

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Математическая модель - это способ описания реальной жизненной ситуации (задачи) с помощью математического языка.

Составить математическую модель - это значит записать условие задачи в виде совокупности (системы) уравнений, неравенств, функций и т.д. в строгом соответствии тексту задачи.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1. Проанализировать *явную, открытую информацию* задачи. Числа, значения и т.п.
2. Выявить *скрытую информацию* задачи. Это текст, который предполагает наличие дополнительных знаний .
3. Выявить *связь данных между собой*. Эта связь может быть дана открытым текстом (что-то равно чему-то), а может быть и скрыта за простыми словами.

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Целевая функция

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max(\min)$$

Система ограничений

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq (\geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq (\geq) b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq (\geq) b_m \end{array} \right.$$

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ПРИМЕР. Фирма выпускает два вида древесно-стружечных плит - обычные и улучшенные. При этом производится две основные операции - прессование и отделка. Требуется указать, какое количество плит каждого типа можно изготовить в течение месяца так, чтобы обеспечить максимальную прибыль при следующих ограничениях на ресурсы (материал, время, затраты).

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Затраты	Партия из 100 плит		Имеющиеся ресурсы на месяц
	обычных	улучшенных	
Материал (усл.ед.)	3	5	55
Время на прессование (часы)	1	5	45
Время на отделку (часы)	5	2	60
Средства (деньги)	70	60	1500
Прибыль	5	6	

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

РЕШЕНИЕ. Пусть

x_1 - количество партий обычных плит;

x_2 - количество партий улучшенных плит.

Необходимые материалы

Материал (кв.м): $3x_1 + 5x_2 \leq 55$

Время на прессование $x_1 + 5x_2 \leq 45$

Время на отделку $5x_1 + 2x_2 \leq 60$

Средства $70x_1 + 60x_2 \leq 1500$

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ (ПРИБЫЛЬ)

$$F(X) = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

Математическая модель:

$$F(X) = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ x_1 + 5x_2 \leq 45 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 70x_1 + 60x_2 \leq 1500 \end{array} \right.$$

ПРИМЕР

Известно, что содержание трех питательных веществ А, В и С в рационе питания должно быть не менее 90, 70 и 90 единиц соответственно. Указанные питательные вещества содержат два вида продуктов. Содержание единиц питательных веществ в одном килограмме каждого из видов продуктов приведено в таблице.

Цены 1 кг продуктов вида I и II соответственно равны 10 и 12-ти условным единицам. Определите дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ, при минимальных денежных затратах.

ПРИМЕР

Питательное вещество	Количество единиц питательных веществ в одном кг продуктов	
	I	II
A	3	1
B	1	1
C	1	2

ПРИМЕР

РЕШЕНИЕ. Пусть

x_1 – количество продукта I в рационе (в кг);

x_2 – количество продукта II в рационе (в кг).

Целевая функция – стоимость рациона

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

ПРИМЕР

Ограничения – условия на содержание питательных веществ:

$$A: \quad 3x_1 + x_2 \geq 90$$

$$B: \quad x_1 + x_2 \geq 70$$

$$C: \quad x_1 + 2x_2 \geq 90$$

ПРИМЕР

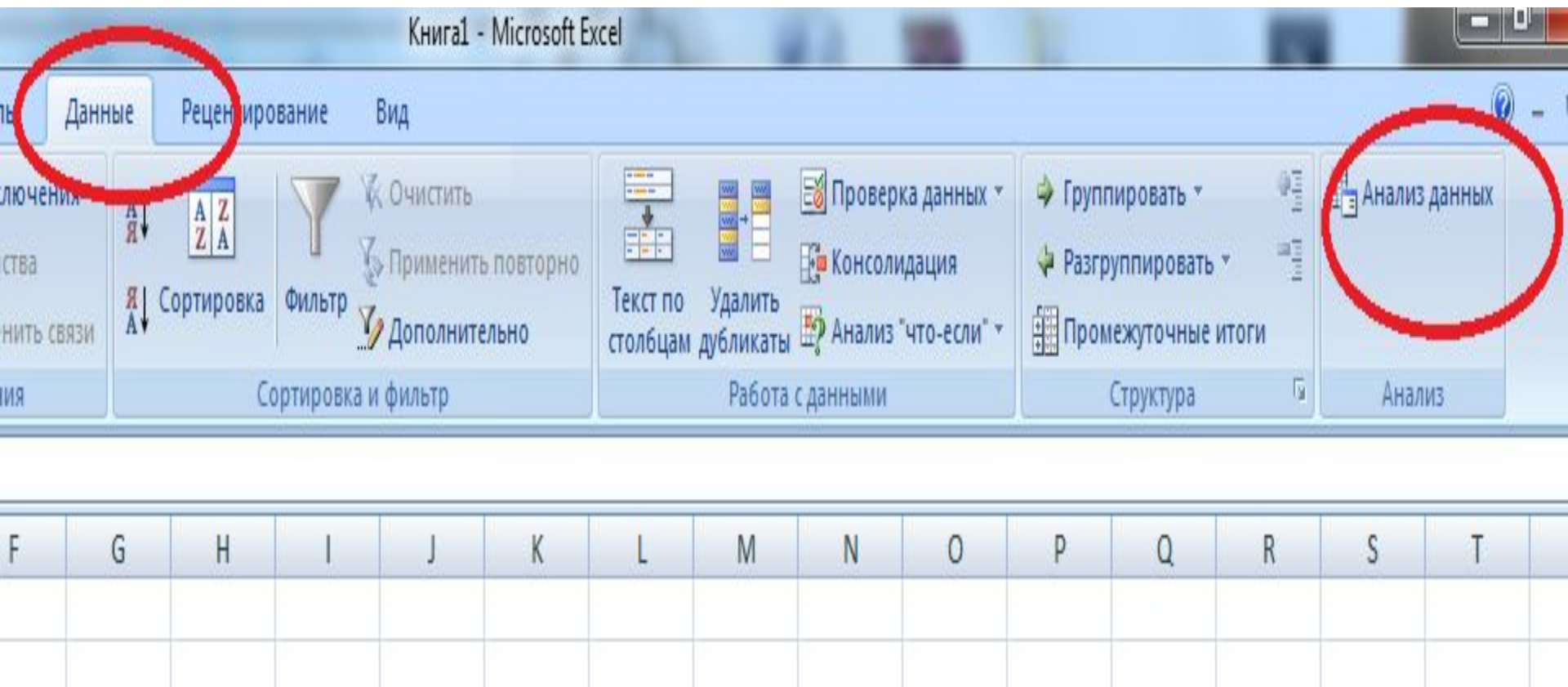
Математическая модель:

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

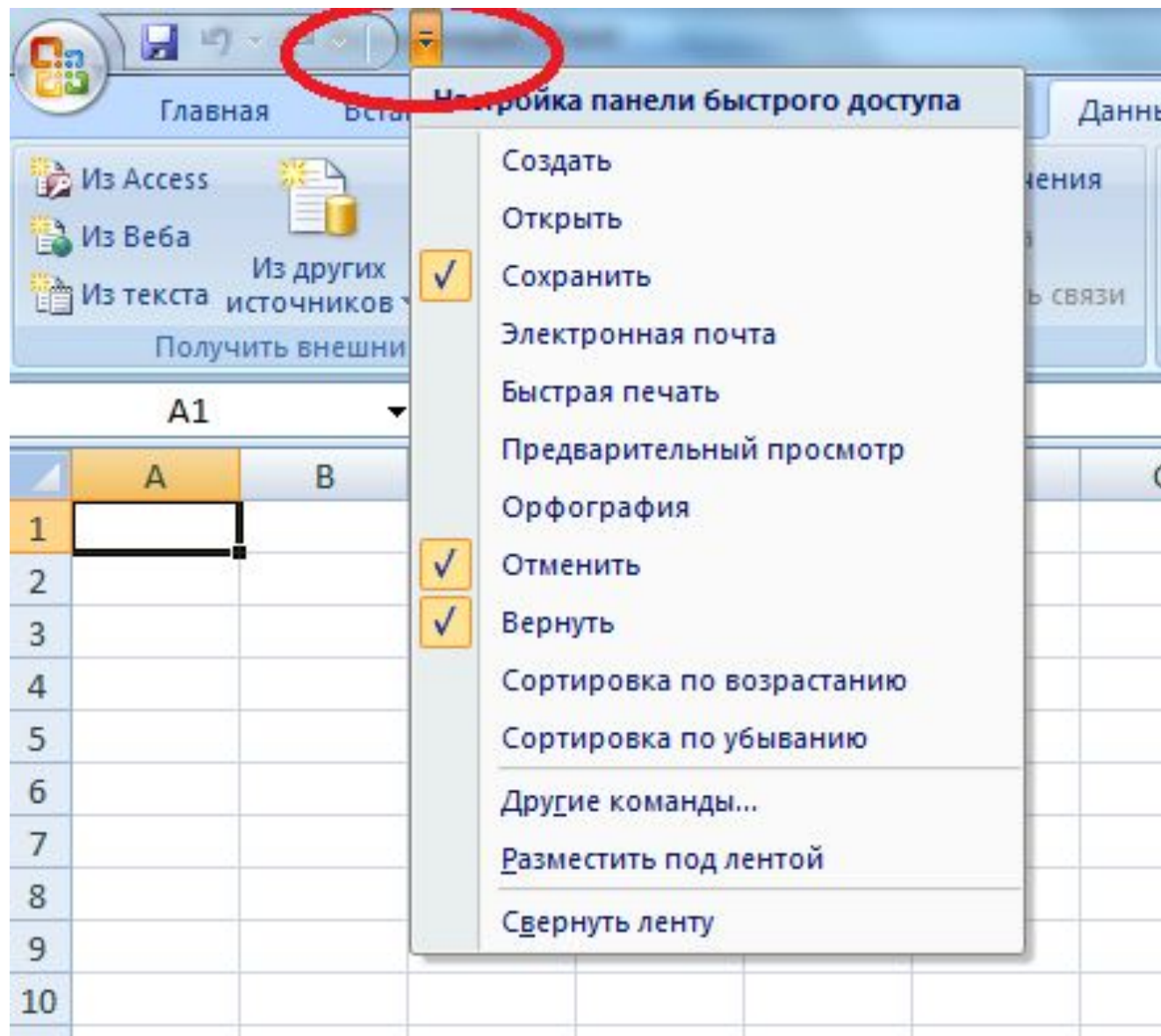
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Решение задач в EXCEL

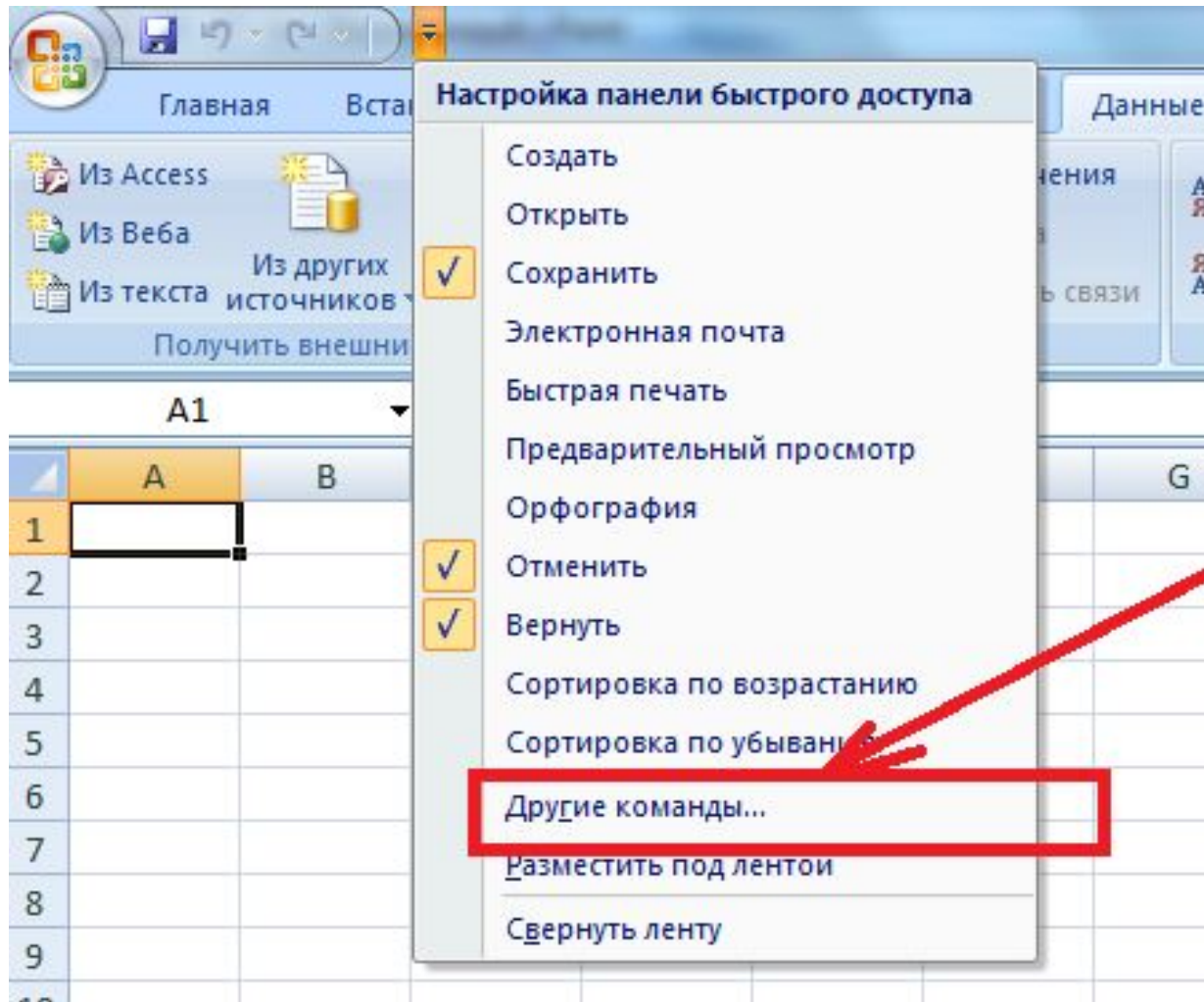
активация функции Поиск решения



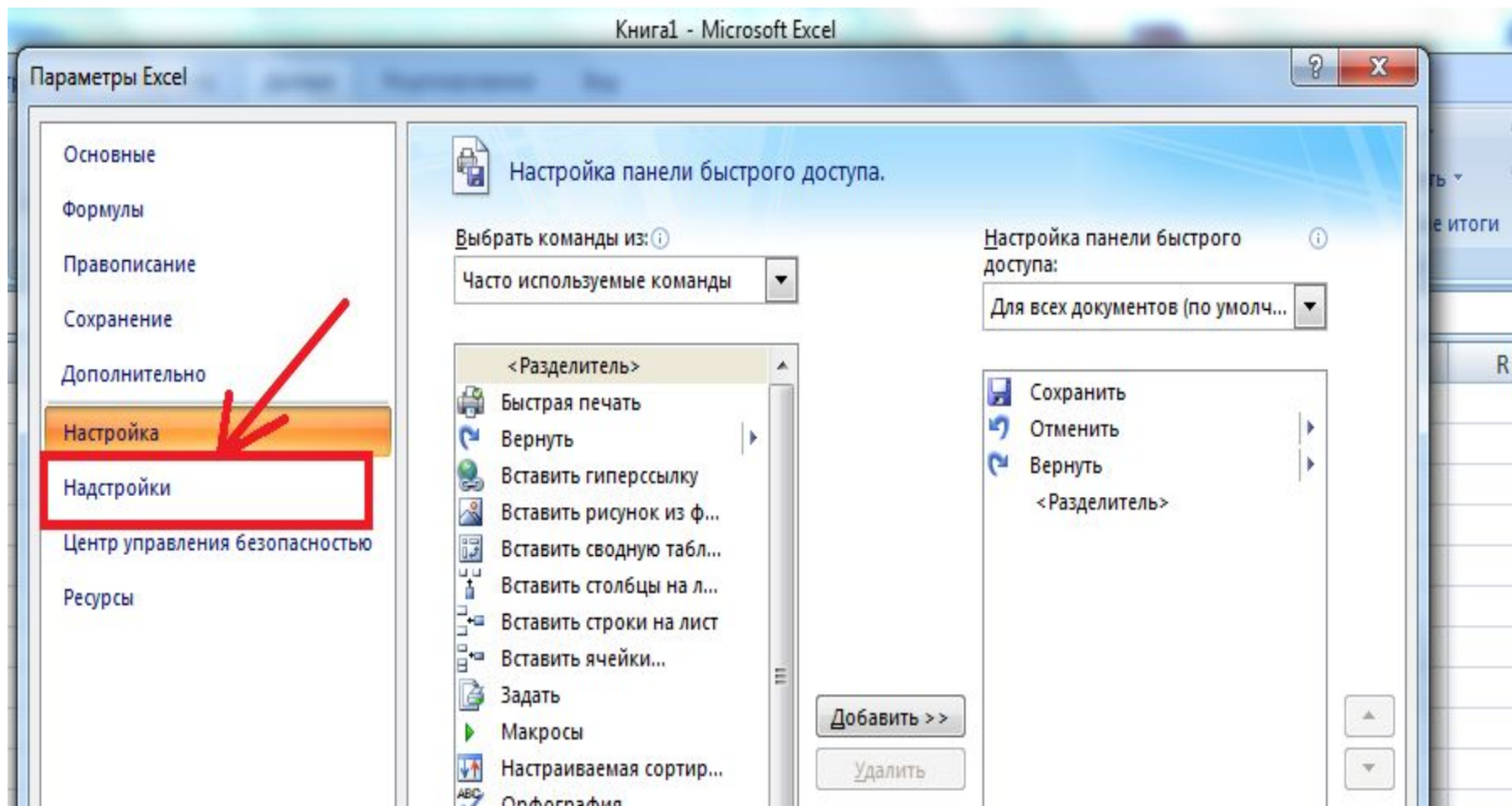
Окно Настройка панели быстрого доступа



Другие команды



Надстройки



ПЕРЕЙТИ

Сохранение

Дополнительно

Настройка

Надстройки

Центр управления безопасностью

Ресурсы

Имя	Расположение	Тип
Активные надстройки приложений		
Analysis ToolPak - VBA	C:\...PVBAEN.XLAM	Надстройка Excel
VBA для помощника по Интернету	C:\...ry\HTML.XLAM	Надстройка Excel
Пакет анализа	C:\...ANALYS32.XLL	Надстройка Excel
Неактивные надстройки приложений		
Дата (списки смарт-тегов)	C:\...ag\MOFL.DLL	Смарт-тег
Имя (получатели сообщений Outlook)	C:\...g\FNAME.DLL	Смарт-тег
Инструменты для евро	eurotool.xlam	Надстройка Excel
Колонтитулы	C:\...\OFFRHD.DLL	Инспектор документа
Мастер подстановок	lookup.xlam	Надстройка Excel
Мастер суммирования	sumif.xlam	Надстройка Excel
Настраиваемые XML-данные	C:\...\OFFRHD.DLL	Инспектор документа
Невидимое содержимое	C:\...\OFFRHD.DLL	Инспектор документа
Поиск решения	C:\...R\solver.xlam	Надстройка Excel
Скрытые листы	C:\...\OFFRHD.DLL	Инспектор документа
Скрытые строки и столбцы	C:\...\OFFRHD.DLL	Инспектор документа
Надстройки, связанные с документами <i>Отсутствуют надстройки, связанные с документами</i>		
Отключенные надстройки приложений		

Надстройка: Analysis ToolPak - VBA
Издатель:
Расположение: C:\Program Files (x86)\Microsoft Office\Office12\Library\Analysis\ATPVBAEN.XLAM
Описание: Функции VBA для работы пакета анализа

Управление: Надстройки Excel ▼ **Перейти...**

OK Отмена

Надстройки



Доступные надстройки:

- Analysis ToolPak - VBA
- VBA для помощника по Интернету
- Инструменты для евро
- Мастер подстановок
- Мастер суммирования
- Пакет анализа
- Поиск решения

OK

Отмена

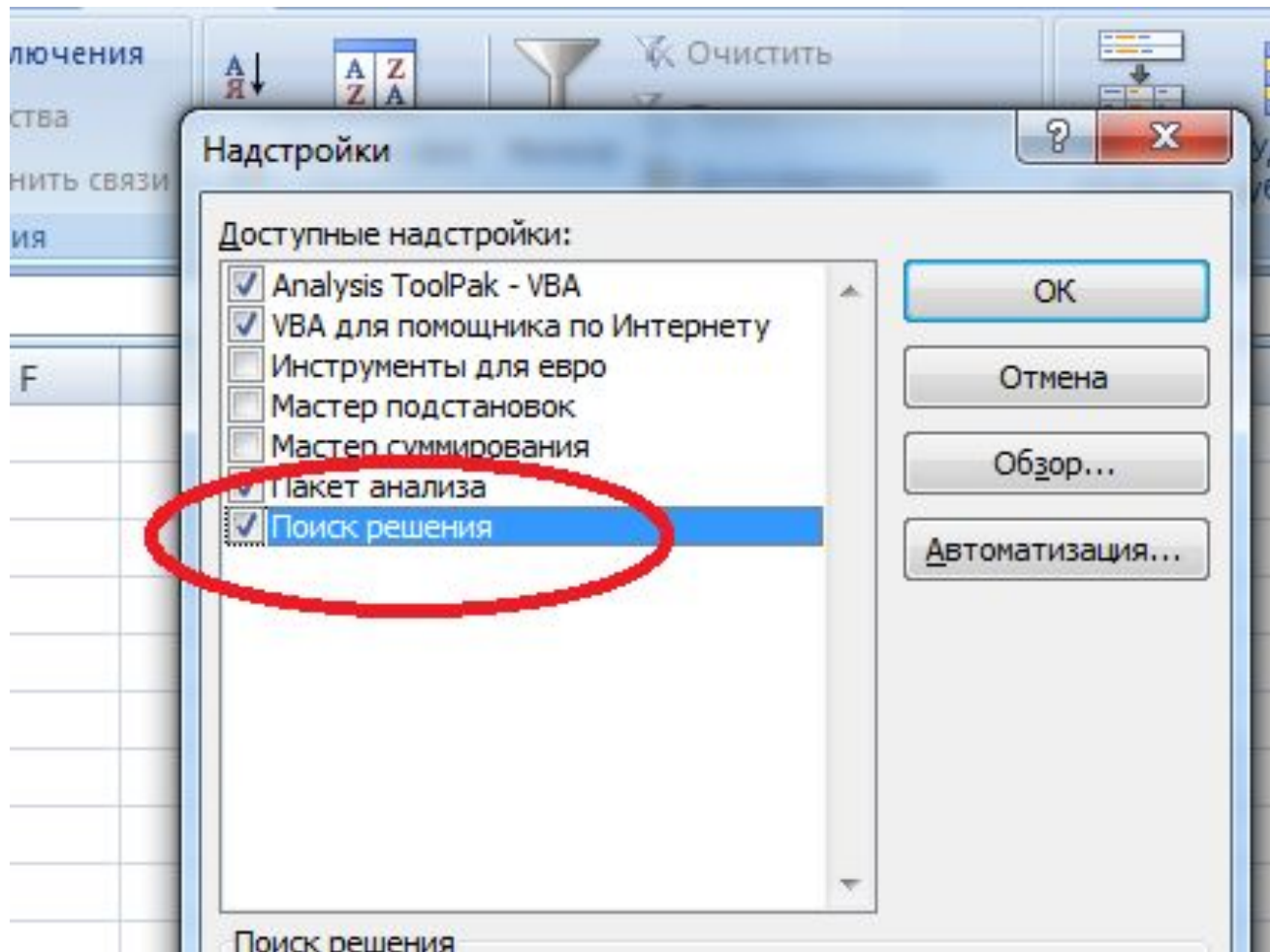
Обзор...

Автоматизация...

Analysis ToolPak - VBA

Функции VBA для работы пакета анализа

Поиск решения - ОК



Данные

Рецензирование

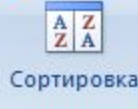
Вид

Подключения

Свойства

Изменить связи

очения



Сортировка



Фильтр

Очистить

Применить повторно

Дополнительно

Сортировка и фильтр



Текст по столбцам



Удалить дубликаты



Проверка данных

Консолидация

Анализ "что-если"

Работа с данными

Группировать

Разгруппировать

Промежуточные итоги

Структура

Анализ данных

Поиск решения

Анализ

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

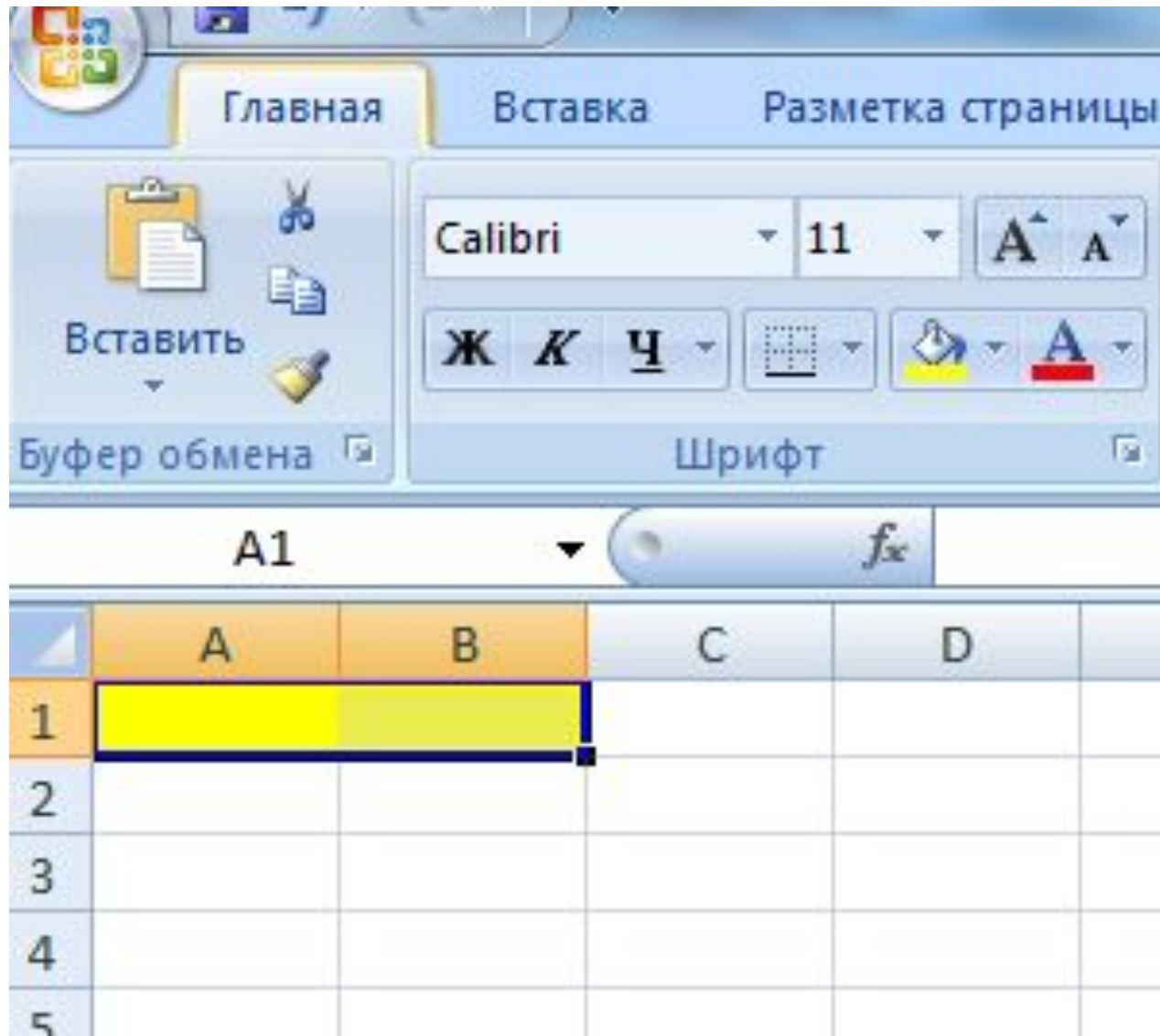
Q

R

S

T

Введение данных: Резервируются ячейки неизвестных (переменных)



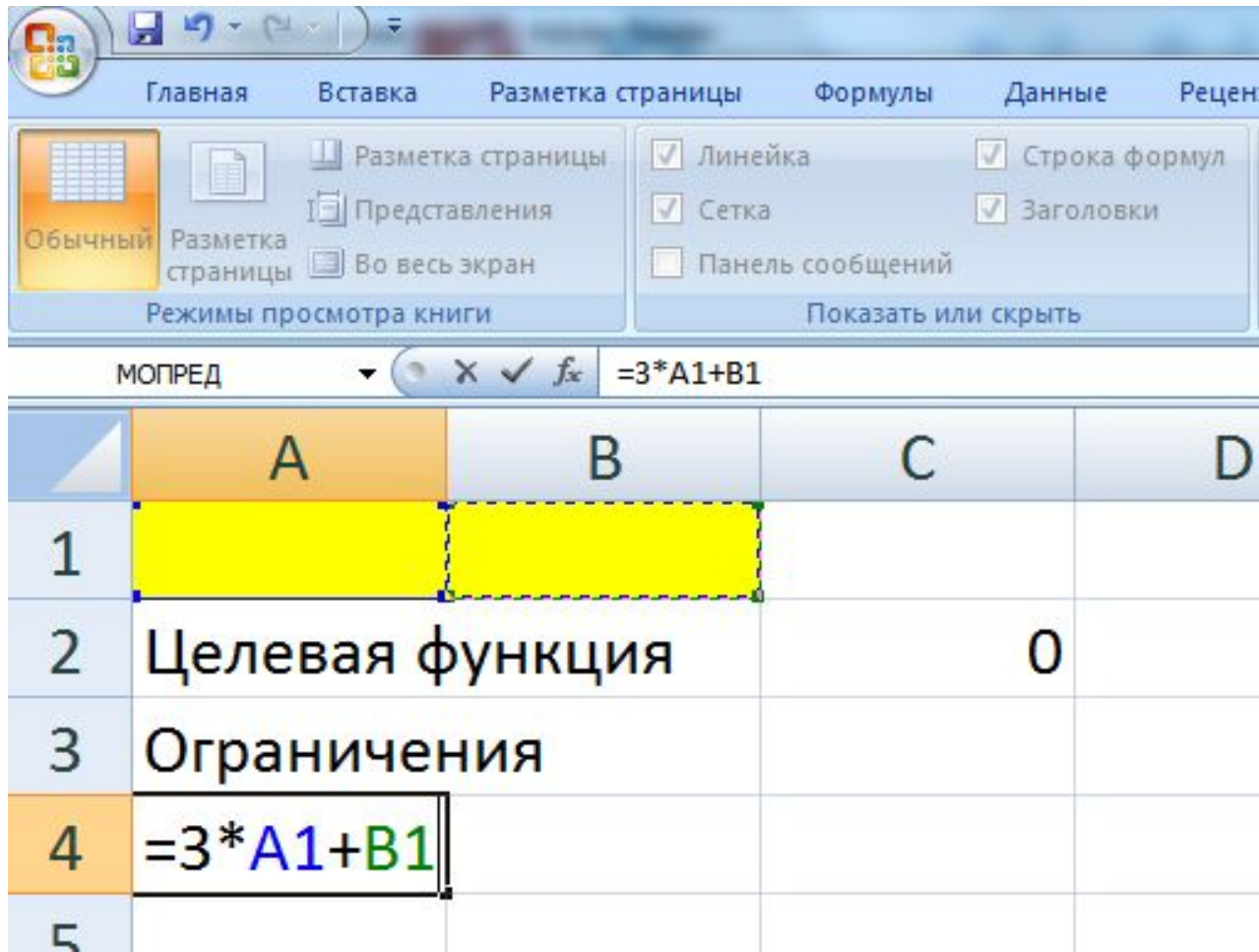
Введение данных: формула целевой функции

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The ribbon is set to 'Формулы' (Formulas). The formula bar displays the formula $=10*A1+12*B1$. The spreadsheet grid shows columns A, B, C, D and rows 1, 2, 3. Cell C2 contains the formula $=10*A1+12*B1$. The cells A1 and B1 are highlighted in yellow, indicating they are the range of the formula.

	A	B	C	D
1				
2	Целевая функция		$=10*A1+12*B1$	
3				

Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений



The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The ribbon is set to 'Формулы' (Formulas). The formula bar shows the formula $=3*A1+B1$. The spreadsheet has columns A, B, C, and D, and rows 1 through 5. Cell A1 is highlighted in yellow. Cell B1 is also highlighted in yellow with a dashed border. Cell A4 contains the formula $=3*A1+B1$. The formula bar also shows the text 'МОПРЕД' and a dropdown arrow.

	A	B	C	D
1				
2	Целевая функция		0	
3	Ограничения			
4	$=3*A1+B1$			
5				

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar displays the formula $=A1+B1$. The spreadsheet grid is as follows:

	A	B	C
1			
2	Целевая функция		0
3	Ограничения		
4	0		
5	=A1+B1		
6			

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений

МОПРЕД \times \checkmark f_x =A1+2*B1

	A	B	C	D
1				
2	Целевая функция		0	
3	Ограничения			
4	0			
5	0			
6	=A1+2*B1			
7				

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Введение данных: значения правых частей неравенств-ограничений

	A	B	C
1			
2	Целевая функция		0
3	Ограничения		
4	0	90	
5	0	70	
6	0	90	
7			

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Решение с помощью «Поиск решения»

Поместить курсор в ячейку с формулой целевой функции.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver dialog box open. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Целевая функция		0					
3	Ограничения							
4		0	90					
5		0	70					
6		0	90					
7								
8								

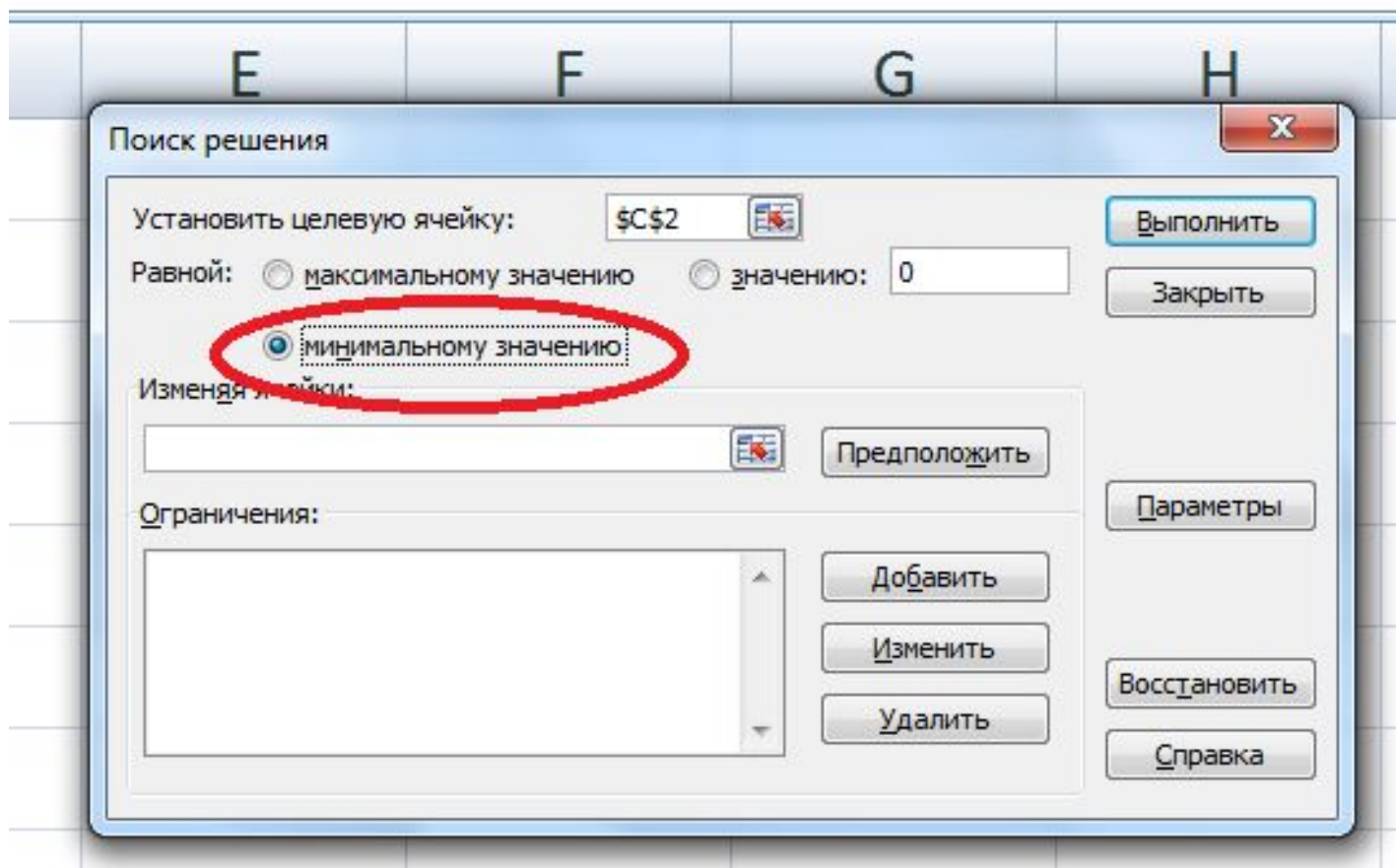
The Solver dialog box is titled "Поиск решения" (Solver) and contains the following settings:

- Установить целевую ячейку:
- Равной: максимальному значению значению:
- минимальному значению
- Изменяя ячейки:
- Ограничения:

Buttons in the dialog box include: Выполнить, Закрыть, Параметры, Добавить, Изменить, Удалить, Восстановить, Справка.

Решение с помощью «Поиск решения»

Указать нужный вид экстремума



Решение с помощью «Поиск решения»

Ввести ячейки неизвестных

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

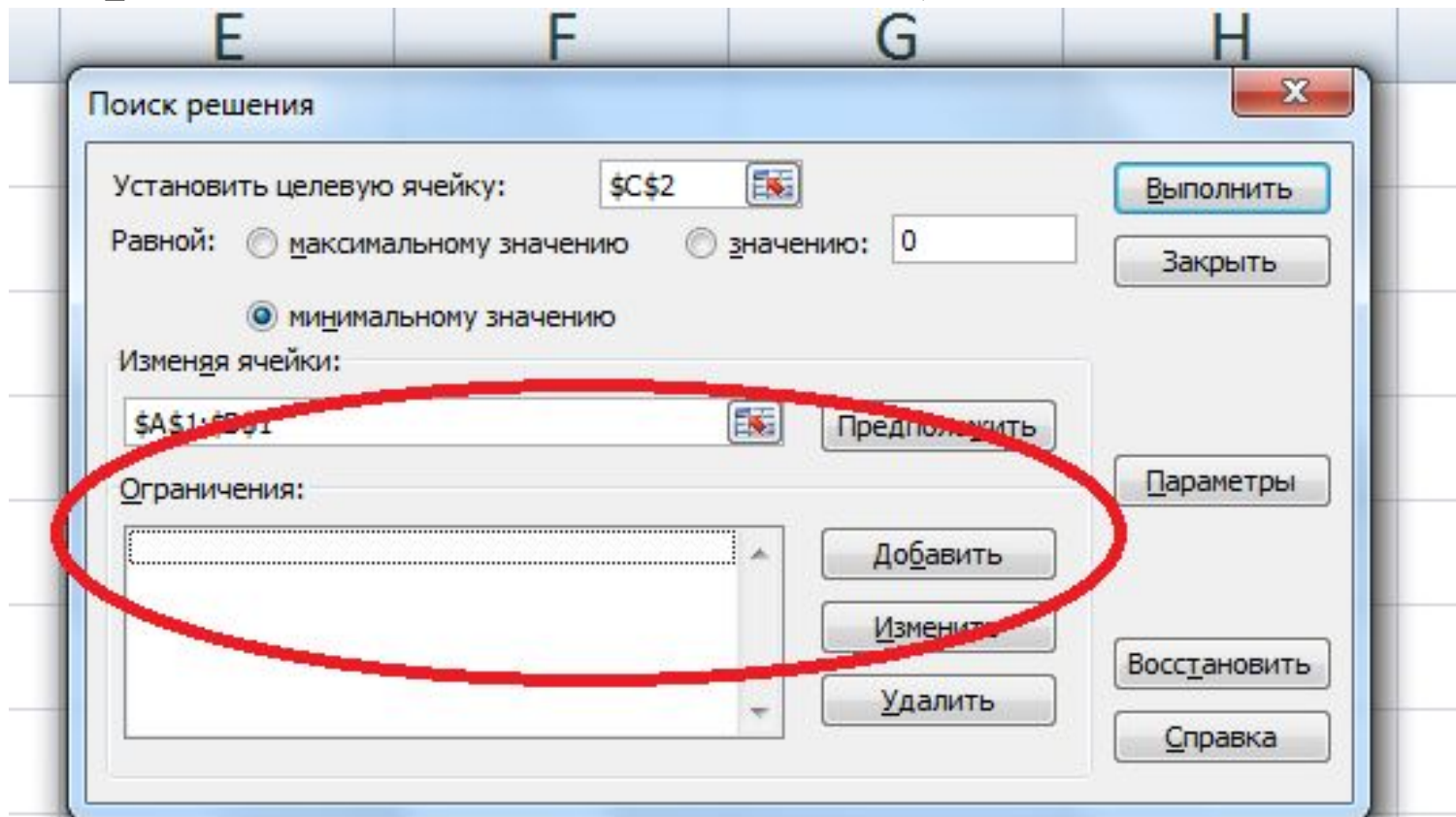
	A	B	C	D	E	F
Целевая функция			0			
Ограничения						
	0	90				
	0	70				
	0	90				

The Solver dialog box is open with the following settings:

- Установить целевую ячейку: $\$C\2
- Равной: максимальному значению значению минимальному значению
- Изменяя ячейки: $\$A\$1:\$B\1 (circled in red)
- Ограничения: (empty)

Решение с помощью «Поиск решения»

Ввести ограничения (щелкнуть окно»
ограничения» – добавить)



Решение с помощью «Поиск решения»

Указать ячейки формул левых частей ограничений в окне ссылка на ячейку

2	Целевая функция		0
3	Ограничения		
4		0	90
5		0	70
6		0	90
7			

Добавление ограничения

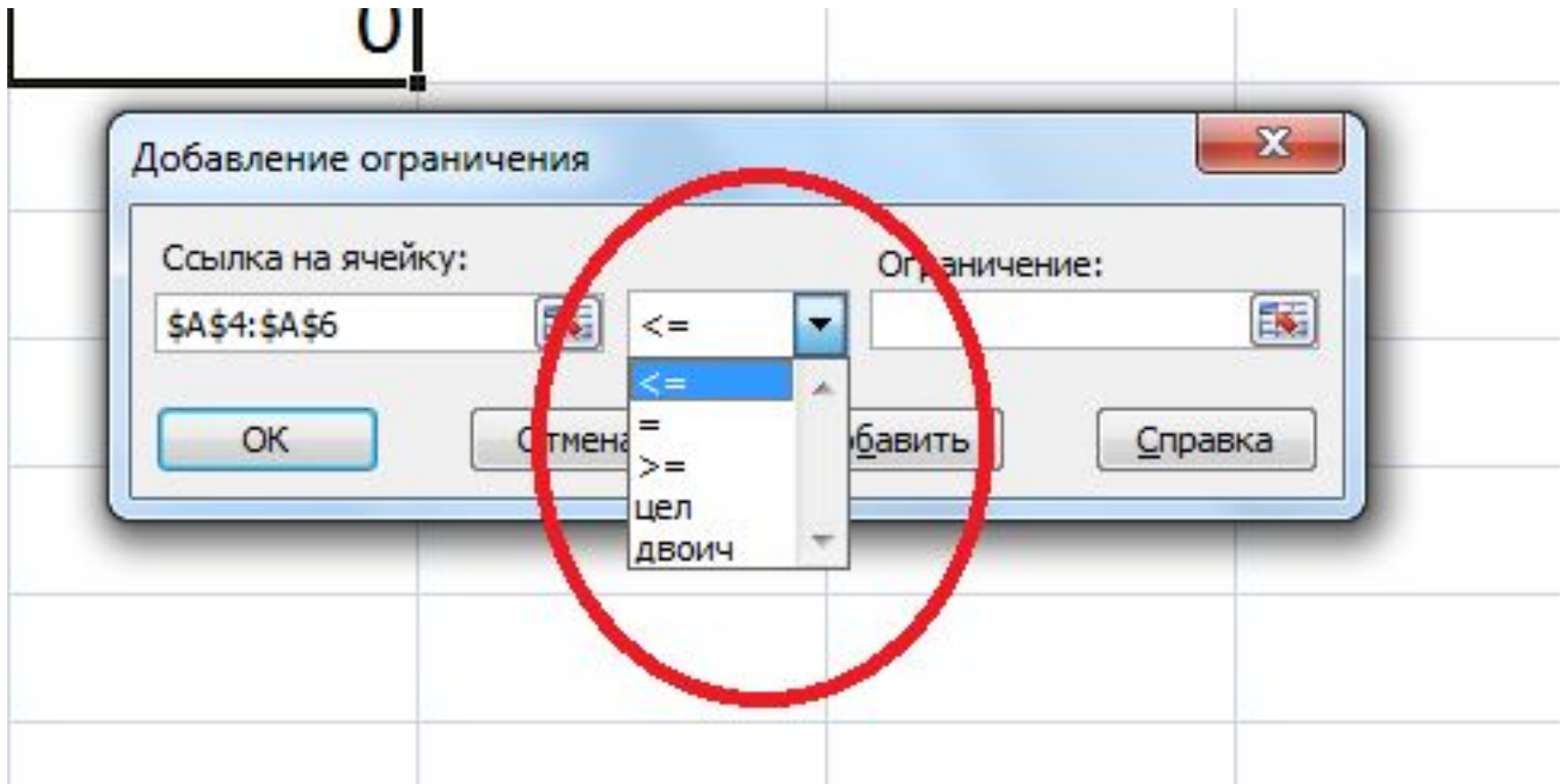
Ссылка на ячейку: \$A\$4:\$A\$6

Ограничение: <=

OK Отмена Добавить Справка

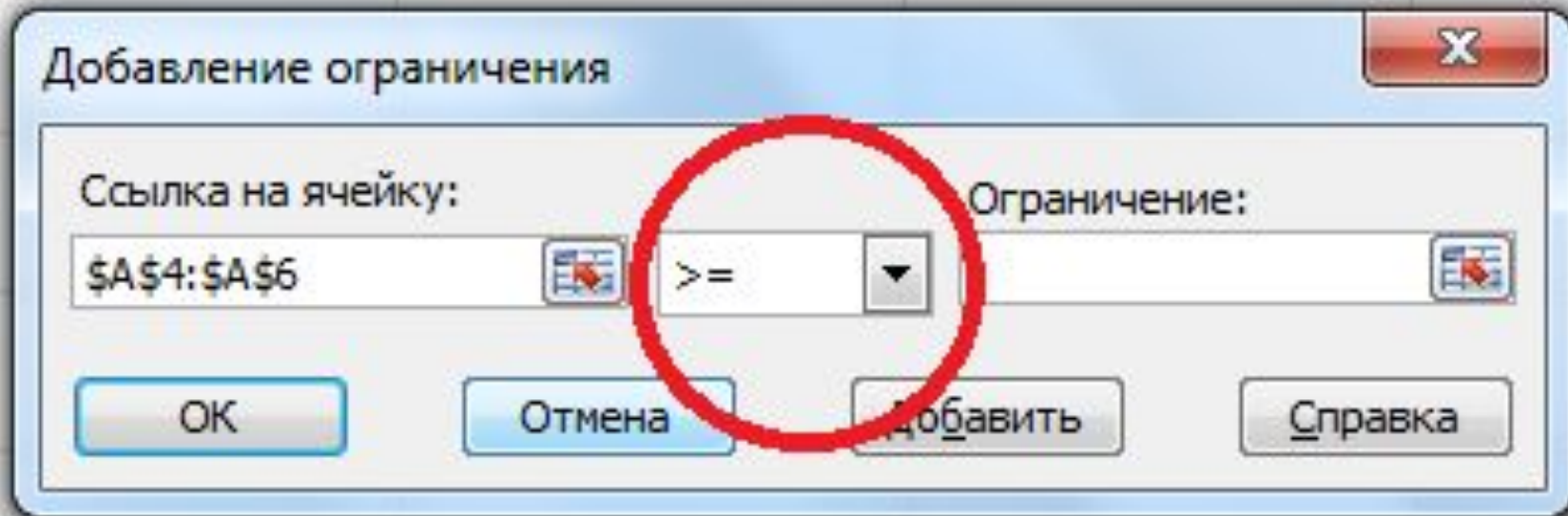
Решение с помощью «Поиск решения»

Установить знак неравенства



Решение с помощью «Поиск решения»

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$



Решение с помощью «Поиск решения»

Указать ячейки правых частей ограничений в
окне Ограничение - ОК

Чения

0	90
0	70
0	90

Добавление ограничения

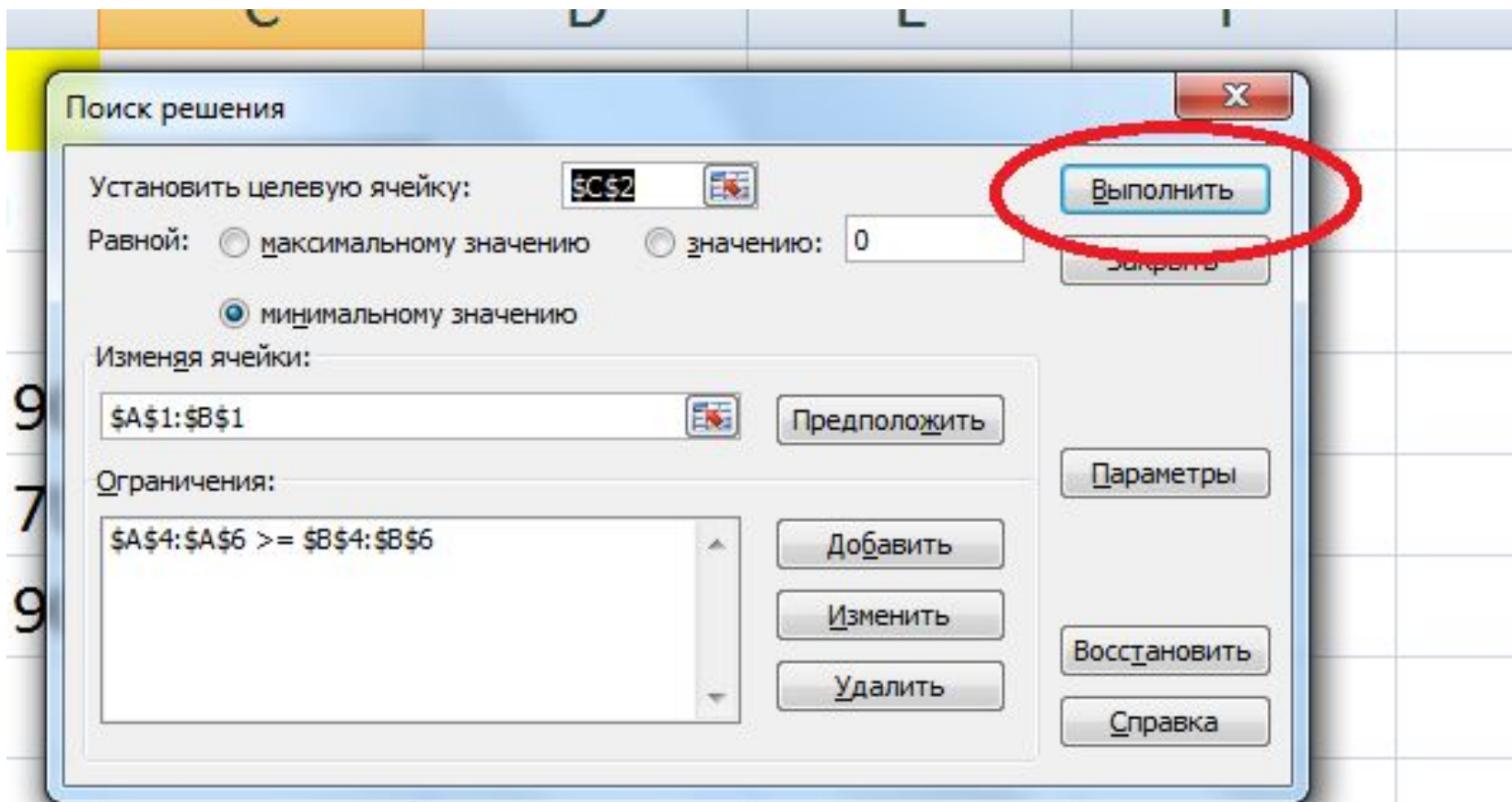
Ссылка на ячейку: >=

Ограничение:

ОК Отмена Добавить Изменить

Решение с помощью «Поиск решения»

Выполнить (Найти решение)



Решение с помощью «Поиск решения»

Сохранить найденное решение – ОК

	A	B	C	D	E	F
1	50	20				
2	Целевая функция		740			
3	Ограничения					
4	170	90				
5	70	70				
6	90	90				
7						
8						

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета
Результаты
Устойчивость
Пределы

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

ОК Отмена Сохранить сценарий... Справка

Решение с помощью

«Поиск решения»

Ответ: в рацион

необходимо включить

50 кг продукта 1 и

20 кг продукта 2.

При этом стоимость

рациона (минимальная

при заданных

ограничениях) будет равна 740 у.е.

	A	B	C
1	50	20	
2	Целевая функция		740
3	Ограничения		
4	170	90	
5	70	70	
6	90	90	
7			