

Оптимизационное моделирование в экономике

Храмова Е.И.
учитель информатики
гимназии №1 г. Балаково

В сфере управления сложными системами (например, в экономике) применяется оптимизационное моделирование, в процессе которого осуществляется поиск наиболее оптимального пути развития системы.

Критерием оптимальности могут быть различные параметры: максимальное количество выпускаемой продукции, ее низкая себестоимость.

Целевая функция

Развитие сложных систем зависит от многих факторов (параметров). Выражением такой зависимости является целевая функция

$$K = F(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

где K – значение целевого параметра;

X_1, X_2, \dots, X_n – параметры, влияющие на развитие системы.

Цель исследования – нахождение экстремума функции и определение значений параметров, при которых этот экстремум достигается.

Задачи линейного программирования

Целевая функция может быть нелинейной, и тогда она имеет экстремумы.

Линейная функция экстремумов не имеет. Задача поиска оптимального решения приобретает смысл только при наличии определенных ограничений на параметры. Если эти ограничения также имеют линейный характер, то такие задачи называются *задачами линейного программирования*.

Задача

На некотором предприятии могут выпускать изделия двух видов (например, мотоциклы и велосипеды). В силу ограниченности возможностей сборочного цеха в нем могут собирать за день либо 25 мотоциклов (если не собирать вообще велосипеды), либо 100 велосипедов (если не собирать вообще мотоциклы), либо какую-нибудь комбинацию тех и других, определяемую приемлемыми трудозатратами. Склад может принять не более 70 изделий любого вида в сутки. Известно, что мотоцикл стоит в 2 раза дороже велосипеда. Требуется найти такой план выпуска продукции, который обеспечил бы предприятию наибольшую выручку.

Построение математической модели

Обозначим число выпускаемых в день мотоциклов – x , велосипедов – y . Пусть t_1 – время (в часах), уходящее на производство одного мотоцикла, а t_2 – одного велосипеда. По условию задачи $t_1 = 4t_2$. Если завод работает круглосуточно, то при одновременном выпуске обоих изделий

$$t_1 \cdot x + t_2 \cdot y \leq 24,$$

или

$$4t_2 \cdot x + t_2 \cdot y \leq 24, \quad 4x + y \leq \frac{24}{t_2}.$$

$\frac{24}{t_2}$ – максимальное число производимых в день велосипедов, равно 100.

Ограничения на параметры

Возможности производства определяет условие:

$$4x + y \leq 100.$$

Еще одно условие – *ограниченная емкость склада*:

$$x + y \leq 70.$$

Определение целевой функции

Обозначим цену мотоцикла a_1 (руб.), цену велосипеда – a_2 (руб.). По условию $a_1 = 2 a_2$.

Общая цена дневной продукции:

$$S = a_1 \cdot x + a_2 \cdot y = 2a_2 \cdot x + a_2 \cdot y = a_2 \cdot (2x + y).$$

Так как a_2 – заданная положительная константа, то наибольшего значения следует добиваться от величины

$$**f = 2x + y.**$$

Это и будет **целевая функция.**

Математическая модель решения задачи

Среди неотрицательных целочисленных решений системы линейных неравенств

$$\begin{cases} 4x + y \leq 100 \\ x + y \leq 70 \end{cases}$$

найти такое, которое соответствует максимуму линейной функции

$$f = 2x + y.$$

Компьютерное моделирование

Выделите ячейки B2, C2 для значения параметров x и y . В ячейку B4 введите формулу вычисления целевой функции. В ячейку B7 введите формулу вычисления ограничения на объем производства, в ячейку B8 – ограничения емкости склада.

В режиме отображения формул фрагмент таблицы Excel имеет вид:

	A	B	C
1		x	y
2	параметры:	0	0
3			
4	целевая функция:	=2*B2+C2	
5			
6	ограничения:		
7	возможности производства	=4*B2+C2	
8	емкость склада	=B2+C2	

Исследование модели

Воспользуемся надстройкой электронных таблиц *Поиск решения*.

1. Активизируйте надстройку – команда *Сервис – Надстройки*. На диалоговой панели установить флажок перед элементом списка *Поиск решения*.

2. Ввести команду *Сервис – Поиск решения*.

3. На появившейся диалоговой панели установить следующие параметры:

вариант оптимизации
значения целевой ячейки

адрес целевой ячейки

адреса ячеек,
значения которых
изменяются в
поиске решения (в
которых хранятся
значения
параметров)

ограничения.

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

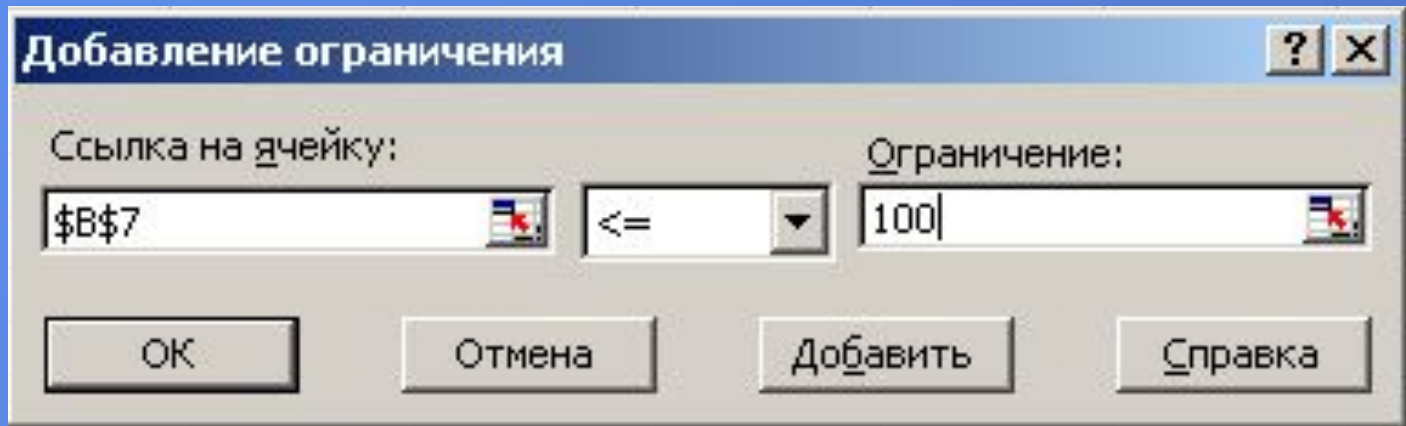
Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

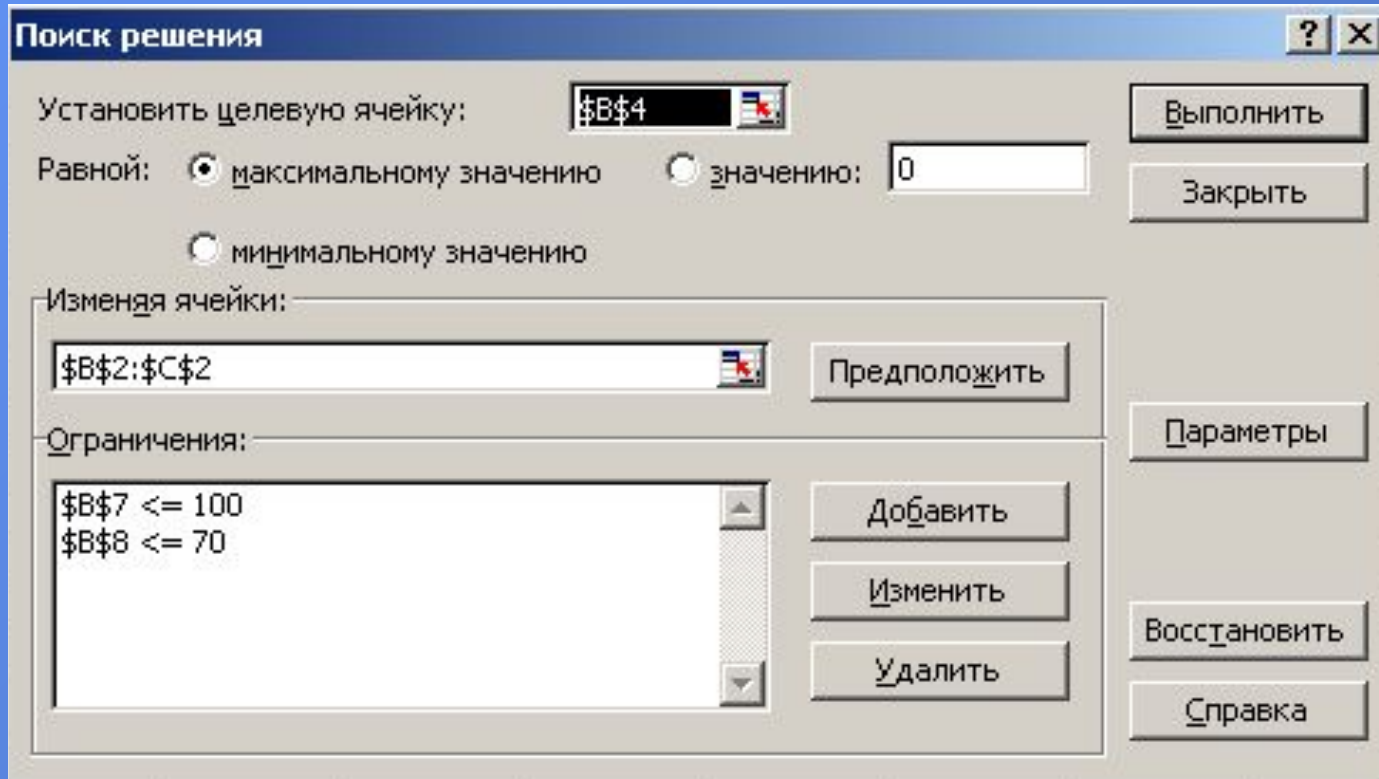
Для ввода ограничений щелкнуть по кнопке *Добавить*, появится диалоговое окно, в котором необходимо задать соответствующие параметры.



Нажмите *ОК* после заполнения всех полей. Вы снова вернетесь в диалоговое окно *Поиск решения*.

Добавьте еще одно ограничение.

Все введенные ограничения появляются в соответствующем поле.



Поиск решения [?] [X]

Установить целевую ячейку: [icon]

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

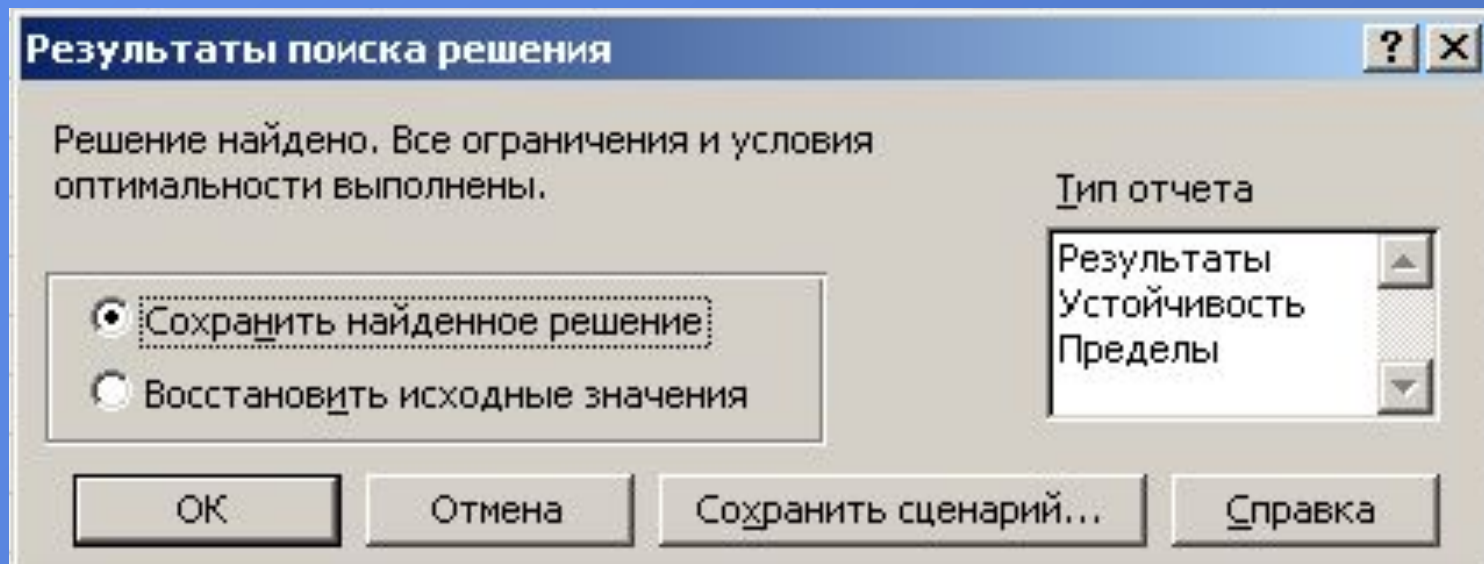
Изменяя ячейки: [icon]

Ограничения: [icon]

Далее щелкните по кнопке *Выполнить*.

Получение результата

В появившемся окне выберите пункт *Сохранить найденное решение*. Нажмите *ОК*.



Получили решение: целевая функция достигает максимального значения 80 при значениях $x = 10$, $y = 60$.

	А	В	С
1		x	y
2	параметры:	10	60
3			
4	целевая функция:	80	
5			
6	ограничения:		
7	возможности производства	100	
8	емкость склада	70	

Следовательно, наибольшая выручка достигается предприятием при производстве 10 мотоциклов и 60 велосипедов в день.