \frac{2\sigma_0}{\gamma} = \epsilon_\infty - \frac{v_{pl}^2}{\gamma^2} = \epsilon_\infty - 2 \left(\frac{\sigma_0}{v_{pl}} \right)^2 \quad \omega = 2\pi\nu$$

Низкие частоты $\omega \ll \gamma$

$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{\omega\gamma}.$$

Делим $\epsilon'(\omega)$ на $\epsilon''(\omega)$

$$\left| \frac{n^2 - \kappa^2}{2n\kappa} \right| = \frac{\omega}{\gamma} \ll 1 \text{ т.е.: } n \approx \kappa = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{2\omega\gamma}} = \sqrt{\frac{2\pi N e^2}{m\omega\gamma}} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma_0}{\omega}}$$

Таким образом:

Металл, низкие частоты:

$$\tilde{n} = n + i\kappa \approx \sqrt{\frac{2\pi\sigma_0}{\omega}}(1 + i)$$

Коэффициент отражения – предел Хагена-Рубенса

$$\omega \ll \gamma$$

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + k(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + k(\nu)^2}$$

Металл: $n \approx k \gg 1$

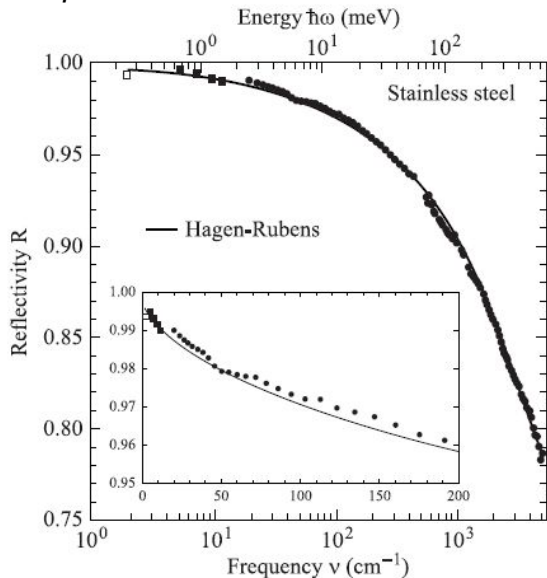
$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}$$

$$n \approx \kappa = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{2\omega\gamma}}$$

$$R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}}$$

- формула Хагена-Рубенса

Эксперимент

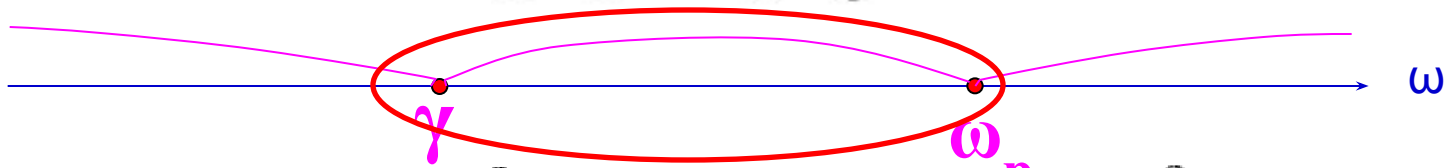


Полезная формула

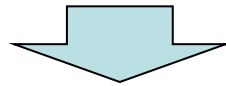
$$R = 1 - \sqrt{\frac{4\nu}{\sigma}} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu[\text{cm}^{-1}]}{30 * \sigma[\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}]}} \rightarrow 100\%$$

Промежуточные частоты

$$\gamma \ll \omega \ll \tilde{\omega}_p$$



$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\chi^2}}, \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\chi^2}}$$



$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Делим $\epsilon''(\omega)$ на $\epsilon'(\omega)$ $\left| \frac{2n\kappa}{n^2 - \kappa^2} \right| = \frac{\gamma}{\omega} \ll 1.$

$$n \ll \kappa \text{ или } n \gg \kappa$$

$$n \ll \kappa$$



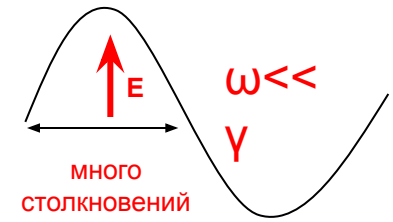
$$\kappa \approx \omega_p / \omega \gg 1$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2$$

← Поле НЕ проникает в проводник (металл)

В случае **НИЗКИХ** частот $\omega \ll \gamma$ было:

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + k(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + k(\nu)^2} \quad n \approx k \gg 1 \quad \text{и} \quad R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} \rightarrow 100\%$$



Поле не проникает в металл из-за высокого поглощения ($\omega \ll \gamma$; $n \cdot k \gg 1$)

Промежуточные частоты

$$\gamma \ll \omega \ll \tilde{\omega}_p$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2 \ll \kappa \approx \omega_p / \omega \gg 1$$

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + \kappa(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + \kappa(\nu)^2} \quad R = 1 - \frac{4n}{\kappa^2} = 1 - \frac{2\gamma}{\omega_p} \rightarrow 100\%$$

$$\kappa \approx \omega_p / \omega$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2$$

Глубина проникновения поля: $L = \frac{\lambda}{2\pi \kappa} \ll \lambda$ $L = \frac{c}{\omega \kappa} = \frac{c}{\omega_p} \equiv r_L$

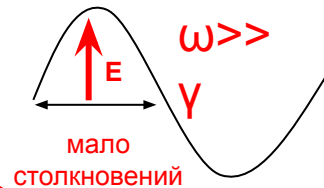


Irving Langmuir
1881-1957
США

Поле не проникает в металл из-за переотражённой волны ($\omega \gg \gamma$)

Лэнгмюровская экранировка (I.Langmuir).

r_L – глубина лэнгмюровской экранировки



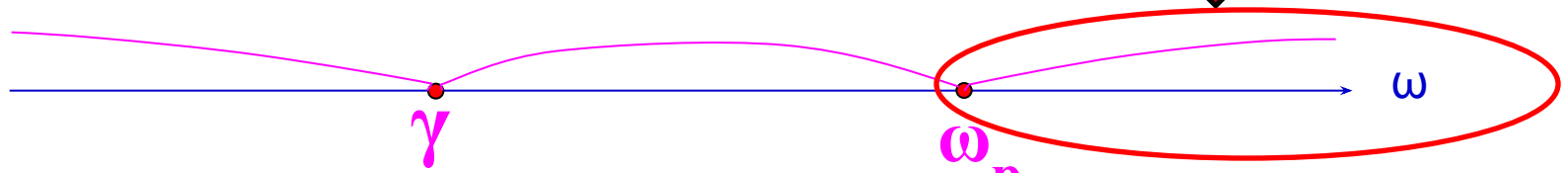
r_L не зависит от частоты

$$r_L \approx 10^{-5} - 10^{-6} \text{ см}$$

Блеск металлов

Высокочастотная область

$$\omega > \tilde{\omega}_p \gg \gamma$$



$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\gamma^2}}$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\gamma^2}}$$

$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2} \right)$$

$$\epsilon''(\omega) = 2n\kappa = \frac{\gamma \omega_p^2}{\omega \omega^2}$$

$\tilde{\omega}_p \equiv \omega_p / \sqrt{\epsilon_0}$ экранированная плазменная частота

Делим $\epsilon''(\omega)$ на $\epsilon'(\omega)$

$$\left| \frac{2n\kappa}{n^2 - \kappa^2} \right| = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \tilde{\omega}_p^2} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \ll \ll 1$$

$$\tilde{n} = n + i\kappa$$

$n \ll \kappa$ или $\kappa \ll n$

$n \gg \kappa$

$n \approx \sqrt{\epsilon_0(1 - \tilde{\omega}_p^2/\omega^2)}$ - **вещественная** величина; поле НЕ затухает!

Высокочастотная область

$$\omega > \tilde{\omega}_p \gg \gamma$$

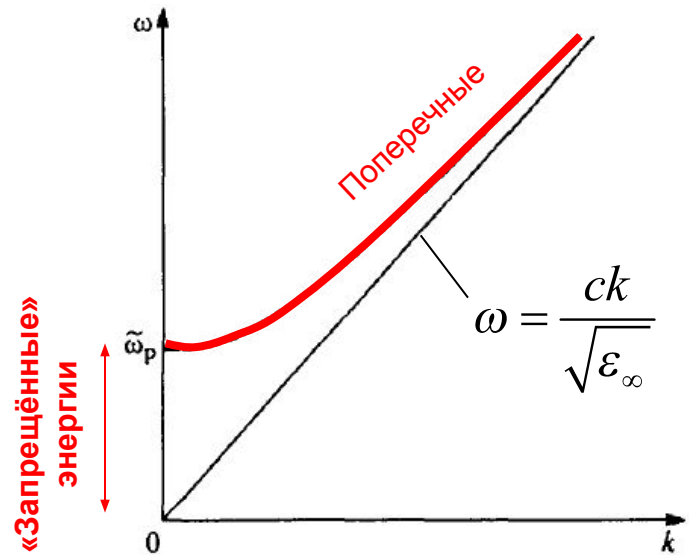
$$n \approx \sqrt{\epsilon_0 \left(1 - \tilde{\omega}_p^2 / \omega^2\right)} - \text{вещественная величина}$$

k – мало, затухания **НЕТ**

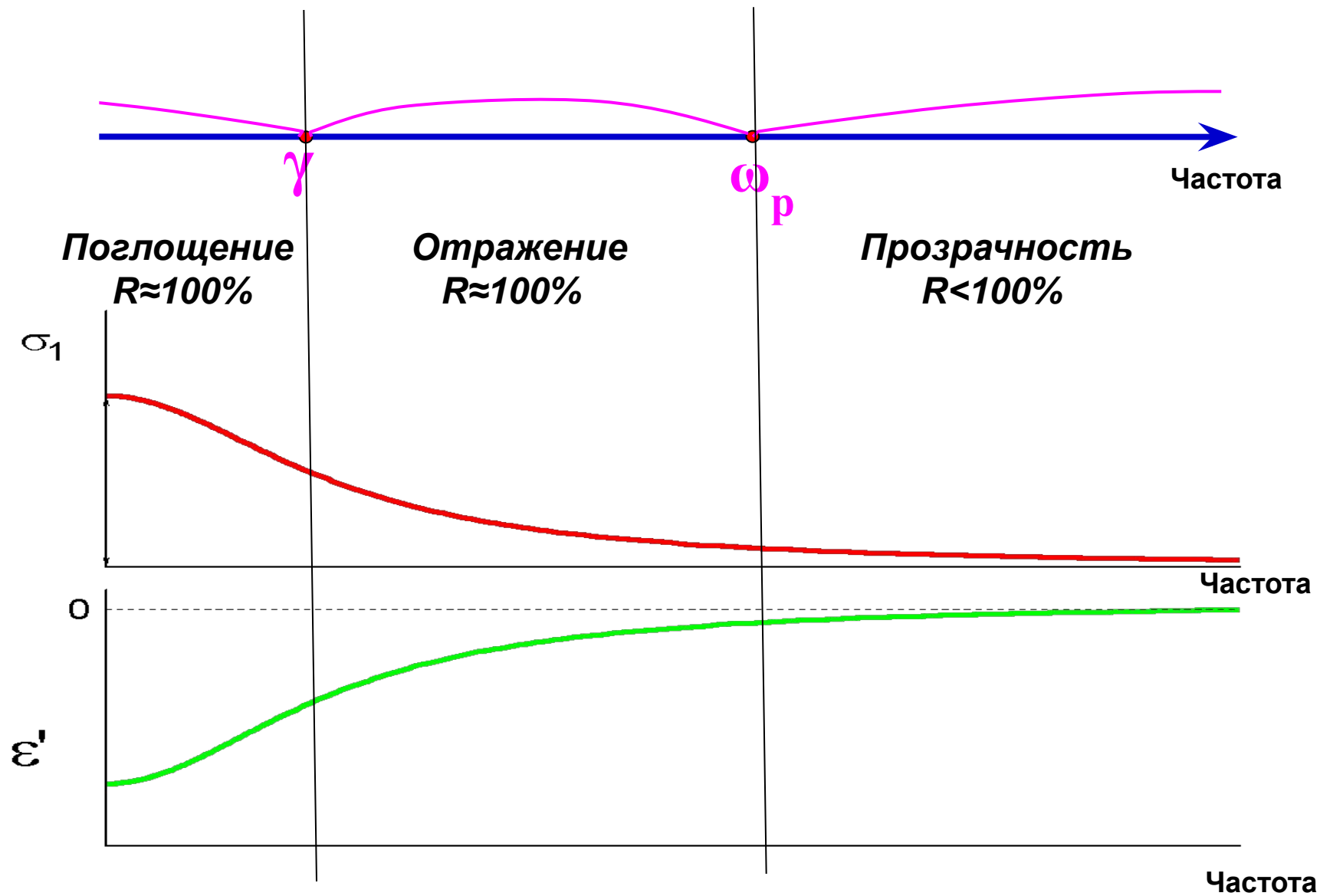
Распространяются нормальные **поперечные** волны.

Закон дисперсии: $k = \frac{\omega}{c} \tilde{n}$ $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}\right)$

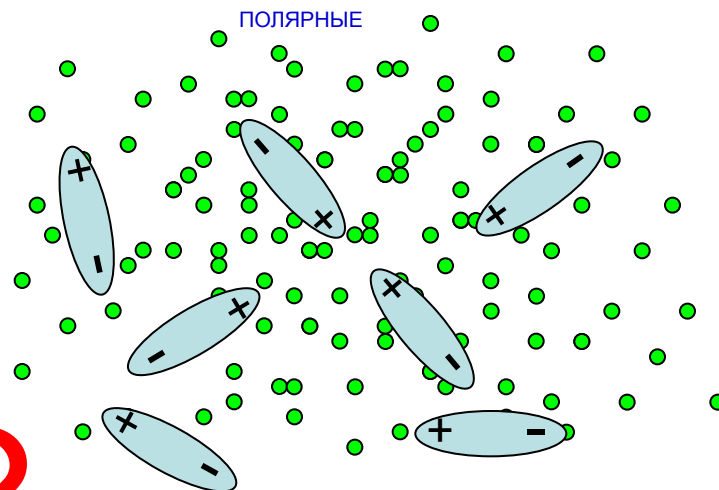
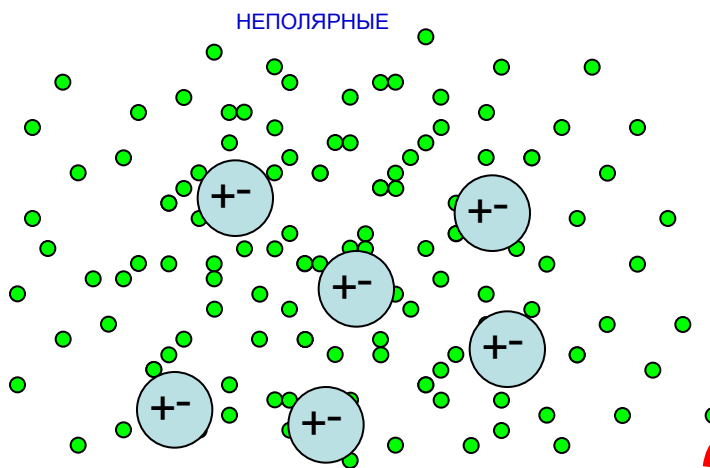
$\omega < \omega_p^{\text{экр.}}$ – металл НЕ прозрачен
 $\omega > \omega_p^{\text{экр.}}$ – металл прозрачен
 (ультрафиолетовая прозрачность металлов)



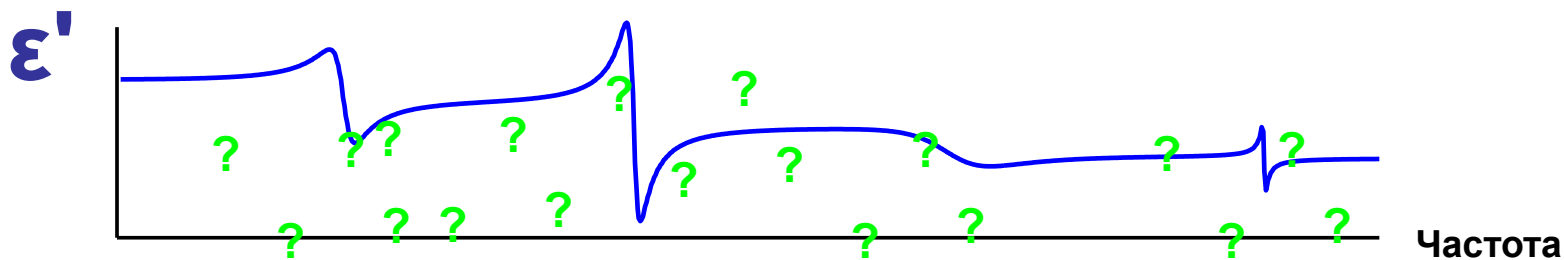
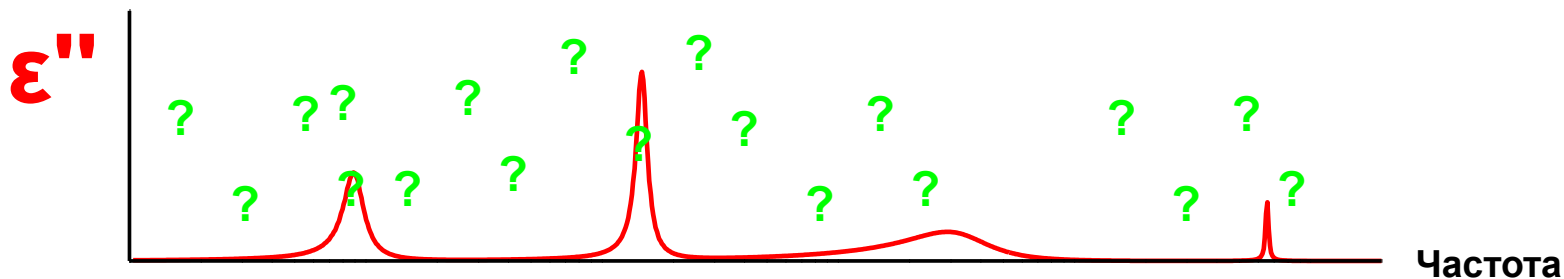
Оптика металла (проводника)



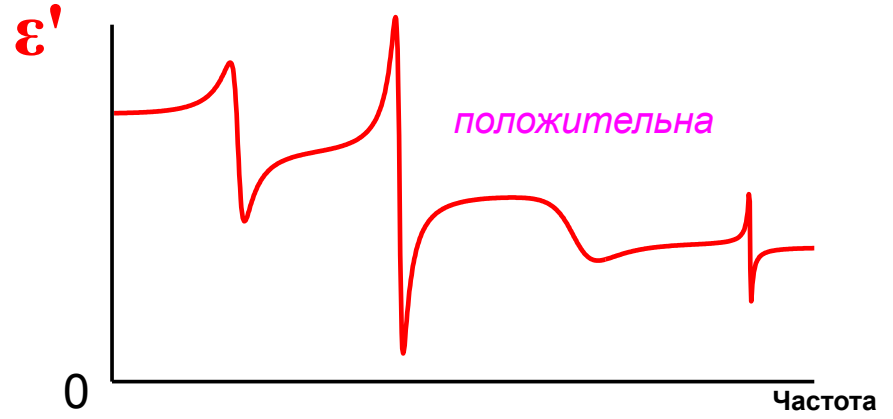
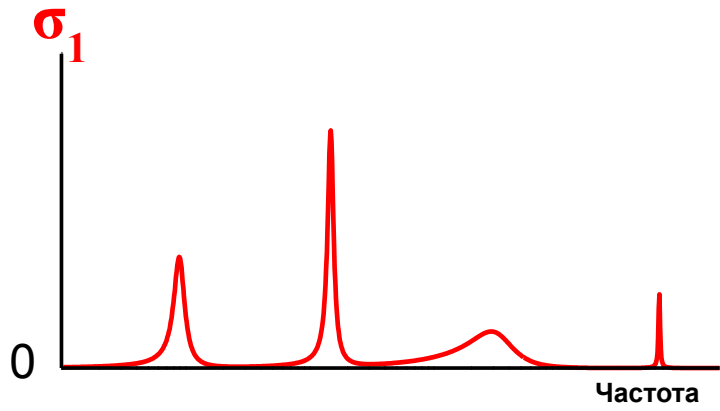
ДИЭЛЕКТРИКИ + СВОБОДНЫЕ ЗАРЯДЫ



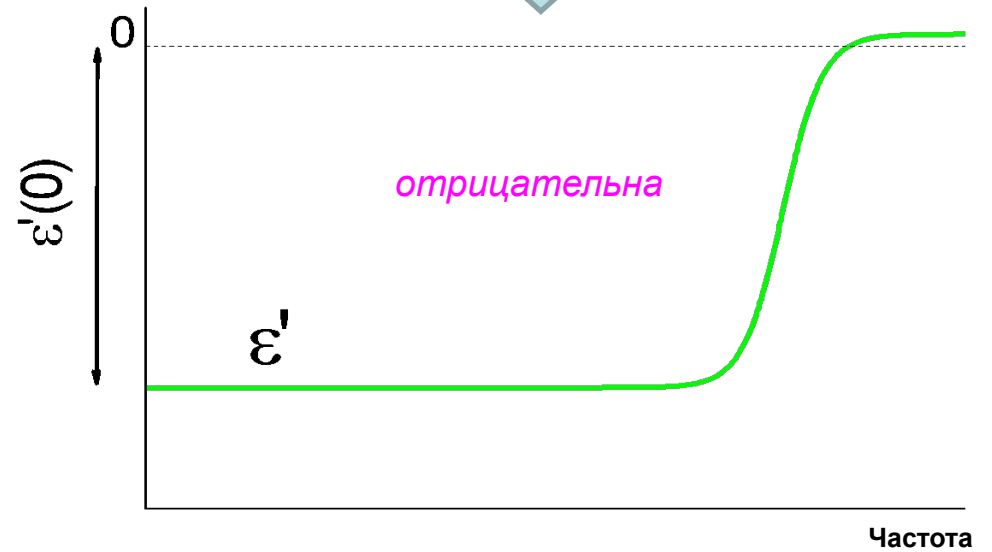
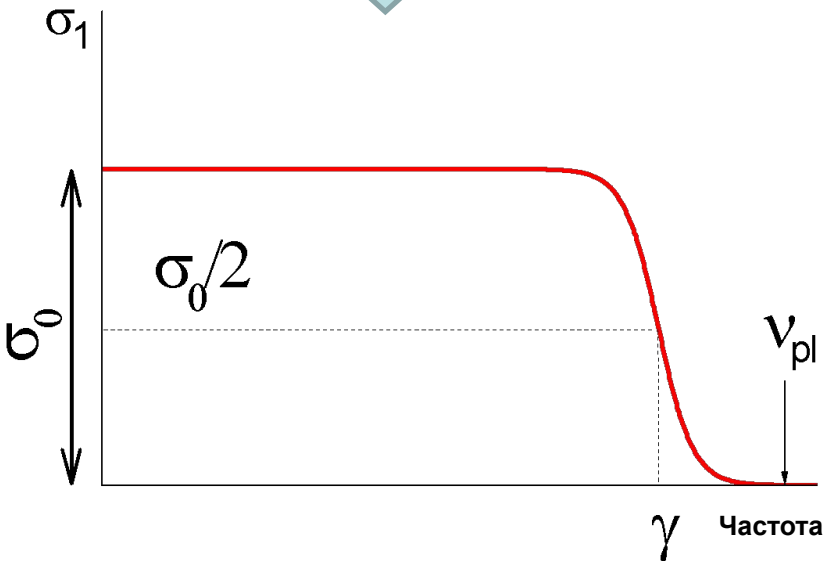
???



Диэлектрик

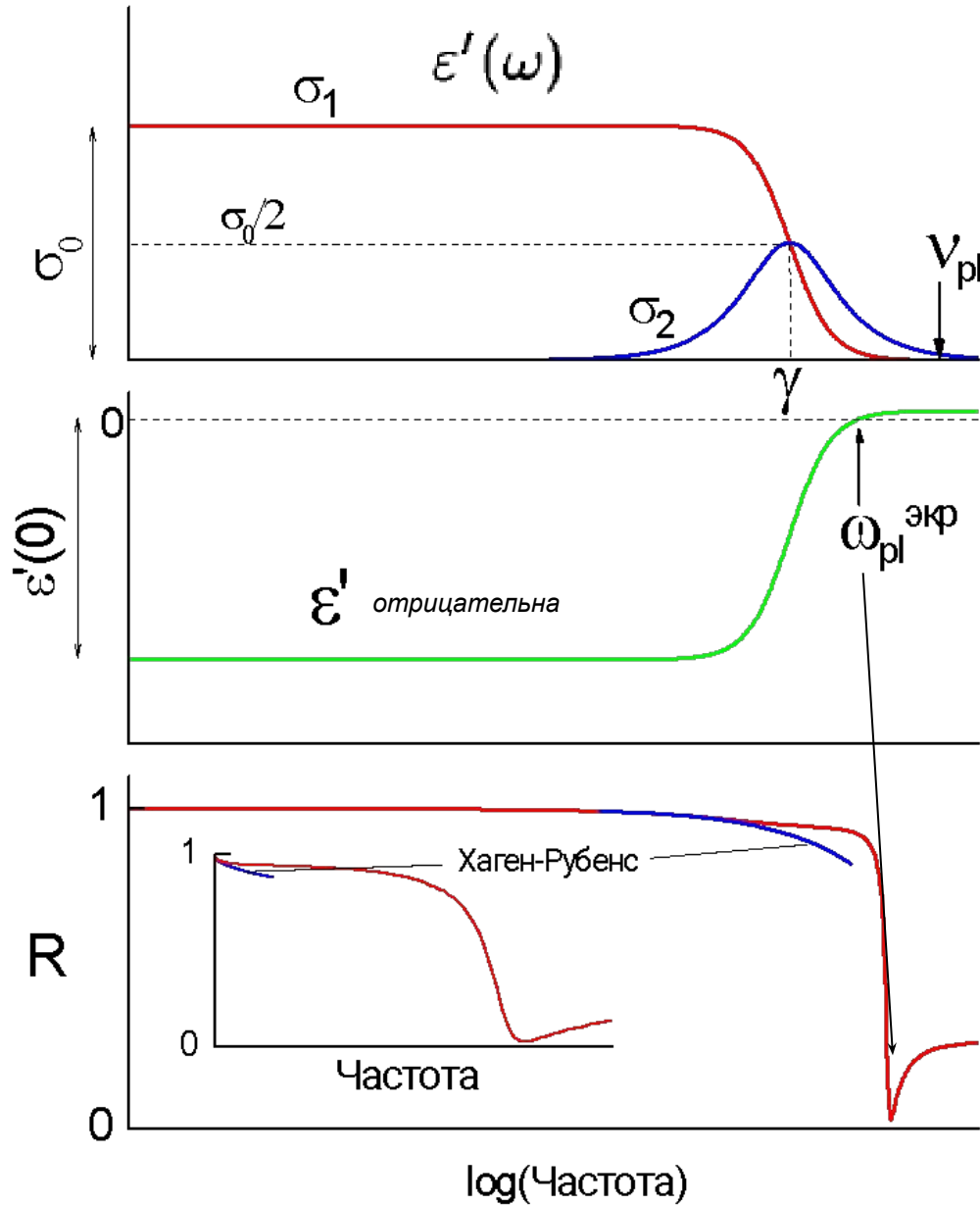


Металл (проводник)



Характерные точки оптических спектров металлов

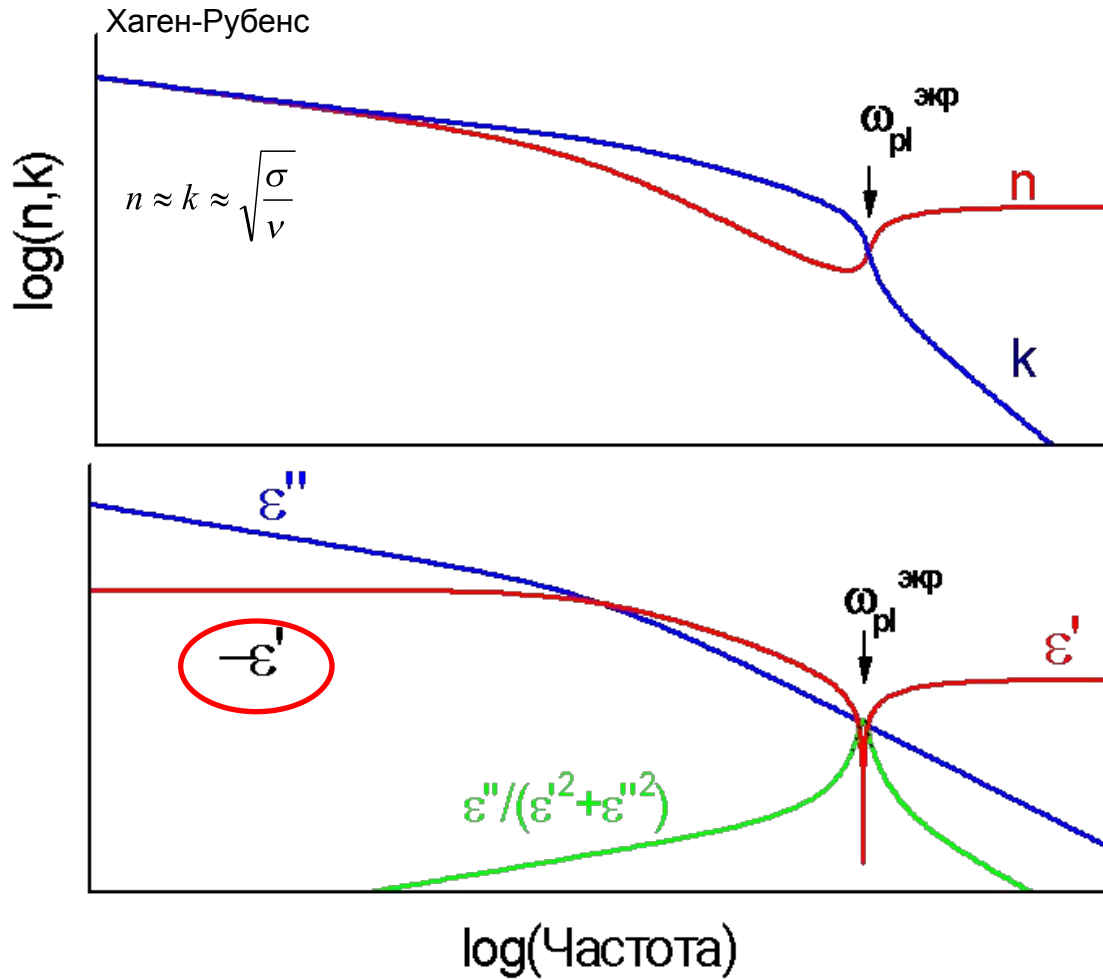
$$\sigma^* = \sigma_1 + i\sigma_2$$



отрицательно

$$\tilde{\omega}_p = \omega_p / \sqrt{\epsilon_0}$$

Характерные точки оптических спектров металлов

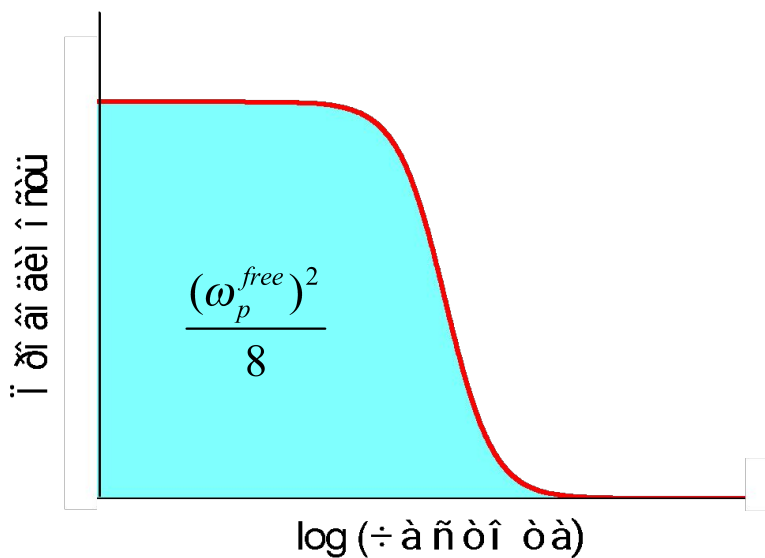


$-\text{Im}(1/\epsilon^*)$ – функция потерь

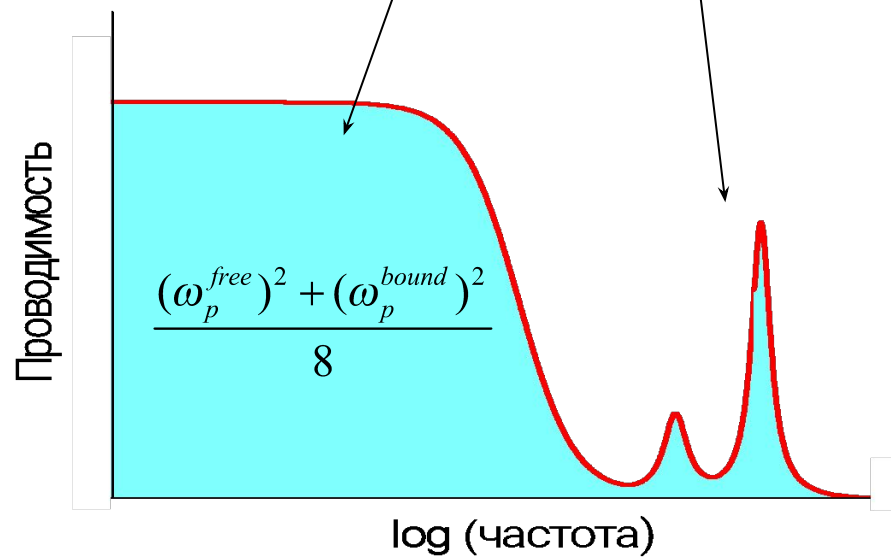
Правило сумм для оптической проводимости металлов

$$\int_0^{\infty} \sigma(\omega) d\omega = \frac{\pi n e^2}{2m} = \frac{\omega_p^2}{8} \quad \text{- спектральный вес} = \text{const}$$

Свободные заряды



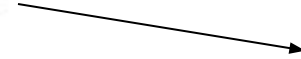
Свободные и связанные заряды



Скин-эффект в проводниках

нормальный

аномальный



Пространственной, временной дисперсии НЕТ

пространственная дисперсия ЕСТЬ

Нормальный скин-эффект



1. Нет временной дисперсии $\omega \ll \gamma$.
2. Нет пространственной дисперсии: **(локальность взаимодействия)**

Масштаб изменения поля

>>

электрона

масштаб характерного движения частицы.

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$$

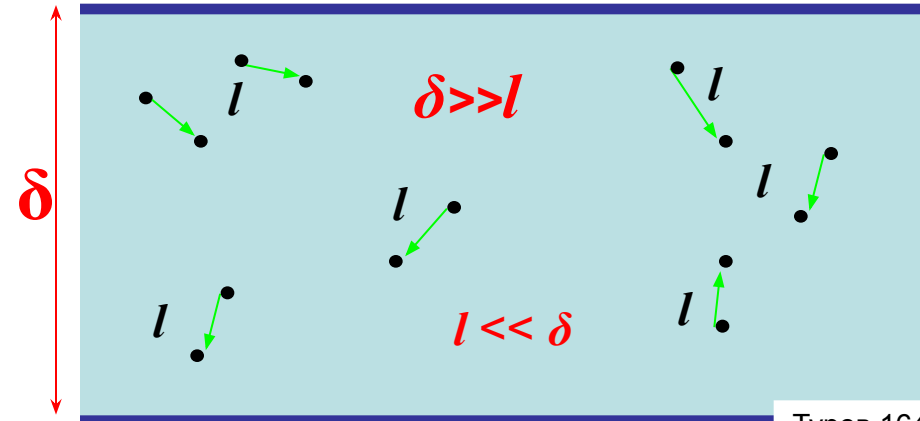
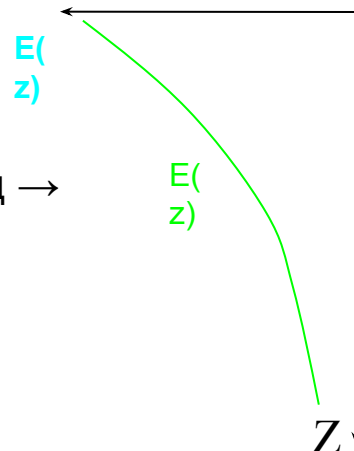
Медь, $T=300$ К:

$\sigma_0 \approx 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, $\omega \approx 10^{11} \text{ Гц} \rightarrow$

$\delta \approx 10^{-5} \text{ см} = 0.1 \text{ мкм}$

$l = 10^{-6} \text{ см} = 0.01 \text{ мкм}$

$l \ll \delta$



Охлаждение:

Аномальный скин-эффект

$$\sigma_0 \text{ растёт} \Rightarrow \delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \quad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2l}{m v_F} \Rightarrow l = \frac{m v_F \sigma_0}{ne^2}$$

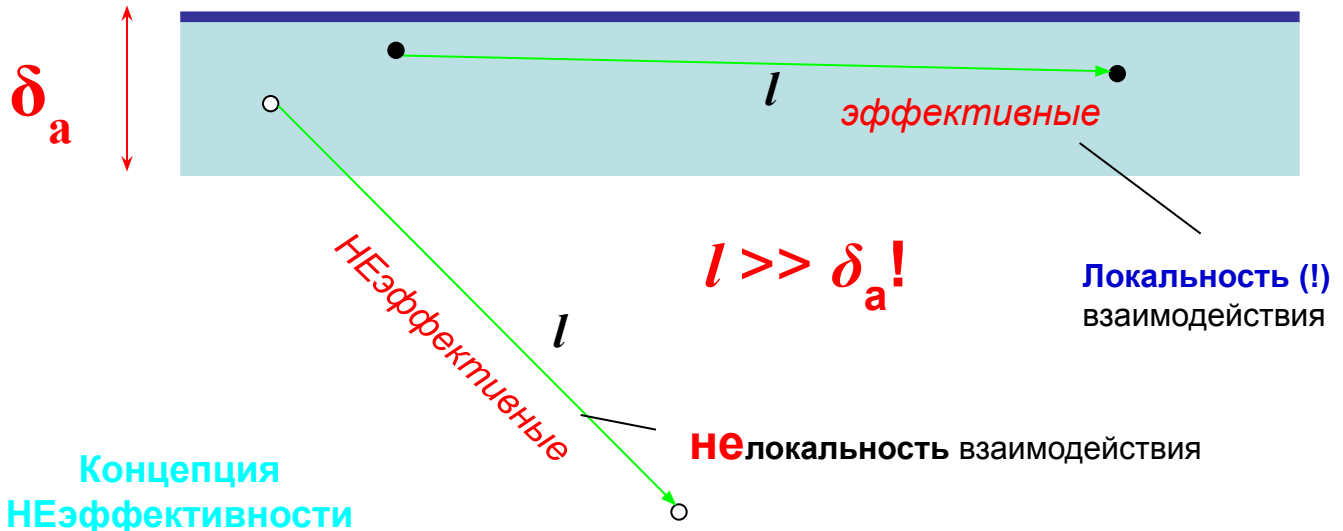
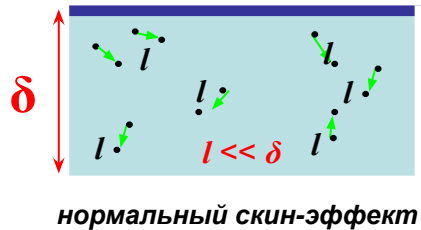
Медь, T=4.2 К: $\delta \approx 10^{-6}$ см = 0.01 мкм; $l = 10^{-4}$ см = 1 мкм; $l \gg \delta$

Нарушение локальности взаимодействия – аномальный скин-эффект

Точное решение: уравнения Максвелла – модель металла

в условиях нелокальности взаимодействия. $j_i(\mathbf{r}, t) = \int \sigma_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'$ материальное уравнение

Более просто: модель эффективных и НЕэффективных электронов
(A.B.Pippard)

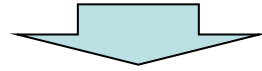


Эффективные электроны на длине l чувствуют поле и ответственны за экранирование. Учёт – локальность.

НЕэффективные электроны – не учитываются.

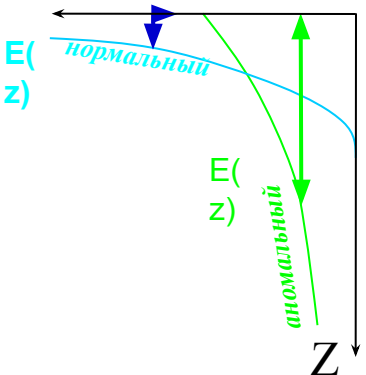
Аномальный скин-эффект

Все направления движения электронов равновероятны $n_{\text{eff}} = n_{\text{полн}} (\delta_a / l)$



плотность эффективных электронов $n_{\text{eff}} = \alpha n (\delta_a / l)$

($\alpha \approx 1$, зависит от типа рассеяния на границе. $\alpha=8/9$ – зерк. расс.; $\alpha=1$ – дифф. расс.)



$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{n_{\text{eff}} e^2 \tau}{m} = \frac{n e^2 \tau}{m} \frac{\alpha \delta_a}{l} = \alpha \frac{\delta_a}{l} \sigma_0$$

$$\delta_a = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{eff}}\omega}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\alpha\delta_a\sigma_0\omega/l}} \Rightarrow \delta_a = \delta_{\text{norm}} \left(\frac{l}{\alpha\delta_{\text{norm}}} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\sigma_0\omega\alpha} \right)^{1/3}$$

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$$

Свойства:

1. $l \gg \delta_{\text{norm}} \rightarrow \delta_a \gg \delta_{\text{norm}}$

2. Иная частотная зависимость $\delta_a \sim \omega^{-1/3} \leftrightarrow \delta_{\text{norm}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \propto \omega^{-1/2}$

3. $\delta_a = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0\omega} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 m}{2\pi\alpha e^2 n \omega} \frac{l}{\tau} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 m}{2\pi\alpha e^2 n \omega} v_F \right)^{1/3}$

$\sigma_0 = \frac{n e^2 \tau}{m}$ v_F — скорость Ферми

независимость от температуры

только фундаментальные хар-ки

Поверхностный импеданс

Проводники



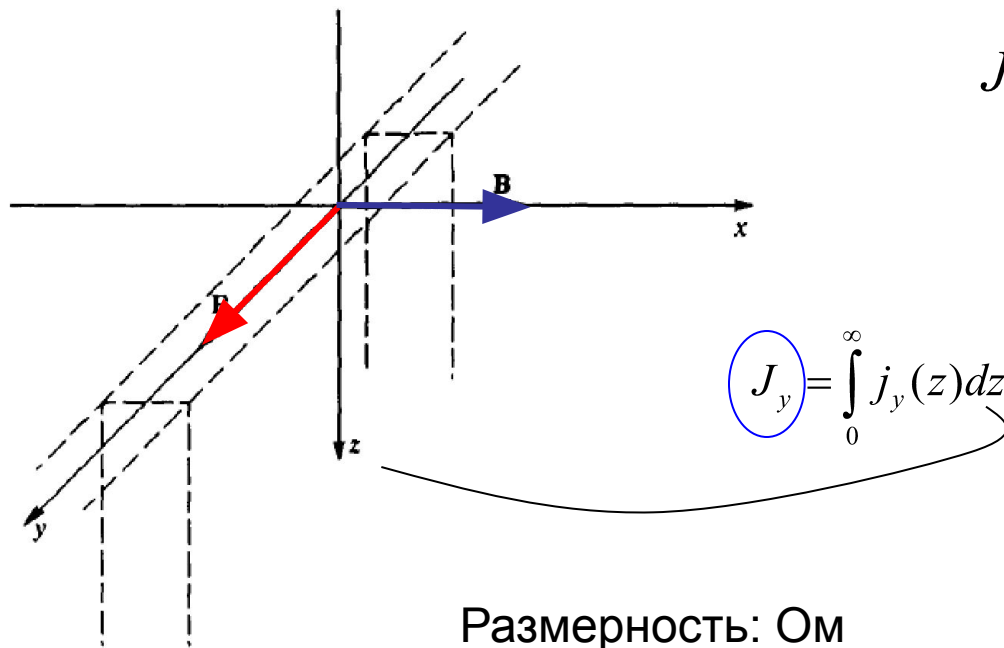
СКИН-СЛОЙ



взаимодействие с полем определяется поверхностью



поверхностное сопротивление (поверхностный **ИМПЕДАНС**)



$$J_y = \sigma E_y(z=0) = \frac{1}{Z} E_y(z=0)$$

Определение:

$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} = R_s + iX_s$$

Размерность: Ом

Z – комплексная величина

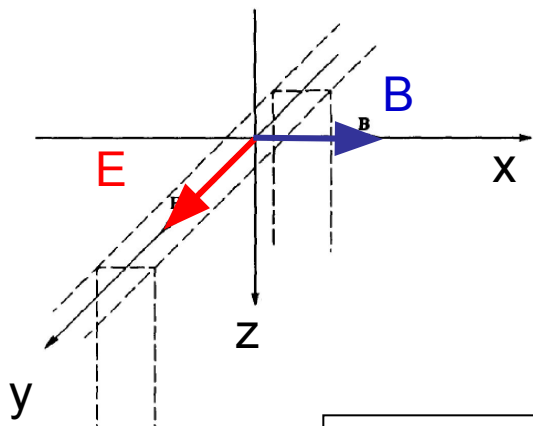
Z – поверхностное сопротивление (импеданс)

R_s – поглощение энергии излучения

$1/Z = \sigma$ – поверхностная проводимость

X_s – сдвиг фазы между полем и током

Импеданс плёнок



$$\sigma^* = \sigma_1 + i\sigma_2$$

Тонкие ($d \ll \delta$) плёнки

$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} \quad J_y = \int_0^\infty j_y(z) dz \approx \sigma^* E_y d$$

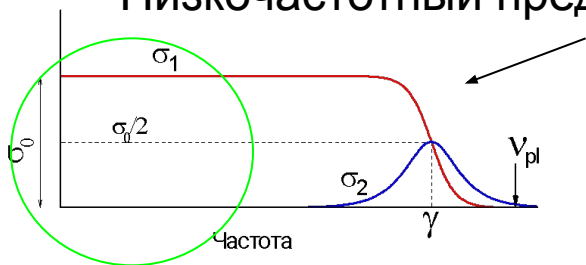
$$Z_{film} = R_{film}^S + iX_{film}^S = \frac{1}{\sigma^* d} = \frac{1}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} (\sigma_1 - i\sigma_2)$$

$$R_s^{film} = \frac{\sigma_1}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

$$X_s^{film} = \frac{\sigma_2}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

Низкочастотный предел Друде: $\sigma_1 \gg \sigma_2 \approx 0$:

$$R_s^{film} = \frac{1}{\sigma_1 d}, \quad X_s^{film} = 0$$



Общий случай для плёнки

$$Z_{film} = \frac{l}{2b} \left(\frac{4\pi i \omega}{c^2 \sigma^*} \right)^2 \coth \left\{ \frac{d \sqrt{i\pi \omega \sigma^*}}{c} \right\}$$



Поверхностный импеданс

Нормальный-аномальный скин-эффект

$$R_s = \frac{4\pi}{c} \frac{n}{n^2 + k^2} \quad X_s = \frac{4\pi}{c} \frac{k}{n^2 + k^2}$$

Нормальный скин-эффект ($\omega \ll \gamma$)

Другде, низкочастотный предел

$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad Z_{norm} = \frac{2\pi\omega\delta}{c^2} (1-i) = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_0}} (1-i)$$

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \quad R_s = -X_s = \frac{2\pi\omega\delta}{c^2} = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_0}} \sim \omega^{1/2}$$

Действительная и мнимая части:

- равны;
- противоположны по знаку;
- пропорциональны $\sqrt{\omega}$

Поверхностный импеданс

Аномальный скин-эффект

$$Z_{norm} = \frac{2\pi\omega\delta_{norm}}{c^2} (1-i) \quad (\omega \ll \gamma)$$

$$\delta_{norm} \Rightarrow \delta_a = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0\omega} \right)^{1/3}$$

$$Z_a = \frac{2\pi\omega\delta_a}{c^2} (1-i) = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{c^2\omega^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0} \right)^{1/3} (1-i) = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{c^2\omega^2 v_F m}{2\pi\alpha n e^2} \right)^{1/3} (1-i) \sim \omega^{2/3}$$

$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$

Действительная и мнимая части:

- равны;
- противоположны по знаку;
- зависят лишь от фундаментальных характеристик;
- пропорциональны $\omega^{2/3}$

Более последовательная теория (аномальный скин-эффект): $R_s = -\sqrt{3}X_s$

Частотная зависимость поверхностного импеданса

