Введение в теорию организации отраслевых рынков. Модели олигополии без сговора

Филатов А.Ю.
Институт систем энергетики им.Л.А.Мелентьева,
Иркутский государственный университет

http://math.isu.ru/filatov,
http://polnolunie.baikal.ru/me,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com

Виды отраслевых рынков

Свойство	Совершенная конкуренция	Монополистическая конкуренция	Олигополия	Монополия
Примеры	Валютный и фондовый рынок, рынки с/х продукции	Бытовая техника, напитки, автомобили, розничные магазины, кафе, рестораны	Добыча нефти, металлургия, авиакомпании, сотовая связь	Железные дороги, коммунальные услуги, единственный магазин в небольшой деревне
Число фирм	Много	Много	Несколько	Одна
Тип продукта	Однородный	Дифференцированный	Однородный / дифференцир.	Уникальный
Влияние на цену	Отсутствует	Ограничено конкурентами	Зависит от стратегии	Полное / ограничено государством
Неценовое влияние	Отсутствует	Максимально	Присутствует	В форме PR и лоббирования
Вход на рынок	Свободен	Ограничен спросом	Ограничен конкурентами	Закрыт

- **ОЛИГОПОЛИЯ**
  - **без сговора**
    - **количественная**
      - Модель Курно
      - Модель Штакельберга
      - Борьба за лидерство
    - **ценовая**
      - Модель Бертрана
      - Динамическая ценовая конкуренция
      - Модель Эджворта
      - Модели с возрастающими предельными издержками
      - Модели с дифференци-рованным продуктом
  - **со сговором**
    - Модель Форхаймера
    - Картель
    - Картель + конкурентное окружение
  - **с барьерами входа**
    - Модель Бэйна
    - Модель Модильяни
    - Модель Джелмана-Сэлопа
    - Модель Спенса
    - Модель Милгрома-Робертса
    - Грабительское ценообразование

Олигополия

Особенности:

1. Небольшое количество фирм (максимальное число которых зависит от информационной открытости рынка).
2. Однородный (нефть) либо дифференцированный (сотовая связь) продукт.
3. Стратегическое взаимодействие между производителями.
4. Наличие барьеров входа.

Олигополия без сговора – каждая из фирм, ориентируясь на действия конкурентов, самостоятельно максимизирует прибыль, управляя своей ценой и объемом поставок продукции.

Виды олигополии без сговора:

1. Количественная олигополия (более адекватна в ситуации, когда фирмам после принятия плана относительно трудно изменить производственные мощности, а, следовательно, и объем поставок).
2. Ценовая олигополия (более адекватна, когда фирмы в состоянии за небольшое время существенно изменить объем поставок на рынок, в том числе, при возможности, завоевать весь рынок).

Модель Курно (1838)

***n* олигополистов** с объемами поставок продукции $q_1,\ldots,q_n$ и функциями издержек $TC_1(q_1),\ldots,TC_n(q_n)$. Отраслевой спрос задан некоторой функцией $Q = D(p) \Leftrightarrow p = D^{-1}(Q)$. Прибыль каждого *i*-олигополиста зависит от объемов поставок конкурентов q_{-i} и составляет

$$\pi_i(q_i, q_{-i}) = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = pq_i - TC_i(q_i) = D^{-1}\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) q_i - TC_i(q_i) \to \max_{q_i}.$$

Кривые реакции – оптимальные отклики каждого олигополиста на меняющиеся условия функционирования рынка

$$q_i(q_1,\ldots,q_{i-1},q_{i+1},\ldots,q_n).$$

Равновесие Курно в чистых стратегиях существует не всегда!

Гарантировать существование, в частности, можно вогнутостью функции прибыли по выпуску, однако это предположение не выполняется даже при возрастающих предельных издержках, если функция спроса достаточно выпукла.

Равновесие Курно не всегда единственно!

Дуополия Курно.

Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ,\quad Q = q_1 + q_2,\quad TC_i(q_i) = c_i q_i,\quad i = \{1, 2\}$$

Кривые реакции:

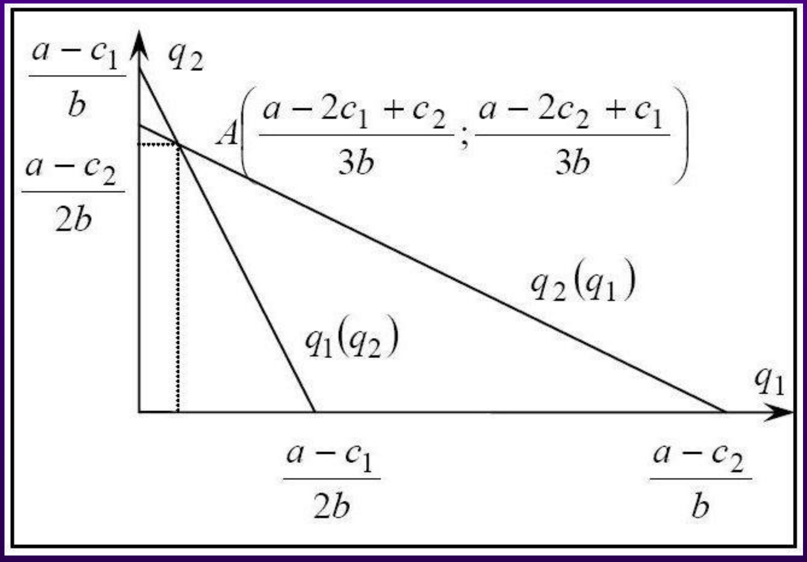
$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - c_1 q_1 \to \max_{q_1},\qquad q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}.$$

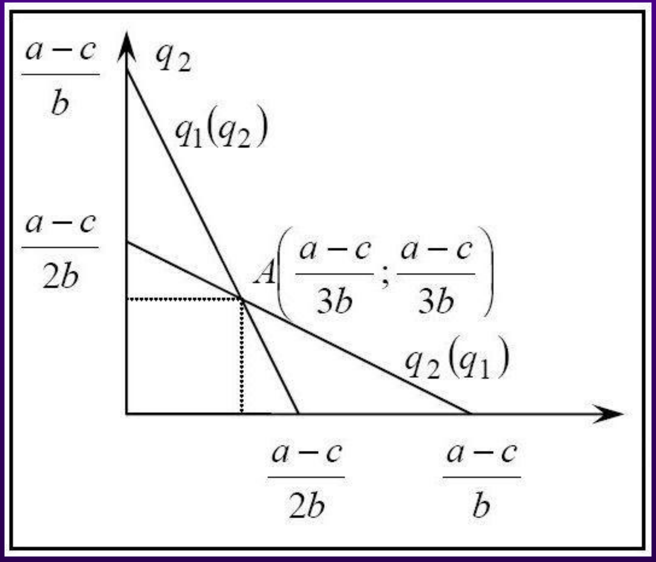
$$\pi_2 = TR_2(q_1, q_2) - TC_2(q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - c_2 q_2 \to \max_{q_2},\qquad q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}.$$

Равновесие Курно при различных и одинаковых функциях издержек:

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b},\quad q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}.\qquad q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}.$$

Кривые реакции при различных и одинаковых функциях издержек:





Дуополия Курно.
Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ,\ \ Q = q_1 + q_2,\ \ TC_i(q_i) = c_i q_i,\ \ i = \{1, 2\}$$

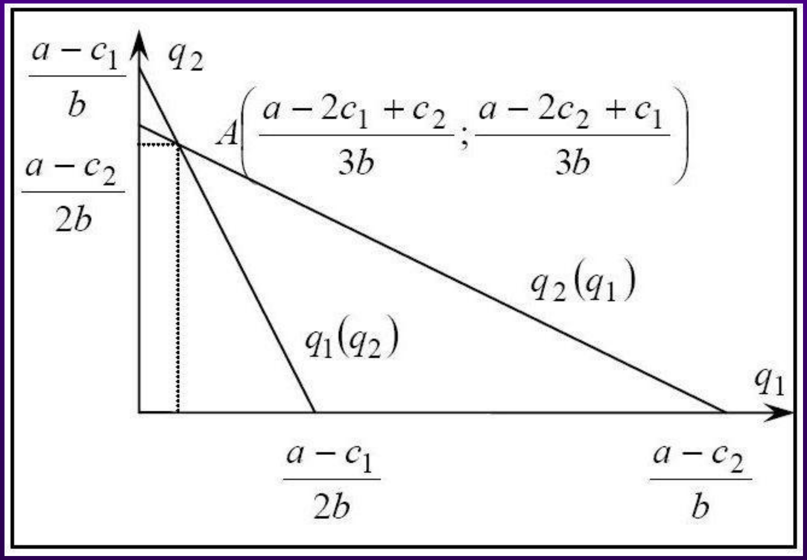
Снижение издержек второй фирмой:

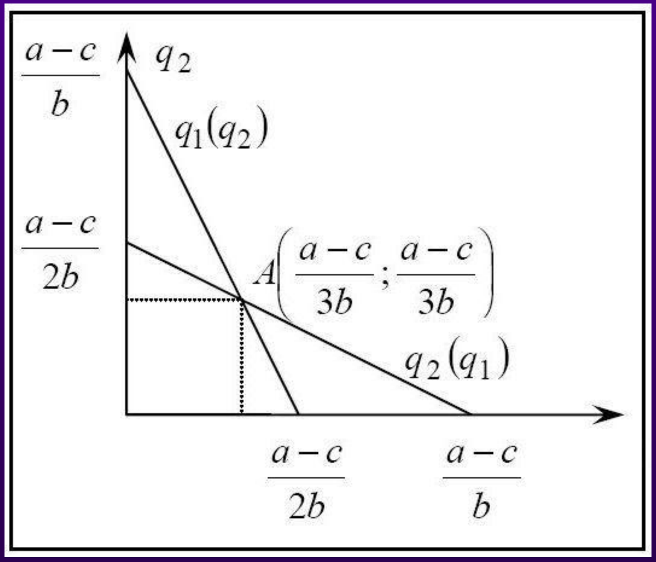
$$\frac{a-c_2}{2b} > \frac{a-c_1}{b} \quad \Leftrightarrow \quad 2c_1 - c_2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad c_1 > \frac{a+c_2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad q_1 = 0,\ \ q_2 = (a - c_2)/2b.$$

Если обе фирмы сохраняют свое присутствие на рынке:

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{2}{3}\frac{a-\bar{c}}{b}, \quad p = a - bQ = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}\bar{c}, \quad \bar{c} = \frac{c_1+c_2}{2}.$$

Кривые реакции при различных и одинаковых функциях издержек:





Дуополия Курно.
Линейный спрос, квадратичные издержки

$$p = a - bQ,\quad Q = q_1 + q_2,\ TC_i(q_i) = d_i q_i^2 + c_i q_i + f_i,\ i = \{1, 2\}$$

Кривые реакции:

$$\pi_1 = (a - bq_1 - bq_2)q_1 - d_1 q_1^2 - c_1 q_1 - f_1 \to \max_{q_1}, \qquad q_1 = \frac{a - c_1 - bq_2}{2(b + d_1)}.$$

$$\pi_2 = (a - bq_1 - bq_2)q_2 - d_2 q_2^2 - c_2 q_2 - f_2 \to \max_{q_2}, \qquad q_2 = \frac{a - c_2 - bq_1}{2(b + d_2)}$$

Равновесие Курно при одинаковых функциях переменных издержек:

$$q = \frac{a - c - bq}{2(b + d)},\quad q = \frac{a - c}{3b + 2d},\quad Q = 2q = \frac{2(a - c)}{3b + 2d}.$$

$$p = a - b\frac{2(a - c)}{3b + 2d} = \frac{ab + 2ad + 2bc}{3b + 2d} = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{4}{3}d\,\frac{a - c}{3b + 2d}.$$

$$p = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}dQ.$$

$d \uparrow$ на 1, $b \downarrow$ на 2/3 $\Leftrightarrow$ объем продаж неизменен, цена увеличивается.

Повышение цены пропорционально d и сложившемуся объему продаж.

Олигополия Курно.

Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ,\ \ Q = q_1 + \ldots + q_n,\ \ TC_i(q_i) = c_i q_i,\ \ i = \{1, \ldots, n\}$$

Кривые реакции:

$$\pi_i = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = \left(a - b\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right)\right) q_i - c_i q_i \to \max_{q_i},\quad i = 1, \ldots, n.$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - c_i - b\sum_{j \neq i} q_j - 2bq_i = 0,\quad q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j \neq i} q_j.$$

Равновесие Курно при одинаковых функциях издержек $c_1 = \ldots = c_n = c$**:**

$$q_1 = \ldots = q_n = q,\qquad q = \frac{a - c}{2b} - \frac{n - 1}{2} q,$$

$$q = \frac{1}{n + 1}\frac{a - c}{b},\ \ Q = nq = \frac{n}{n + 1}\frac{a - c}{b},\quad p = a - bQ = \frac{1}{n + 1} a + \frac{n}{n + 1} c.$$

Совершенная конкуренция: $n \to \infty,\ \ p \to c,\ \ Q \to Q_{CK} = (a - c)/b.$

Монополия: $n = 1,\ \ p = (a + c)/2,\ \ Q = (a - c)/2b = Q_{CK}/2.$

Дуополия Штакельберга

Последовательное принятие решений:

«Фирма-лидер» понимает, что расширением своих поставок и, как следствие, снижением цены делает отрасль менее прибыльной и заставляет конкурента сокращать свой объем производства. Рационально действующий конкурент («фирма-последователь») максимизирует свою прибыль, действуя по Курно.

$$\pi_1(q_1, q_2(q_1)) \to \max_{q_1}, \qquad q_2(q_1) = \arg\max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2).$$

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = \left(a - b\left(q_1 + \left(\frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}\right)\right)\right) q_1 - c_1 q_1 \to \max_{q_1}.$$

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b}, \quad q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}, \quad Q = q_1 + q_2 = \frac{3a - 2c_1 - c_2}{4b}, \quad p = a - bQ = \frac{a + 2c_1 + c_2}{4}.$$

Равновесие Штакельберга при одинаковых функциях издержек $c_1 = \ldots = c_n = c$**:**

$$q_1 = \frac{1}{2}\frac{a - c}{b}, \quad q_2 = \frac{1}{4}\frac{a - c}{b}, \quad Q = \frac{3}{4}\frac{a - c}{b} = \frac{3}{4} Q_{CK}, \quad p = \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}c.$$

Эффекты, возникающие при различных функциях издержек:

$q_1 < q_2$, если $c_1 > \frac{1}{6}a + \frac{5}{6}c_2$.

Уход с рынка:

$q_1 = 0$, если $c_1 > (a + c_2)/2$. $\qquad$ $q_2 = 0$, если $c_2 > (a + 2c_1)/3$.

Неравновесие Штакельберга

«Фирма-последователь» может пожелать увеличить свои прибыли за счет конкурента, начав играть роль «лидера» и расширяя поставки продукции.

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b} + \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b} = \frac{2a - c_1 - c_2}{2b}, \quad p = a - bQ = a - b\frac{2a - c_1 - c_2}{2b} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

При $c_1 = c_2 = c$ оба дуополиста продают свою продукцию строго по издержкам. В противном случае одна из фирм несет убытки.

Олигополия Штакельберга

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j \neq i} q_j, \quad i = 2, \ldots, n.$$

$$c_1 = \ldots = c_n = c \quad \Rightarrow \quad q_2 = \ldots = q_n = q^*, \quad q^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1 + (n-2)q^*}{2}, \quad q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{q_1}{n}$$

$$\pi_1 = (a - b(q_1 + (n-1)q^*))q_1 - cq_1 \to \max_{q_1}, \quad \pi_1 = \left(a - b\left(q_1 + \frac{n-1}{n}\left(\frac{a-c}{b} - q_1\right)\right)\right)q_1 - cq_1 \to \max_{q_1}.$$

$$q_1 = \frac{a - c}{2b} = \frac{1}{2}Q_{CK}, \quad q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{a - c}{2nb} = \frac{a - c}{2nb}$$

«Лидер», независимо от числа конкурентов, ведет себя как монополист. «Фирмы-последователи» делят между собой оставшуюся половину рынка.

Если «лидеров» хотя бы двое, то объем привезенной ими продукции настолько велик, что цена падает ниже себестоимости, и все олигополисты несут убытки.

Борьба за лидерство

Попытки стать лидером могут не ограничиваться простым установлением монопольного объема продаж. Лидер может просто помнить, что увеличение собственных поставок сокращает поставки конкурентов. Для дуополии

$$dq_2 / dq_1 = dq_1 / dq_2 = -1/2.$$

Максимизация прибыли:

$$\begin{cases} \pi_1 = \left(a - b\left(q_1 + q_2\left(q_1\right)\right)\right)q_1 - cq_1 = aq_1 - cq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2\left(q_1\right) \to \max\limits_{q_1}, \\ \pi_2 = \left(a - b\left(q_2 + q_1\left(q_2\right)\right)\right)q_2 - cq_2 = aq_2 - cq_2 - bq_2^2 - bq_2q_1\left(q_2\right) \to \max\limits_{q_2}. \end{cases}$$

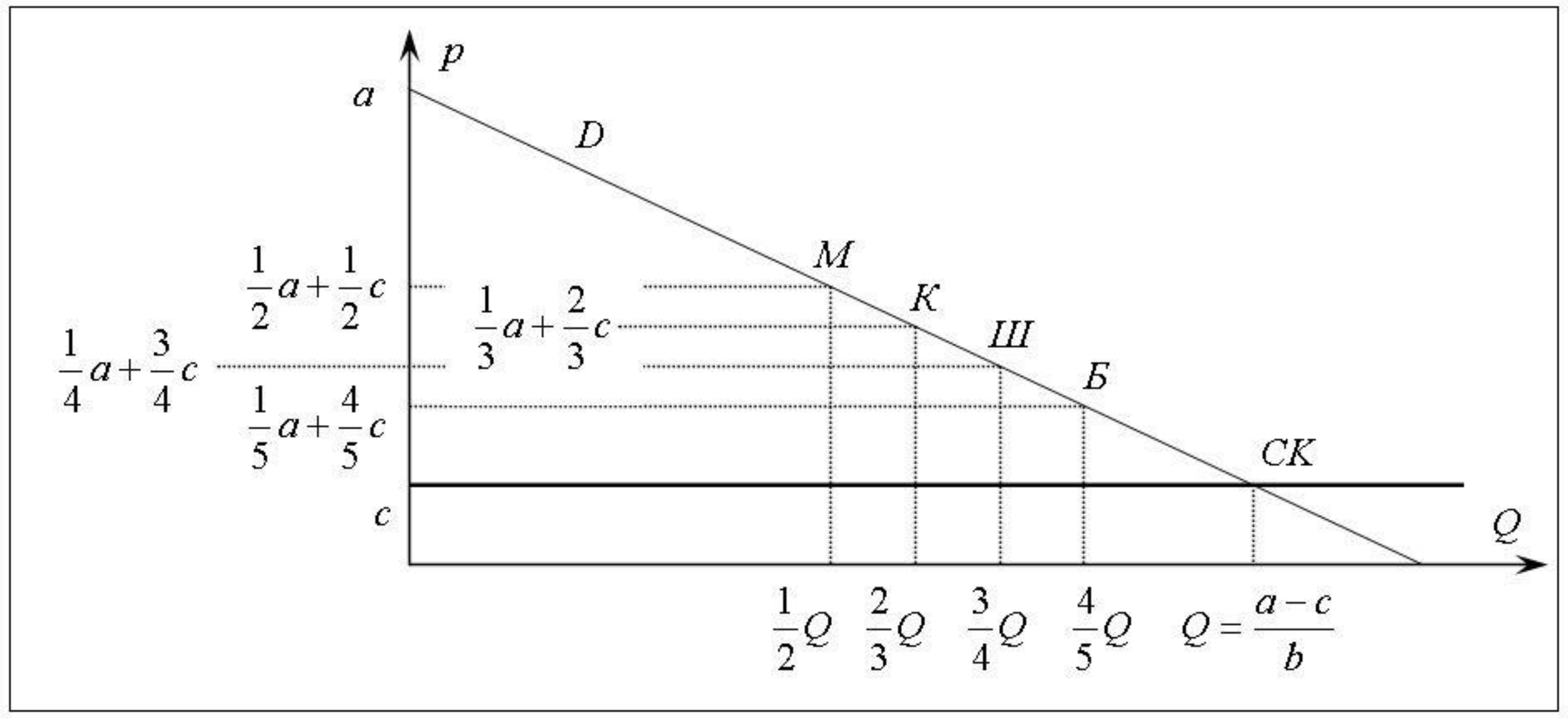
Кривые реакции:

$$\begin{cases} a - c - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2}bq_1 = 0, \\ a - c - 2bq_2 - bq_1 + \frac{1}{2}bq_2 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} - \frac{2}{3}q_2, \\ q_2 = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} - \frac{2}{3}q_1. \end{cases}$$

Равновесие в модели «борьба за лидерство»:

$$q_1 = q_2 = \frac{2}{5}\frac{a-b}{c}, \quad Q = \frac{4}{5}\frac{a-b}{c} = \frac{4}{5}Q_{CK}, \quad p = \frac{1}{5}a + \frac{4}{5}c.$$

Ситуации равновесия в моделях количественной олигополии



СК – совершенная конкуренция,
Б – борьба за лидерство,
Ш – дуополия Штакельберга,

К – дуополия Курно,
М – монополия.

Модель Бертрана (1883)

Олигополисты конкурируют по ценам. Весь спрос делится между теми продавцами, которые устанавливают минимальную цену на рынке.

Для случая двух фирм $q_1 = \begin{cases} Q, \ p_1 < p_2 & \text{- захват рынка} \\ Q/2, \ p_1 = p_2 & \text{- дележ рынка} \\ 0, \ p_1 > p_2 & \text{- потеря рынка} \end{cases}$

Оптимальная стратегия: удешевление продукции с целью захвата всего рынка при любых ценах конкурентов, превышающих себестоимость.

Парадокс Бертрана:

Равновесие на рынке с небольшим количеством фирм достигается при продаже продукции по издержкам. Фирмы не в состоянии обеспечить себе положительную прибыль, производя однородную продукцию.

Выходы из парадокса Бертрана:

1. Динамическая ценовая конкуренция.
2. Модель Эджворта.
3. Модели с возрастающими предельными издержками.
4. Модели с дифференцированным продуктом.

Динамическая ценовая конкуренция

Фирма 1 \ Фирма 2	Высокая цена	Низкая цена
Высокая цена	$(\pi_1;\pi_1)$	$(\pi_3;\pi_2)$
Низкая цена	$(\pi_2;\pi_3)$	$(\pi_4;\pi_4)$

Зависимость прибылей фирм от выбранных стратегий: $\pi_2 > \pi_1 > \pi_4 > \pi_3$

Если взаимодействие фирм может продолжаться бесконечно долго, доминирующими могут быть, по крайней мере, следующие две стратегии:

Стратегия «Око за око» – назначить высокую цену в момент *t*, если другая фирма назначила высокую цену в момент (*t*–1); и назначить низкую цену в противном случае.

Стратегия «хищничества» – назначать низкую цену в любой момент времени вне зависимости от действий конкурента.

ρ – заданная вероятность того, что игра будет продолжена.
δ – дисконтирующий множитель, связанный со ставкой дисконтирования r формулой $\delta = 1/(1+r)$.

Динамическая ценовая конкуренция

Стратегия «Око за око»: $NPV_1 = \pi_1 + \pi_1\rho\delta + \pi_1\rho^2\delta^2 + ... = \dfrac{\pi_1}{1-\rho\delta}.$

Стратегия «хищничества»: $NPV_2 = \pi_2 + \pi_4\rho\delta + \pi_4\rho^2\delta^2 + ... = \pi_2 + \pi_4\dfrac{\rho\delta}{1-\rho\delta} = \pi_2 - \pi_4 + \dfrac{\pi_4}{1-\rho\delta}.$

$$NPV_1 > NPV_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi_1 - \pi_4}{1-\rho\delta} > \pi_2 - \pi_4 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi_2 - \pi_1}{\pi_2 - \pi_4} < \rho\delta.$$

Фирмы отказываются от ценовой войны, если

1. Увеличивается вероятность дальнейшего взаимодействия.
2. Если увеличивается значимость будущих прибылей.
3. Одностороннее снижение цены приводит к незначительному увеличению прибыли, а взаимное снижение цены крайне неприятно для обеих фирм.

Эмпирические исследования (Р.Аксельрод). Требования к стратегиям:

Добрая – не должна предавать, пока этого не сделает оппонент.
Мстительная – не должна быть слепым оптимистом.
Прощающая – отомстив, должна вернуться к сотрудничеству.
Не завистливая – не должна пытаться выиграть больше оппонента.

Модель Эджворта (1897)

$$p = a - bQ,\quad Q = q_1 + q_2,\quad TC_i(q_i) = c_i q_i,\quad i = \{1, 2\}$$

Ограничения на производственные мощности:

$$q_1 \le K_1,\ q_2 \le K_2,\quad K_1 \le K_2 < (a-c)/b.$$

Продажа продукции по издержкам не является равновесием Нэша!

Возможные стратегии поведения:

1. Установление низкой цены и продажа продукции в объеме K_i.
2. Установление оптимальной цены и работа на остаточном спросе.

Схемы случайного, эффективного и анти-эффективного рационирования:

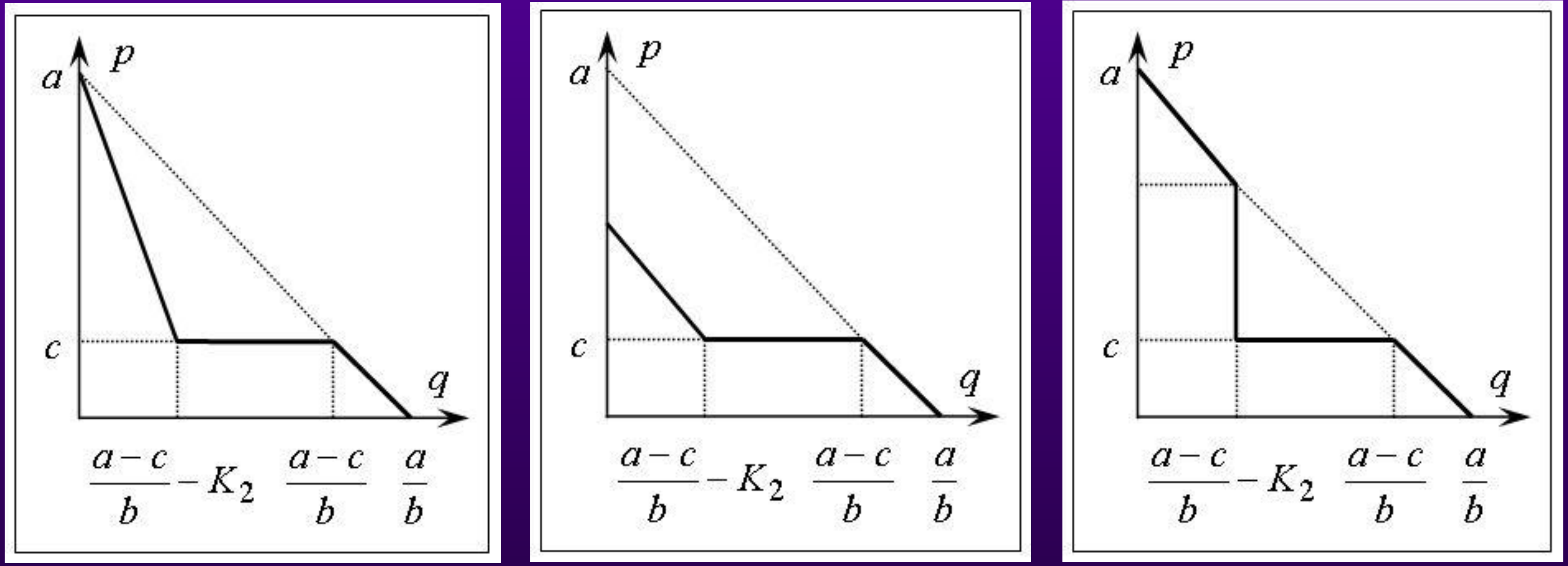


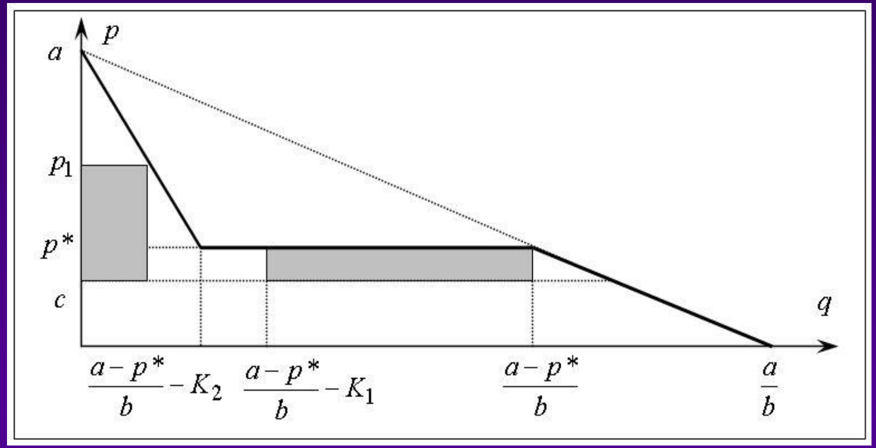
Схема случайного рационирования

$p_1=(a+c)/2,\ q_1=(a-c)/2b-K_2/2,\ \pi_1=(p_1-c)q_1>0.$

$p_2=p_{1-},\ q_2=K_2.$

… ценовая война до уровня цены $p_2=p^*$.

$p_1=(a+c)/2,\ q_1=(a-c)/2b-K_2/2,\ \pi_1=(p_1-c)q_1>0.$



Прибыли при 2 стратегиях поведения:

1. Снижение цены и захват рынка:
   $\pi_1^-=(p-c)K_1.$
2. Повышение цены до монопольного уровня (на остаточном спросе):

$$q_1=\frac{\frac{a-p}{b}-K_2}{\frac{a-p}{b}}\frac{a-p_1}{b}=\frac{(a-p-bK_2)(a-p_1)}{b(a-p)}=(a-p_1)\left(\frac{1}{b}-\frac{K_2}{a-p}\right),$$

$$\pi_1^+=(p_1-c)q_1=\frac{(a-c)^2}{4}\left(\frac{1}{b}-\frac{K_2}{a-p}\right).$$

Цена p^* находится из равенства $\pi_1^-=\pi_1^+$ и решения квадратного уравнения.

Замечание 1. В модели Эджворта нет статического равновесия!

Замечание 2. Первой поднимать цену, уходя на остаточный спрос, всегда будет фирма с меньшими производственными мощностями!

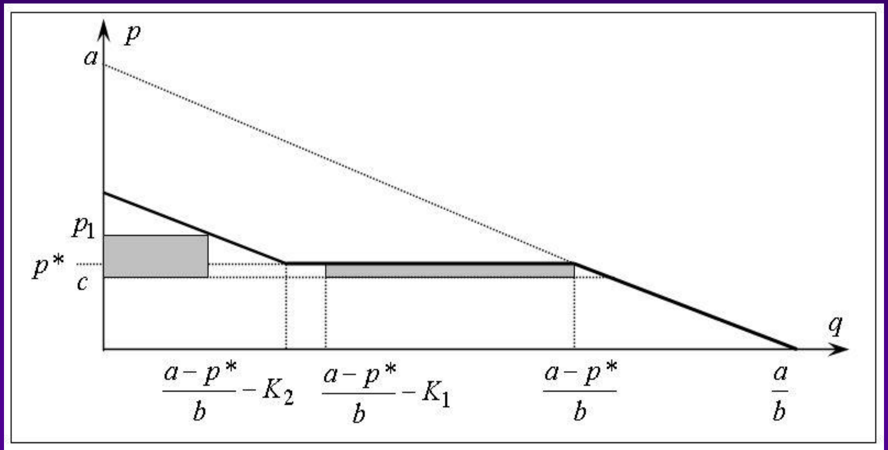
Схема эффективного рационирования

Параллельный сдвиг функции спроса!

Критическая цена p* окажется ниже, чем при случайном рационировании!

Оптимальная цена ниже и зависит от K_2:

$$p_1 = \frac{a + c - bK_2}{2}.$$



Прибыли при 2 стратегиях поведения:

1. Снижение цены и захват рынка:

$$\pi_1^- = (p - c)K_1.$$

2. Повышение цены до монопольного уровня (на остаточном спросе):

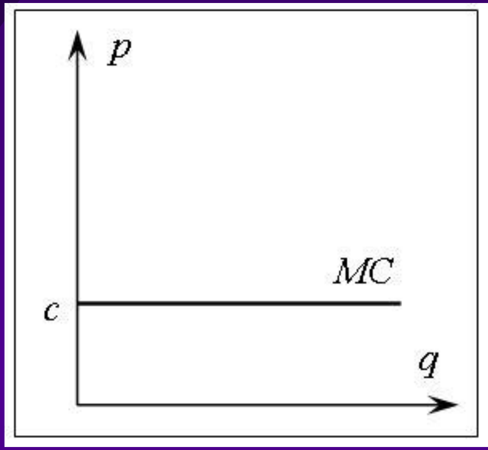
$$q_1 = (a - p_1)/b - K_2,$$

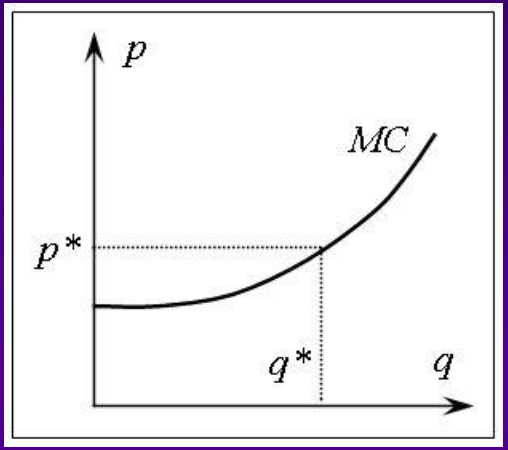
$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{a - c - bK_2}{2}\left(\frac{a - c}{2b} - \frac{K_2}{2}\right) = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4b}.$$

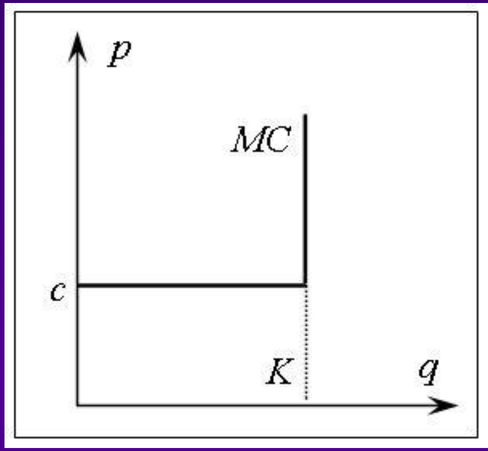
Нахождение критической цены *p:**

$$\frac{(a - c - bK_2)^2}{4b} = (p - c)K_1 \quad \Leftrightarrow \quad p^* = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4bK_1} + c.$$

Модели с возрастающими предельными издержками

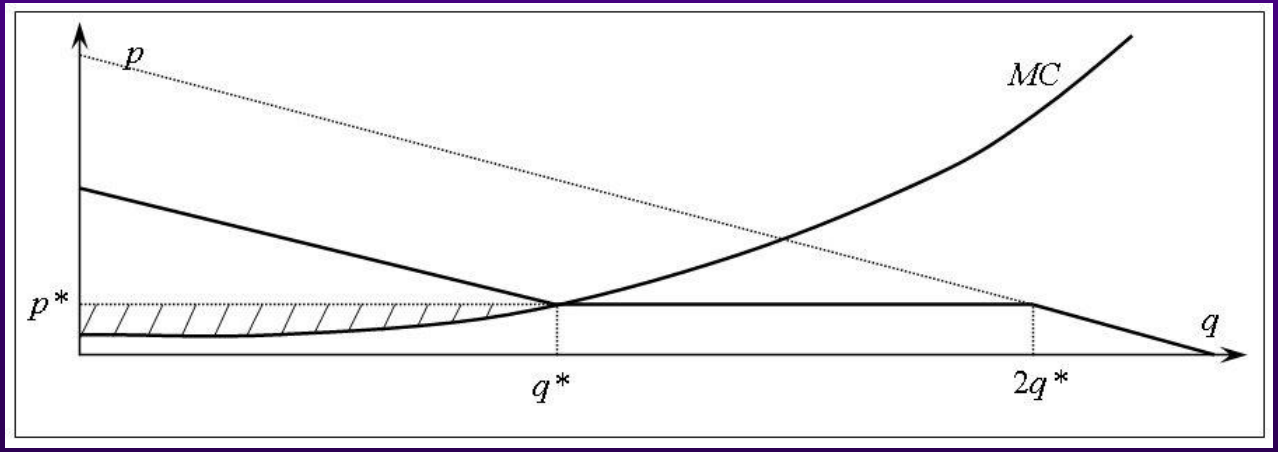






Постоянная и убывающая отдача от масштаба, ограничение по мощности

$p^* = MC_1(q_1) = \ldots = MC_n(q_n), \quad q_1 + q_2 + \ldots + q_n = q_D(p^*)$ **– не является равновесием Нэша!**



Модели с дифференцированным продуктом

Продукты не являются совершенно взаимозаменяемыми!

1. Транспортные издержки (модели Хотеллинга и Сэлопа).
2. Качество товара, обслуживания и сервиса.

Простейшая модель:

$$q_1(p_1, p_2) = a - bp_1 + dp_2, \quad q_2(p_1, p_2) = a - bp_2 + dp_1, \quad 0 < d < b, \; a > c(b-d).$$

При малой разнице цен часть клиентов остается у более дорогой фирмы!

$d < b \;\Rightarrow$ если цены товаров в обеих фирмах растут на одну и ту же величину, объем спроса в обеих фирмах сокращается.

$a > c(b-d) \;\Rightarrow$ если обе фирмы назначают цены на уровне предельных издержек, объемы спроса на их товары будут положительными

$$\pi_1 = (p_1 - c)(a - bp_1 + dp_2) \to \max_{p_1}, \qquad \pi_2 = (p_2 - c)(a - bp_2 + dp_1) \to \max_{p_2}.$$

$$p_1 = \frac{a + bc + dp_2}{2b}, \quad p_2 = \frac{a + bc + dp_1}{2b}, \quad p_1^* = p_2^* = \frac{a + bc}{2b - d} = c + \frac{a - c(b-d)}{2b - d} > c.$$

Главный недостаток: суммарный спрос на рынке одинаково реагирует на снижение цены как в дешевой, так и в дорогой фирме:

$$Q(p_1, p_2) = q_1(p_1, p_2) + q_2(p_1, p_2) = 2a - (b-d)p_1 - (b-d)p_2$$

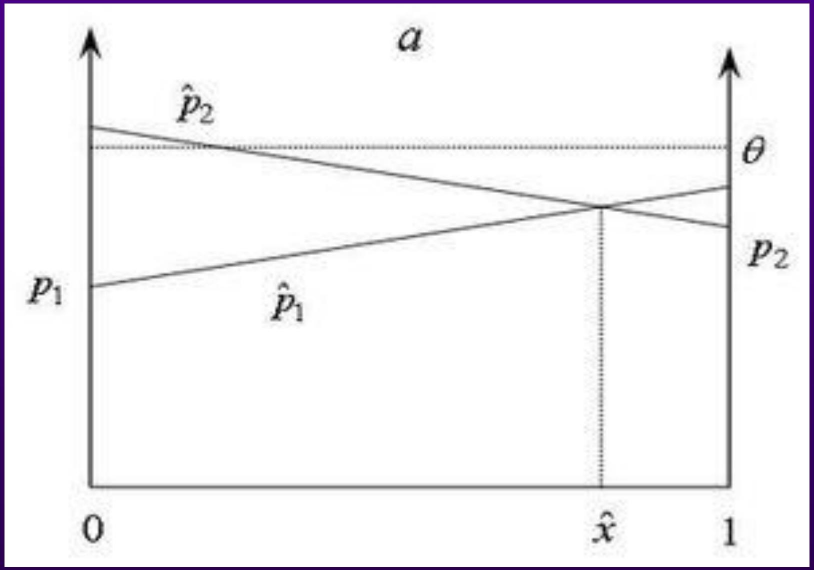
Спрос зависит от «нижней» цены:

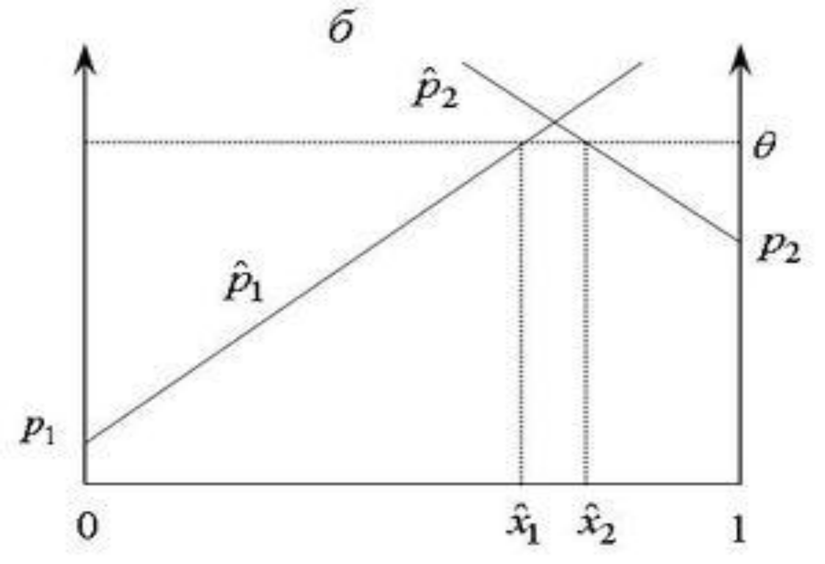
обоснование на основе модели пространственной дифференциации продукта

Предположения модели:

1. Две фирмы, расположенных на разных концах (в 0 и 1) линейного города.
2. Продукт продается по разным ценам $p_1 < p_2$ (в общем случае $p_1 = \min\limits_{i=1,\ldots,n} p_i$).
3. Потенциальный клиент проживает в некоторой точке $x \in [0; 1]$, тратит в денежном выражении сумму t на проезд через весь город и готов заплатить за продукт сумму, не превышающую θ.

Реальные цены: $\hat{p}_1 = p_1 + t\,x, \quad \hat{p}_2 = p_2 + t\,(1-x)$





Моделирование спроса с помощью метода Монте-Карло

Предположения модели:

1. Равномерно распределенные потребители $x \in [0;1]$.
2. Равномерное распределенная максимальная оценка продукта $\theta \in [10;160]$.
3. Равномерно распределенные транспортные издержки $t \in [0;50]$.

Пример: $p_1 = p_2 = 90, \quad x = 0{,}3, \quad t = 30, \quad \theta = 100.$

$$\hat{p}_1 = 90 + 0{,}3 * 30 = 99, \quad \hat{p}_2 = 90 + 0{,}7 * 30 = 111$$

$p_1 \backslash p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	3125	4703	5324	5747	5835					
70		2742	4147	4740	5038	5184				
80			2473	3708	4131	4353	4482			
90				2130	3194	3527	3763	3836		
100					1807	2651	2940	3076	3153	
110						1452	2121	2335	2545	2471
120							1131	1636	1770	1877
130								802	1131	1236

$p_1 \backslash p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	3089	1305	594	236	41					
70		2775	1185	479	166	36				
80			2477	1017	441	155	32			
90				2087	829	350	108	23		
100					1788	722	253	79	9	
110						1446	546	190	42	5
120							1100	362	115	32
130								852	227	44

Зависимости спроса q_1 и q_2 в каждой из фирм от цен p_1 и p_2

Моделирование спроса с помощью метода Монте-Карло

$p_1 \backslash p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	6214	6008	5918	5983	5876					
70		5517	5332	5219	5204	5220				
80			4950	4725	4572	4508	4514			
90				4217	4023	3877	3871	3859		
100					3595	3373	3193	3155	3162	
110						2898	2667	2525	2587	2476
120							2231	1998	1885	1909
130								1654	1358	1280
140									915	703
150										351

Зависимость суммарного спроса $Q = q_1 + q_2$ от цен p_1 и p_2

Линейная регрессия (МНК): $Q = 10152 - 56{,}5\,p_1 - 9{,}9\,p_2$

Дополнительное соображение в пользу зависимости от «нижней» цены: положительная корреляция между транспортными издержками t и максимальной ценой θ, а также между ценами p_1 и p_2.

Модель дуополии в матричном виде

$$Q = a - bp_1, \quad \mathbf{q} = \left(\frac{1}{2}\mathbf{a} + b\mathbf{Bp}\right),$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1-1/2 & 1 \\ 1-1/2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 & 1 \\ 1/2 & -1 \end{pmatrix}$$

При повышении цены в *j*-фирме на 1 руб. объем продаж в ней падает на *b*, у конкурента растет на *b*. При повышении цены в первой фирме дополнительно на величину *b* сокращается весь рынок, и это бремя равномерно ложится на обе фирмы в размере *b*/2

Модель олигополии в матричном виде (*n* фирм)

$$Q = a - bp_1, \quad \mathbf{q} = \left(\frac{1}{n}\mathbf{a} + b\mathbf{Bp}\right)$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \\ \dots \\ a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\Delta - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & -\Delta & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & -\Delta & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & -\Delta \end{pmatrix}$$

Модель олигополии в скалярном виде

$$q_1 = \frac{1}{n}\left(a - (n\Delta + 1)bp_1 + \frac{n\Delta}{n-1} b \sum_{j=2}^{n} p_j\right)$$

$$q_i = \frac{1}{n}\left(a + \left(\frac{n\Delta}{n-1} - 1\right)bp_1 + \frac{n\Delta}{n-1} b \sum_{j=2,\ j\neq i}^{n} p_j - n\Delta b p_i\right), \quad i = 2, \dots, n$$

$$p_2 = p_3 = \dots = p_n = p^*, \quad q_2 = q_3 = \dots = q_n = q^*, \quad \pi_2 = \pi_3 = \dots = \pi_n = \pi^*$$

Кривые реакции

$$p_1(p^*) = \frac{a + (n\Delta + 1)bc + n\Delta b p^*}{2b(n\Delta + 1)}, \quad p^*(p_1) = \frac{\frac{n-1}{n}\frac{a}{b} + (n-1)\Delta c + \frac{n\Delta - n + 1}{n} p_1}{n\Delta}$$

$$\boxed{p_1 = c + \frac{\frac{a}{b} - c}{n\Delta + 1 + n/(2n-1)}, \quad p^* = c + \frac{\frac{a}{b} - c}{n\Delta} - \frac{\frac{2}{2n-1}\left(\frac{a}{b} - c\right)}{n\Delta^2 + \Delta + n\Delta/(2n-1)}}$$

$$q_1 = \frac{1}{n}\left(a - (n\Delta + 1)bp_1 + n\Delta b p^*\right), \quad q^* = \frac{1}{n}\left(a + \left(\frac{n\Delta}{n-1} - 1\right)bp_1 - \frac{n}{n-1}\Delta b p^*\right)$$

Рассмотренные варианты значений Δ

$$\Delta \equiv 1$$

Изменение цены в любой из фирм приводит к изменению объема ее продаж, не зависящему от количества конкурентов. В то же время, при большом числе фирм на рынке влияние на каждого из конкурентов становится минимальным

$$\Delta = n - 1$$

Увеличение числа конкурентов резко усиливает реакцию потребителей на изменение цены одного из них. В этом случае продажи каждого из (n-1) конкурентов изменяются на фиксированную величину, вне зависимости от их числа. Продажи самой фирмы меняются прямо пропорционально числу конкурентов.

$$\Delta = 2\left(n - 1\right)/n$$

Реакция потребителя на изменение цены в одной из фирм при увеличении числа конкурентов усиливается, однако для конкурентного рынка влияние всего вдвое сильнее, чем в случае дуополии. Если $p_2=p_3=\ldots=p_n=$p*,

$$q^* = \frac{1}{n}\left(a + bp_1 - 2bp^*\right)$$

Табл. 1. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta \equiv 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p_1	80,0	73,9	69,7	66,8	64,6	62,9	61,5	60,4	59,5
p^*	85,0	77,1	71,9	68,3	65,7	63,7	62,2	61,0	60,0
q_1	45,0	31,9	24,7	20,1	17,0	14,7	13,0	11,6	10,5
q^*	35,0	27,1	21,9	18,3	15,7	13,7	12,2	11,0	10,0
π_1	1350	762	487	338	248	190	150	121	100
π^*	1225	734	478	334	246	189	149	121	100
π	2575	2231	1921	1673	1478	1321	1194	1088	999

Табл. 2. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = 2(n-1)/n$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1,33	1,5	1,6	1,67	1,71	1,75	1,78	1,8
p_1	80,0	69,6	64,5	61,5	59,5	58,1	57,1	56,3	55,6
p^*	85,0	71,6	65,6	62,2	60,0	58,4	57,3	56,5	55,8
q_1	45,0	32,7	25,4	20,7	17,5	15,1	13,3	11,9	10,7
q^*	35,0	28,8	23,3	19,4	16,6	14,5	12,8	11,5	10,4
π_1	1350	643	369	239	166	123	94	74	60
π^*	1225	622	363	236	165	122	94	74	60
π	2575	1888	1460	1183	993	855	750	668	602

Табл. 3. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = n-1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_1	80,0	64,5	58,1	55,1	53,5	52,5	51,9	51,5	51,2
p^*	85,0	65,4	58,4	55,2	53,5	52,6	51,9	51,5	51,2
q_1	45,0	33,8	26,3	21,4	18,0	15,5	13,6	12,1	10,9
q^*	35,0	30,9	25,2	20,9	17,7	15,3	13,5	12,0	10,9
π_1	1350	489	214	109	63	39	26	18	13
π^*	1225	477	211	109	63	39	26	18	13
π	2575	1442	848	545	376	274	208	163	131

Основные выводы по базовой модели олигополии с дифференцированным продуктом

1. Увеличение числа фирм на рынке приводит к снижению и выравниванию цен, снижению прибылей фирм (в том числе, суммарной) и их выравниванию, однако даже при большом количестве фирм все они в состоянии получать прибыль, что означает ослабление ценовой конкуренции.
2. Увеличение значения Δ, что означает усиление реакции потребителя на разницу цен ($\Delta \to \infty$ приводит к классической модели Бертрана), ведет к более быстрому снижению и выравниванию цен, сокращению и выравниванию прибылей фирм. В то же время даже при большом, но конечном значении Δ фирмы в состоянии получать прибыль.

«Инверсия фирм»
(дешевая и дорогая фирмы меняются местами)

$$\pi^* = \left(p^*(p_1) - c\right) q^*\left(p_1, p^*(p_1)\right)$$

$$\underline{\pi}^* = \left(\underline{p}^* - c\right)\underline{q}^* = \frac{1}{n}\left(\underline{p}^* - c\right)\left(a - (n\Delta + 1)b\underline{p}^* + n\Delta b p^* - \frac{n\Delta}{n-1} b\left(p^* - p_1\right)\right) \to \max_{\underline{p}^*}$$

$$\underline{p}^* = \frac{a/b + (n\Delta + 1)c + n\Delta p^* - \dfrac{n\Delta}{n-1}\left(p^* - p_1\right)}{2(n\Delta + 1)}$$

$\underline{\pi}^* < \pi^*$ - дешевая фирма защищена от «инверсии» (при низких ценах)

$$\pi_1 = \left(p_1(p^*) - c\right) q_1\left(p_1(p^*), p^*\right)$$

$$\overline{\pi}_1 = \left(\overline{p}_1 - c\right)\overline{q}_1 = \frac{1}{n}\left(\overline{p}_1 - c\right)\left(a + (n\Delta - 1)bp^* - n\Delta b\overline{p}_1\right) \to \max_{\overline{p}_1}$$

$$\overline{p}_1 = \frac{a + (n\Delta - 1)bp^* + bcn\Delta}{2bn\Delta}$$

$\overline{\pi}_1 < \pi_1$ - дорогие фирмы защищены от «инверсии» (при высоких ценах)

Модель «Лидер(1)-последователи(*)»
(равновесие Нэша в двухуровневой игре)

$$\pi_1\left(p_1, p^*\left(p_1\right)\right) = \left(p_1 - c\right) q_1\left(p_1, p^*\left(p_1\right)\right) = \frac{1}{n}\left(p_1 - c\right)\left(a - \left(n\Delta + 1\right) b p_1 + n\Delta b p^*\left(p_1\right)\right)$$

$$\boxed{p^*\left(p_1\right) = \frac{\frac{n-1}{n}\frac{a}{b} + \left(n-1\right)\Delta c + \frac{n\Delta - n + 1}{n} p_1}{n\Delta}}$$

$$\pi_1 = \frac{1}{n}\left(p_1 - c\right)\left(2a - \left(n-1\right)\Delta b p_1 - 2bp_1 + \left(n-1\right)\Delta b c - \frac{a}{n} + \frac{bp_1}{n}\right) \to \max_{p_1}.$$

$$\boxed{p_1 = c + \frac{a/b - c}{2 + n - n\Delta/\left(2n-1\right)}}$$

При $\Delta = 2\left(n-1\right)/n$ и $\Delta = n-1$ существует риск снижения цены конкурентами, следовательно цена будет установлена на максимальном уровне, гарантирующем отсутствие инверсии

Табл. 4. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta \equiv 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p_1	81,9	75,0	70,3	67,1	64,8	63,0	61,6	60,5	59,6
p^*	85,5	77,2	71,9	68,3	65,7	63,7	62,2	61,0	60,0
q_1	42,6	30,6	24,1	19,8	16,8	14,6	12,9	11,5	10,5
q^*	35,5	27,2	21,9	18,3	15,7	13,7	12,2	11,0	10,0
π_1	1360	764	488	338	248	190	150	121	100
π^*	1258	741	479	334	246	189	149	121	100
π	2618	2246	1925	1675	1478	1322	1194	1088	999

Табл. 5. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = 2(n-1)/n$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1,33	1,5	1,6	1,67	1,71	1,75	1,78	1,8
p_1	81,9	70,5	65,0	61,8	59,7	58,3	57,2	56,4	55,7
p^*	85,5	71,8	65,6	62,2	60,0	58,4	57,3	56,5	55,8
q_1	42,6	31,4	24,6	20,2	17,1	14,8	13,1	11,7	10,6
q^*	35,5	29,0	23,4	19,5	16,6	14,5	12,8	11,5	10,4
π_1	1360	646	370	239	167	123	94	74	60
π^*	1258	631	366	237	166	122	94	74	60
π	2618	1908	1469	1189	996	857	751	669	602

Табл. 6. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = n-1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_1	81,9	64,9	58,3	55,2	53,5	52,5	51,9	51,5	51,2
p^*	85,5	65,5	58,4	55,2	53,5	52,6	51,9	51,5	51,2
q_1	42,6	32,9	25,9	21,2	17,9	15,5	13,7	12,1	11,2
q^*	35,5	31,1	25,3	20,9	17,7	15,3	13,5	12,0	10,8
π_1	1360	491	214	110	63	39	26	18	13
π^*	1258	483	213	109	63	39	26	18	13
π	2618	1458	853	546	377	274	208	163	131

Модель «Лидеры(*)-последователь(1)»
(равновесие Нэша в двухуровневой игре)

$$\pi^*\left(p_1\left(p^*\right), p^*\right)=\left(p^*-c\right)q^*\left(p_1\left(p^*\right), p^*\right)=\frac{1}{n}\left(p^*-c\right)\left(a+\left(\frac{n\Delta}{n-1}-1\right)bp_1\left(p^*\right)-\frac{n}{n-1}\Delta bp^*\right)$$

$$\boxed{p_1\left(p^*\right)=\frac{a+\left(n\Delta+1\right)bc+n\Delta bp^*}{2b\left(n\Delta+1\right)}}$$

$$\pi^*=\left(p^*-c\right)\left(\frac{\Delta bc}{2(n-1)}+\frac{a-bc}{2n}+\frac{an\Delta}{2(n-1)(n\Delta+1)}-\frac{\Delta bp^*\left(n\Delta+n+1\right)}{2(n-1)(n\Delta+1)}\right)\to\max_{p^*}$$

$$\boxed{p^*=c+\frac{(a-bc)\left(2n^2\Delta-n\Delta+n-1\right)}{2n\Delta b\left(n\Delta+n+1\right)}}$$

Модель дорогого лидера реализуется только в том случае, если все дорогие фирмы гарантируют сохранение единых цен p^*. Поскольку односторонний отказ от данной стратегии в пользу инверсии при высоких ценах экономически выгоден для каждой отдельной фирмы, подобная ситуация возможна только в результате сговора.

Табл. 7. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p_1	81,2	80,4	79,9	79,6	79,3	79,1	78,9	78,8	78,7
p^*	88,5	94,5	97,4	99,0	100,1	100,8	101,4	101,8	102,1
q_1	46,8	40,6	37,4	35,5	34,2	33,3	32,6	32,0	31,6
q^*	32,1	19,5	14,2	11,2	9,3	7,9	6,9	6,1	5,5
π_1	1457	1236	1121	1050	1002	968	942	922	905
π^*	1235	867	673	550	465	403	356	318	288
π	2692	2971	3140	3251	3330	3388	3433	3469	3498

Табл. 8. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = 2(n-1)/n$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1,33	1,5	1,6	1,67	1,71	1,75	1,78	1,8
p_1	81,2	76,1	73,9	72,7	71,9	71,4	71	70,7	70,4
p^*	88,5	87,8	87,5	87,3	87,2	87,1	87,1	87,0	87,0
q_1	46,8	43,5	41,9	40,9	40,2	39,7	39,3	39,0	38,8
q^*	32,1	20,2	14,7	11,6	9,6	8,2	7,1	6,3	5,6
π_1	1457	1138	1002	927	880	848	824	806	792
π^*	1235	763	552	433	357	303	263	233	209
π	2692	2663	2659	2661	2663	2665	2667	2669	2671

Табл. 9. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = n - 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_1	81,2	70,4	65,1	61,9	59,8	58,3	57,3	56,4	55,7
p^*	88,5	79,3	73,5	69,5	66,6	64,5	62,8	61,5	60,4
q_1	46,8	47,7	48,9	49,9	50,7	51,2	51,7	52,0	52,3
q^*	32,1	21,0	15,3	12,0	9,9	8,4	7,3	6,4	5,8
π_1	1457	974	737	593	497	427	375	334	301
π^*	1235	615	360	234	164	122	93	74	60
π	2692	2203	1816	1531	1319	1156	1028	925	841

Основные выводы по двухуровневым моделям

1. «Дешевый лидер», повышая цену, увеличивает прибыль, но еще сильнее свои прибыли увеличивают последователи. Если же последователи каким-то образом в состоянии сигнализировать лидеру о своем нежелании бороться за дешевый ценовой сегмент (гарантируют отсутствие инверсии), то их прибыли увеличиваются еще существеннее.
2. Модель «дорогих лидеров» реализуется только при сговоре. При этом лидеры могут существенно поднять цены – тем сильнее, чем слабее реакция потребителя на разницу цен. Если в модели «дешевого лидера» при большом числе фирм цены и продажи практически полностью совпадали с исходным равновесием Нэша, то здесь наблюдается существенное различие.
3. Последователь получает большую (и в данном случае существенно большую) прибавку к прибыли, чем лидеры. Разница достигает нескольких раз.
4. При относительно слабой реакции потребителей на разницу цен в модели «дорогих лидеров» возможно увеличение суммарной прибыли при увеличении количества фирм. Это, в частности, является сигналом экономической целесообразности дробления крупных компаний на несколько мелких. Доля дешевой фирмы на рынке при этом снижается.

Картель

$$p_i=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+c\right),\quad q_i=\frac{1}{2n}(a-bc),\quad i=1,\dots,n.$$

$$\boxed{p=105,\quad \pi=3025,\quad q_i=55/n,\ i=1,\dots,n}$$

Ценовая дискриминация

$$\pi(p_1,\dots,p_n)=\pi_1(p_1,\dots,p_n)+\dots+\pi_n(p_1,\dots p_n)=(p_1-c)q_1+\dots+(p_n-c)q_n=$$

$$=\frac{1}{n}(p_1-c)\left(a-(n\Delta+1)bp_1+\frac{n\Delta}{n-1}b(p_2+\dots+p_3)\right)+$$

$$+\frac{1}{n}(p_2-c)\left(a+\left(\frac{n\Delta}{n-1}-1\right)bp_1+\frac{n\Delta}{n-1}b(p_3+\dots+p_n)-n\Delta bp_2\right)+\dots+$$

$$+\frac{1}{n}(p_n-c)\left(a+\left(\frac{n\Delta}{n-1}-1\right)bp_1+\frac{n\Delta}{n-1}b(p_2+\dots+p_{n-1})-n\Delta bp_n\right)\to\max_{p_1,\dots,p_n}.$$

$$p_1=\frac{\frac{a}{b}+nc+(2n\Delta-n+1)p^*}{2(n\Delta+1)},\quad p^*=\frac{\frac{a}{b}(n-1)+(2n\Delta-n+1)p_1}{2n\Delta}$$

$$\boxed{p^*=\frac{\frac{a}{b}\left(2n^2\Delta+n-1\right)+c\left(2n^2\Delta-n^2+n\right)}{4n^2\Delta-n^2+2n-1}}$$

Табл. 11. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta \equiv 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p_1	101,3	98,1	96,0	94,5	93,4	92,6	92,0	91,5	91,0
p^*	116,0	118,8	120,0	120,7	121,2	121,5	121,7	121,9	122,1
q_1	44,0	41,3	40,0	39,3	38,8	38,5	38,3	38,1	37,9
q^*	14,7	10,3	8,0	6,5	5,5	4,8	4,3	3,8	3,4
π_1	2259	1985	1840	1749	1687	1641	1606	1579	1556
π^*	968	709	560	463	395	344	305	274	249
π	3227	3403	3520	3601	3661	3706	3741	3770	3793

Табл. 12. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = 2(n-1)/n$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	1,33	1,5	1,6	1,67	1,71	1,75	1,78	1,8
p_1	101,3	100,0	99,3	98,9	98,6	98,4	98,2	98,1	98,0
p^*	116,0	115,0	114,5	114,2	114,0	113,8	113,7	113,6	113,5
q_1	44,0	40,0	37,9	36,7	35,8	35,2	34,7	34,4	34,1
q^*	14,7	10,0	7,6	6,1	5,1	4,4	3,9	3,4	3,1
π_1	2259	2000	1870	1793	1741	1704	1676	1654	1637
π^*	968	650	489	392	327	281	246	219	197
π	3227	3300	3338	3361	3377	3388	3396	3403	3408

Табл. 13. Основные экономические показатели фирм в зависимости от их числа. $\Delta = n - 1$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_1	101,3	101,8	102,3	102,7	103,0	103,3	103,5	103,6	103,7
p^*	116,0	111,5	109,5	108,4	107,8	107,3	107,0	106,7	106,5
q_1	44,0	38,8	36,1	34,4	33,2	32,4	31,8	31,3	30,9
q^*	14,7	9,7	7,2	5,7	4,7	4,1	3,5	3,1	2,8
π_1	2259	2010	1886	1812	1762	1727	1700	1679	1663
π^*	968	597	429	335	274	232	201	178	159
π	3227	3203	3174	3151	3134	3121	3110	3102	3095

Основные выводы по модели с ценовой дискриминацией

1. Суммарные прибыли фирм больше монопольных, и разница тем больше, чем слабее реакция потребителя на разницу цен.
2. При слабой и средней степени реакции потребителя на разницу цен увеличение числа фирм в состоянии даже повысить их суммарные прибыли. Более того, увеличение до определенного предела количества фирм может увеличить и оптимальные цены всех продавцов на рынке, кроме самого дешевого. Объяснение простое: при большом количестве торговых точек и их удобном расположении покупатель не покупает продукцию в самом дешевом месте.
3. При слабой реакции потребителя на разницу цен увеличение числа фирм приводит к увеличению разницы цен в них. Если же потребитель значимо реагирует на цену, то при увеличении числа фирм цены быстро выравниваются, и ситуация становится очень похожей на случай картельных соглашений.

Возможные направления дальнейших исследований

1. **Исследование других стратегий фирм**, кроме максимизация прибыли в зависимости от цен конкурентов (одноуровневая игра) или с учетом ожидания их реакций (двухуровневая игра). В частности, фирмы могут принимать в расчет вероятность инверсии со стороны конкурентов. Оптимальный выбор в этом случае должен отличаться от представленных вариантов.

2. **Изучение моделей со сговором** (лидеры – последователь, картель, максимизация прибыли на основе ценовой дискриминации), в которых принимаемое решение зависит от того, насколько вероятно нарушение частью фирм договорных условий.

3. **Исследование случая различных издержек производства.**

Стратегическое взаимодействие фирм, действующих по Курно, и ценополучателей

Попытка объединения в рамках одной модели стратегий количественной и ценовой олигополии (price-makers + price-takers).

Стратегии поведения:

1. «Курно» – оптимальный объем в зависимости от поставок конкурентов.
2. «Ценополучатель» – оптимальный объем в зависимости от сложившейся на рынке цены, из условия $p = MC$.

Причины использования стратегии «ценополучатель»:

1) Фирме неизвестны отраслевой спрос и функции издержек конкурентов;
2) Фирма не задумывается о своем влиянии на параметры равновесия.

«Недальновидное» поведение «ценополучателей» заведомо приводит к сокращению прибылей, если происходит в одностороннем порядке. Однако стратегические конкуренты подстраиваются…

Формализация модели

1. Линейный спрос $p = a - bQ$.
2. n одинаковых фирм с издержками $TC(q) = dq^2 + cq + f$.
3. k стратегических фирм, действующих по Курно и m ценополучателей.

Ценополучатели:

$$\pi_m = pq_m - dq_m^2 - cq_m - f \to \max_{q_m}, \qquad p - 2dq_m - c = 0, \qquad a - bmq_m - bkq_k - c - 2dq_m = 0,$$

$$q_m = \frac{a - bkq_k - c}{mb + 2d}.$$

Стратегические фирмы:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = (a - b(q_i + (k-1)q_k + mq_m))q_i - dq_i^2 - cq_i - f \to \max_{q_i},$$

$$a - 2bq_k - (k-1)bq_k - mbq_m - 2dq_k - c = 0,$$

$$q_k = \frac{a - c - mbq_m}{(k+1)b + 2d}.$$

Равновесие и его свойства:

При фиксированном числе фирм $n = m + k$

$$q_k = \frac{a-c}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}, \quad q_m = \frac{(a-c)(1+b/2d)}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d} = q_k\left(1+\frac{b}{2d}\right).$$

$$Q = \frac{a-c}{b}\left(1 - \frac{b+2d}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}\right)$$

Свойство 1.

Оптимальные объемы поставок ценополучателей превышают объемы поставок фирм, действующих по Курно в фиксированное число раз, не зависящее от числа тех и других фирм, и определяющееся только параметрами функций спроса и издержек, а именно, соотношением коэффициентов b и d.

Свойство 2.

При фиксированном количестве фирм на рынке переход части из них в ценополучатели сокращает поставки каждой из них, увеличивает суммарные поставки продукции и роняет цены.

Сравнение ценополучателя и лидера по Штакельбергу

Последователи:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = \left(a - bq_0 - bq_i - (k-1)bq_k\right)q_i - dq_i^2 - cq_i - f \to \max_{q_i},\quad q_k = \frac{a-c-bq_0}{(k+1)b+2d}.$$

Единственный лидер:

$$\pi_0 = pq_0 - dq_0^2 - cq_0 - f = \left(a - bq_0 - kb\frac{a-c-bq_0}{(k+1)b+2d}\right)q_0 - dq_0^2 - cq_0 - f \to \max_{q_0},\quad q_0 = \frac{(a-c)(1+b/2d)}{(k+3)b+2d+b^2/d}.$$

Ценополучатель:

$$q_m(2;k) = \frac{(a-c)(1+b/2d)}{(k+3)b+2d+b^2/d} = q_0(1;k),\qquad q_m(1;k) > q_m(2;k) = q_0(1;k).$$

Свойство 3.

При наличии на рынке единственного ценополучателя его объем поставок всегда превышает оптимальный для лидера по Штакельбергу. В то же время прибыли могут как превышать исходные прибыли Курно-конкурентов, так и быть меньше их (в последнем случае становиться ценополучателем невыгодно).

Выгодно ли быть ценополучателем?

Прибыли стратегических фирм и ценополучателей:

$$\pi_k = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f, \qquad \pi_m = \frac{(a-c)^2\left(b+d+b^2/4d\right)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f.$$

Базовый вариант:

$$q_k(0;n) = \frac{a-c}{(n+1)b+2d}, \qquad \pi_k(0;n) = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d\right)^2} - f.$$

Разность прибылей:

$$\pi_m(m;k) - \pi_k(0;m+k) = \left(\frac{(a-c)^2\left(b+d+b^2/4d\right)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f\right) - \left(\frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d\right)^2} - f\right).$$

$$\pi_m(m;k) - \pi_k(0;m+k) = (a-c)^2\left(\frac{\left(x+b^2/4d\right)}{\left(y+mb^2/2d\right)^2} - \frac{x}{y^2}\right), \quad x = b+d, \quad y = (n+1)b+2d.$$

Свойство 4.

На выгодность или невыгодность перехода фирм в число ценополучателей не влияют коэффициенты *a*, *c*, *f*, однако влияет соотношение коэффициентов *b* и *d*, число фирм на рынке *n* и число ценополучателей *m*.

Выгодно ли быть ценополучателем?

$$\pi_m(m;k)-\pi_k(0;m+k)=$$

$$=C_1\left(xy^2+\frac{b^2y^2}{4d}-xy^2-\frac{mb^2xy}{d}-\frac{m^2b^4x}{4d^2}\right)=\frac{C_1}{4d^2}\left(b^2dy^2-4mb^2dxy-m^2b^4x\right)=$$

$$=\frac{C_1}{4d^2}\left(b^2dy^2-4mb^2dxy-m^2b^4x=b^2d\left((n+1)b+2d\right)^2-4mb^2d(b+d)\left((n+1)b+2d\right)-m^2b^4(b+d)\right)=$$

$$=\frac{C_1}{4d^2}\left(b^2d^3\underset{<0}{(4-8m)}+b^3d^2\underset{<0}{\left(4(n+1)-4m(n+1)-8m\right)}+b^4d\underset{<0,\,>0}{\left((n+1)^2-m^2-4m(n+1)\right)}\underset{<0}{-m^2b^5}\right).$$

Предположение *b* = 2*αd*:

$$\pi_m(m;k)-\pi_k(0;m+k)=$$

$$=C_2\left(4\alpha^2(4-8m)+8\alpha^3\left(4(n+1)-4m(n+1)-8m\right)+16\alpha^4\left((n+1)^2-m^2-4m(n+1)\right)-32\alpha^5m^2\right)=$$

$$=\frac{C_2}{16\alpha^2}\left(\alpha^2\left((n+1)^2-m^2-4m(n+1)\right)-2\alpha^3m^2-2\alpha\left(2m+m(n+1)-(n+1)\right)-(2m-1)\right)=$$

$$=\frac{C_2}{16\alpha^2}f(\alpha).$$

Исследование функции $f(\alpha)$

$$f(\alpha)=\alpha^2\left((n+1)^2-m^2-4m(n+1)\right)-2\alpha^3m^2-2\,\alpha\left(2m+m(n+1)-(n+1)\right)-(2m-1).$$

$$f'(\alpha)=2\alpha\left((n+1)^2-m^2-4m(n+1)\right)-6\alpha^2m^2-2\left(2m+m(n+1)-(n+1)\right).$$

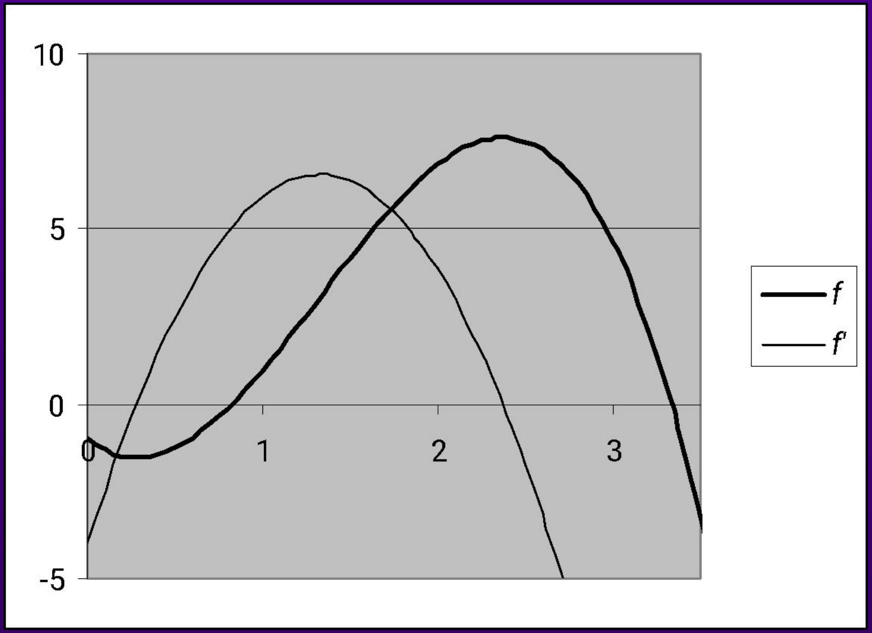
Вершина параболы: $\alpha_0=\dfrac{(n+1)^2-m^2-4m(n+1)}{6m^2}.$

$f'(0)=-2\left(2m+(m-1)(n+1)\right)<0,\quad f(0)=-(2m-1)<0.$

$(n+1)^2-m^2-4m(n+1)<0 \quad\Rightarrow$

ценополучателем становиться невыгодно ни при каком соотношении параметров!

При слабо положительных значениях α функция $f(\alpha)$ убывает, достигая локального минимума, а затем начинает возрастать. При достаточно больших значениях n она выходит в положительную область.



Типичный вид $f(\alpha)$ и $f'(\alpha)$

Выгодно ли быть ценополучателем?

Вероятность того, что ценополучателем становиться выгодно, невелика, но, как правило, увеличивается при росте параметров n и b, а также уменьшении параметров m и d. То есть ценополучателем выгодно быть на большом рынке с неэластичным спросом и большим числом фирм, издержки которых растут медленно. Ценополучателей при этом должно быть мало, в идеале – единственный.

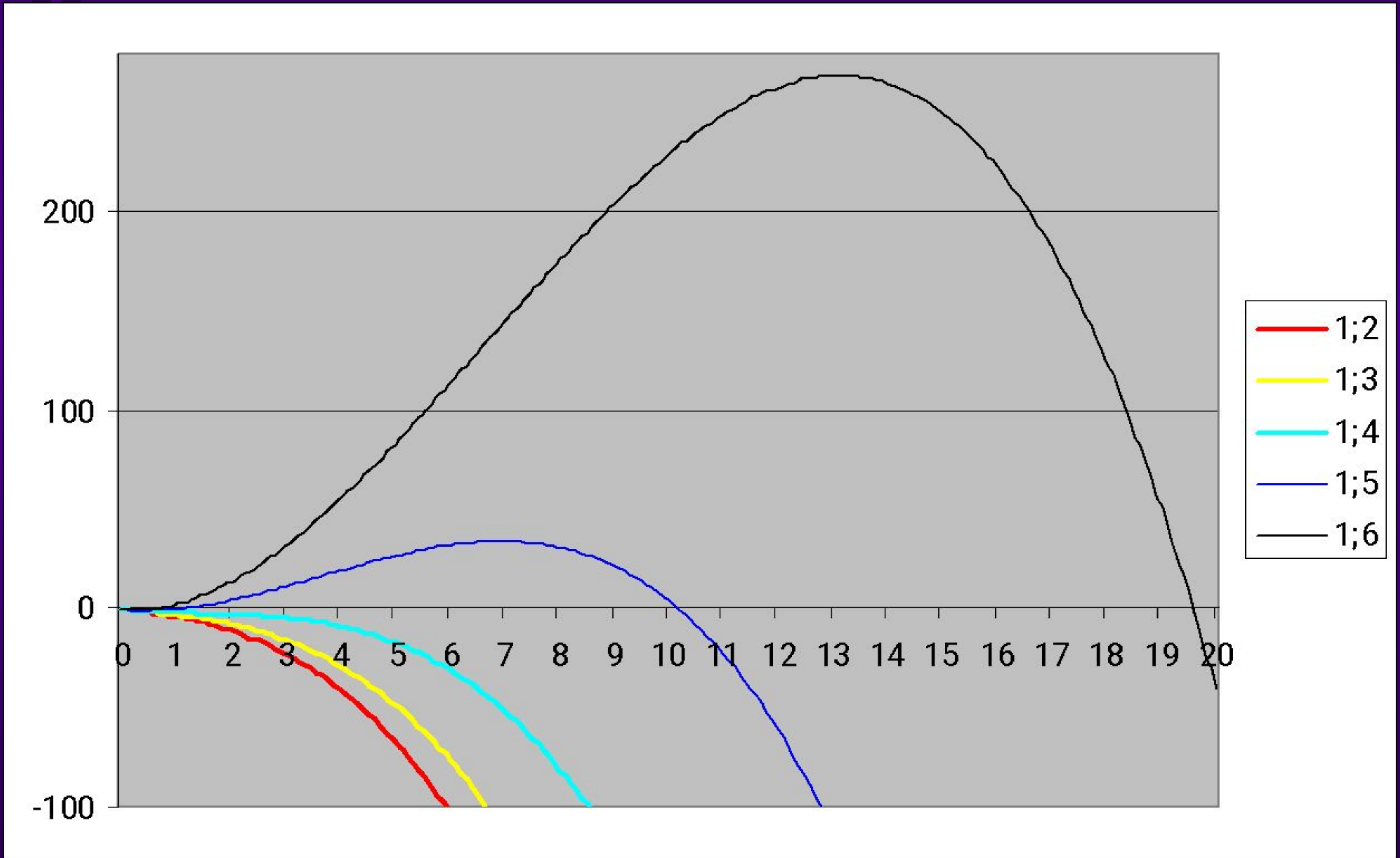
Свойство 5.

При любом фиксированном числе ценополучателей m есть такое суммарное количество фирм n_0, что при $n \geq n_0$ существует диапазон $\alpha \in [\alpha_{\min}; \alpha_{\max}]$, в котором при $b = 2\alpha d$ ценополучателем становиться выгоднее, чем быть стратегической фирмой. Диапазон асимметрично (сильнее вправо) расширяется при росте n.

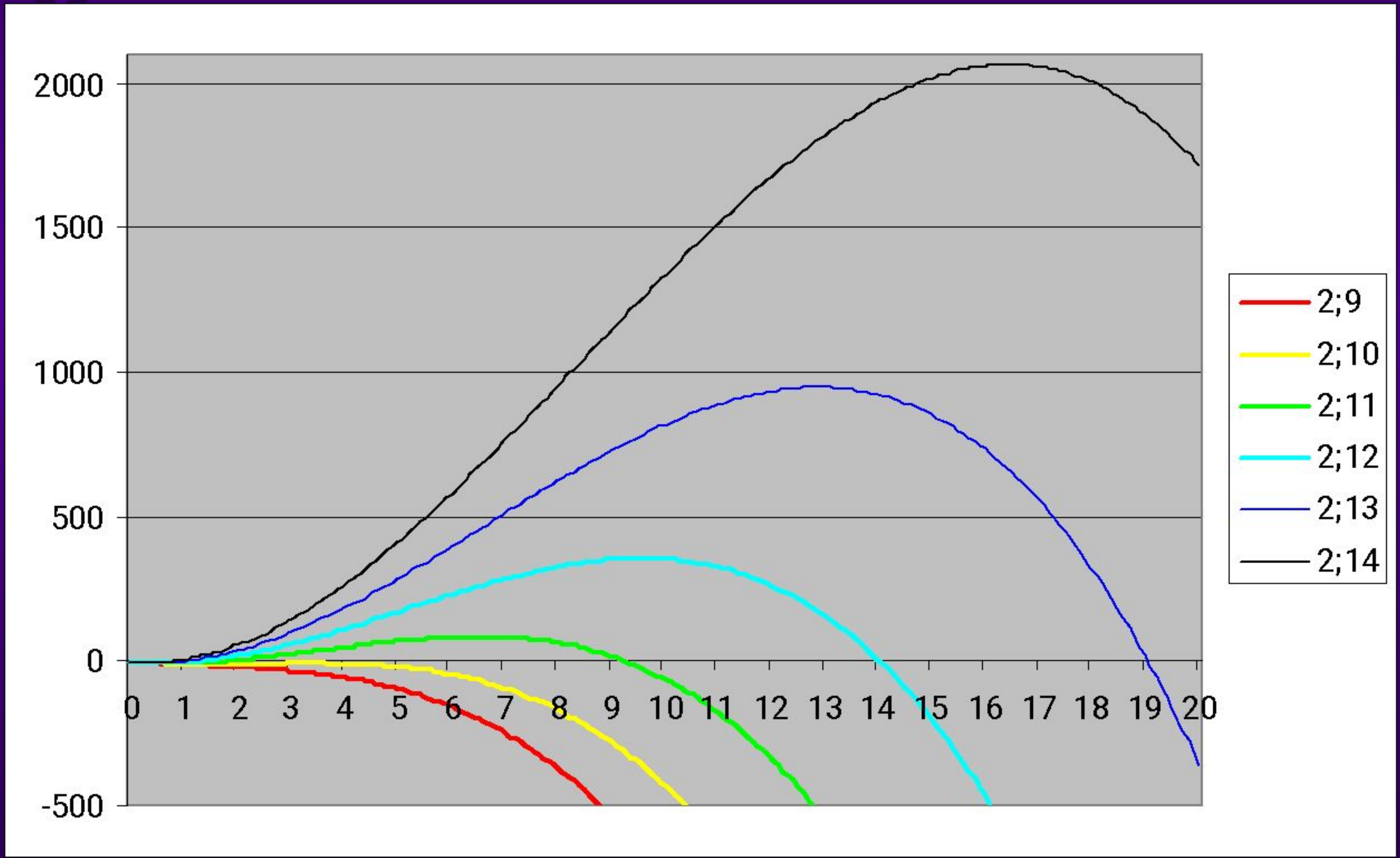
Единственный ценополучатель: $\boldsymbol{n_0=5}$.

Два ценополучателя: $\boldsymbol{n_0=11}$.

f (α) для случая единственного ценополучателя



f (*α*) для случая двух ценополучателей



Спасибо за внимание!

http://math.isu.ru/filatov,
http://polnolunie.baikal.ru/me,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com