

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Два шарика массой $m = 0,1$ г каждый подвешены в одной точке на нитях длиной $l = 20$ см каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол $\alpha = 60^\circ$. Найти заряд каждого шарика.

Дано:

$$m = 0,1 \text{ г}$$

$$l = 20 \text{ см}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Найти:

$$q.$$

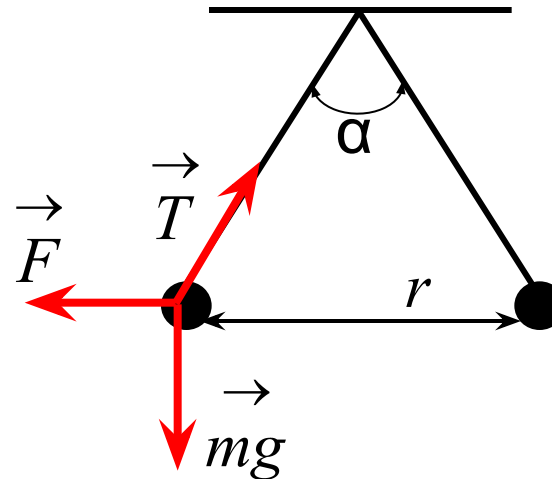
Си:

$$1 \cdot 10^{-4}$$

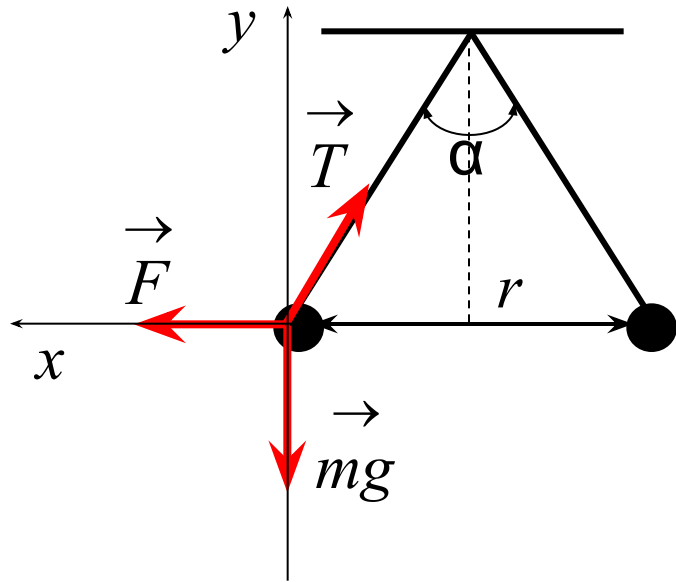
кГ

$$0,20 \text{ м}$$

Решение:



$$\vec{mg} + \vec{T} + \vec{F} = 0$$



$$x: F - T \sin \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$y: T \cos \frac{\alpha}{2} - mg = 0$$

$$T \sin \frac{\alpha}{2} = F$$

$$T \cos \frac{\alpha}{2} = mg$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F}{mg}$$

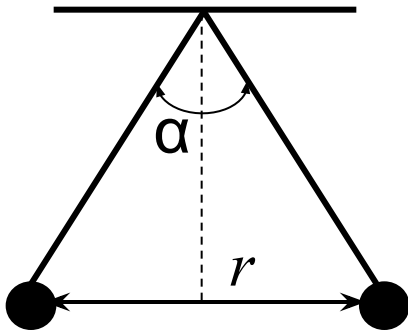
$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F}{mg}$$

$$F = k \frac{q \cdot q}{r^2} \quad k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{kq^2}{r^2 mg}$$

$$r = 2l \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} mg}$$



$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} mg}$$

$$q = \sqrt{\frac{4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} mg \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{k}}$$

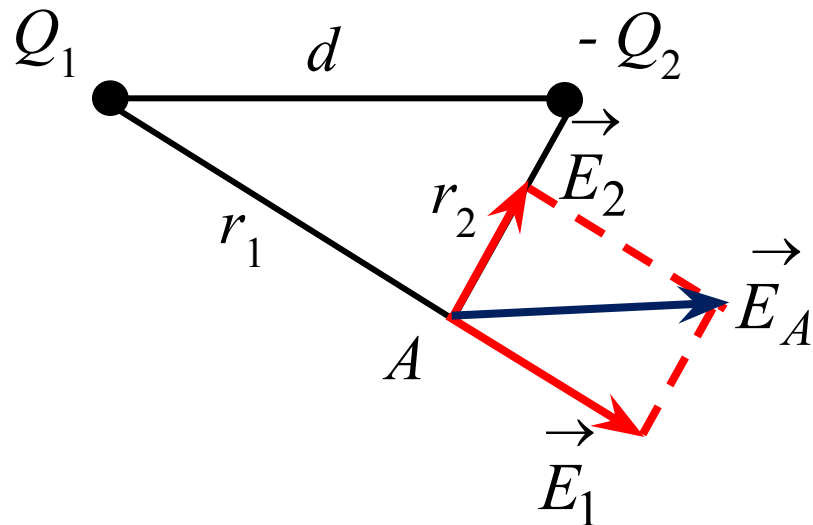
$$q = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{mg \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{k}}$$

$$q = 2 \cdot 0,20 \cdot \sin 30^\circ \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{9 \cdot 10^9}} = 50 \text{ нКл}$$

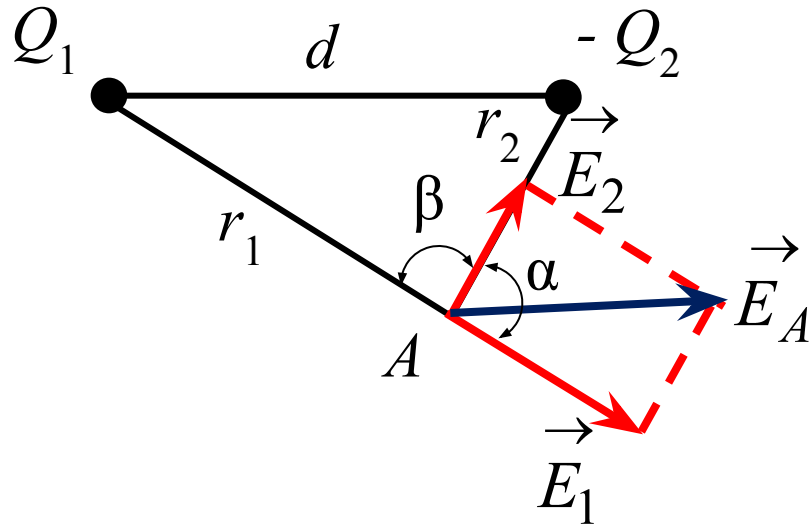
Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряжённость поля в точке, удалённой от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

Дано:	Си:
$Q_1 = 40$ нКл	$40 \cdot 10^{-9}$ Кл
$Q_2 = -10$ нКл	$-10 \cdot 10^{-9}$
$d = 10$ см	Кл
$r_1 = 12$ см	0,10 м
$r_2 = 6$ см	0,12 м
Найти:	0,06 м
E .	

Решение:



$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha$$

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\beta$$

$$\beta = \arccos \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

$$\beta = \arccos \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

$$\beta = \arccos \frac{0,12^2 + 0,06^2 - 0,10^2}{2 \cdot 0,12 \cdot 0,06} = 56^\circ$$

$$\alpha = 180 - \beta = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

$$E_1 = \frac{k \cdot Q_1}{r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{k \cdot Q_2}{r_2^2}$$

$$E_1 = \frac{k \cdot Q_1}{r_1^2} \quad E_2 = \frac{k \cdot Q_2}{r_2^2}$$

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 40 \cdot 10^{-9}}{0,12^2} = 25 \text{ kB/M}$$

$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{0,06^2} = 25 \text{ kB/M}$$

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}$$

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}$$

$$E_A = \sqrt{25^2 + 25^2 + 2 \cdot 25 \cdot 25 \cdot \cos 124^\circ} = 44 \text{ kB/M}$$

Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d = 1$ см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределённые по поверхностям заряды с плотностями $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$ и $\sigma_2 = 0,5 \text{ мкКл/м}^2$. Найти разность потенциалов U пластин.

Дано:

$$\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$$

$$\sigma_2 = 0,5 \text{ мкКл/м}^2$$

$$d = 1 \text{ см}$$

Найти:

U .

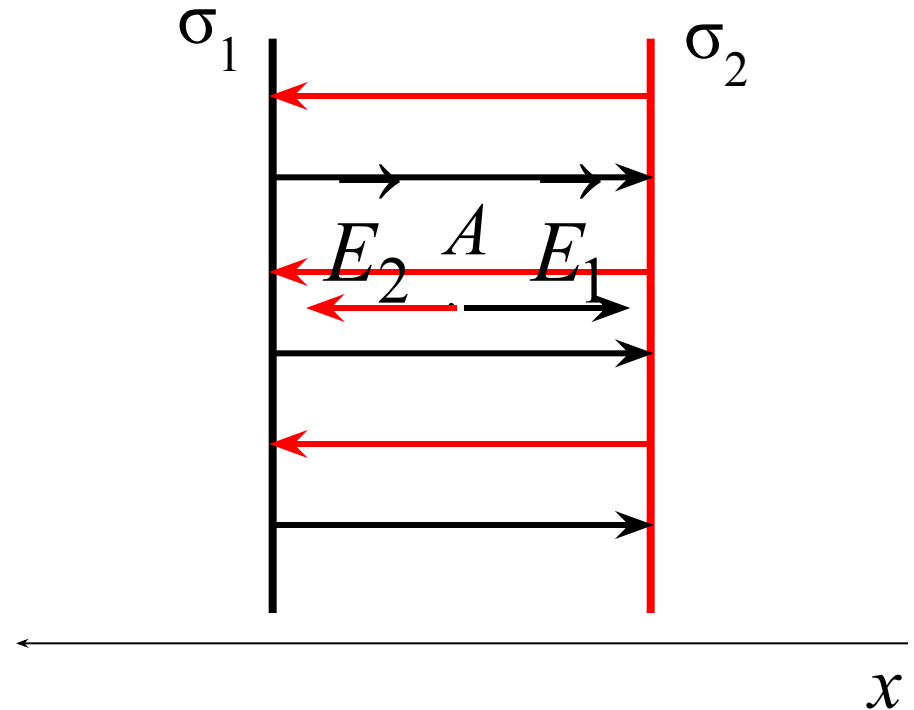
Си:

$$0,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$$

$$0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$$

$$0,01 \text{ м}$$

Решение:



$$\vec{E}_A \equiv \vec{E}_2 + \vec{E}_1$$

$$E_A = E_2 - E_1$$

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon = 1; \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/M}$$

$$E_A = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$U = E \cdot d$$

$$U = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)d}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$U = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)d}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$U = \frac{(0,5 - 0,2) \cdot 10^{-6} \cdot 0,01}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 169\text{B}$$

Электрическое поле создано равномерно распределённым по кольцу зарядом ($\tau = 10^3$ нКл/м). Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $Q = 10$ нКл из точки 1 (в центре кольца) в точку 2, находящуюся на перпендикуляре к плоскости кольца.

Дано:
 $\tau = 10^3$ нКл/м

$Q = 10$ нКл

Найти:

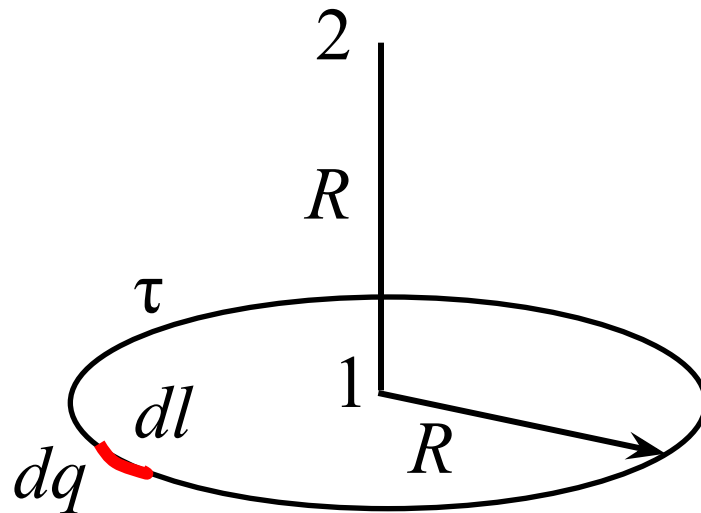
A_{12} .

Си:
 $1 \cdot 10^{-6}$

Кл/м

$10 \cdot 10^{-9}$ Кл

Решение:



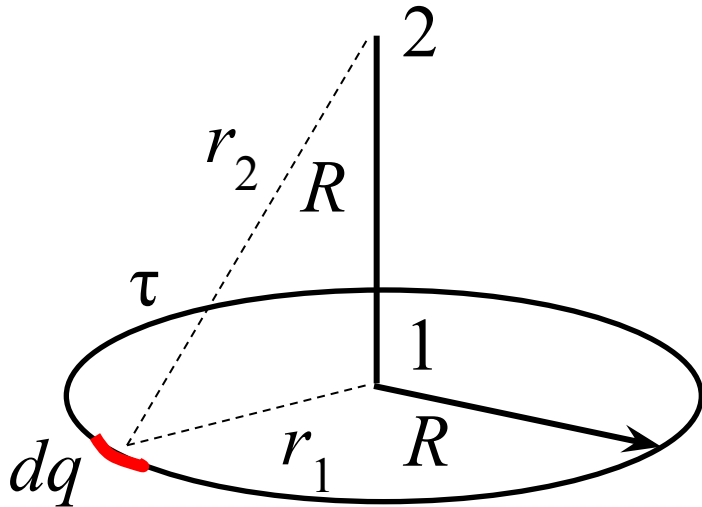
$$A_{12} = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$dq = \tau \cdot dl$$

$$dq = \tau \cdot dl$$

$$d\varphi = \frac{k \cdot dq}{r}$$

$$\varphi = \int d\varphi = \int \frac{k \cdot dq}{r}$$



$$\varphi_1 = \int \frac{k \cdot dq}{r_1} = \int \frac{k \cdot dq}{R}$$

$$\varphi_2 = \int \frac{k \cdot dq}{r_2} = \int \frac{k \cdot dq}{\sqrt{2}R}$$

$$\varphi_1 = \int \frac{k \cdot dq}{R} = \int \frac{k \cdot \tau dl}{R} = \frac{k \cdot \tau}{R} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{k\tau \cdot 2\pi R}{R} = 2\pi k\tau$$

$$\varphi_1 = 2\pi k\tau$$

$$\varphi_2 = \int \frac{k \cdot dq}{\sqrt{2}R} = \int \frac{k \cdot \tau dl}{\sqrt{2}R} = \frac{k \cdot \tau}{\sqrt{2}R} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{k\tau \cdot 2\pi R}{\sqrt{2}R} = \sqrt{2}\pi k\tau$$

$$\varphi_2 = \sqrt{2}\pi k\tau$$

$$A_{12} = Q \cdot \pi k\tau(2 - \sqrt{2})$$

$$A_{12} = Q \cdot \pi k \tau (2 - \sqrt{2})$$

$$A_{12} = 10 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (2 - \sqrt{2}) = 165_{\text{мкДж}}$$

Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=600$ кВ, приобрела скорость $v = 5,4 \cdot 10^6$ м/с. Определить удельный заряд частицы (отношение заряда к массе).

Дано:

$$U=600 \text{ кВ}$$

$$v = 5,4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Найти:

$$q/m.$$

Си:

$$6 \cdot 10^5$$

В

Решение:

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U$$

$$A_{12} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$v_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2}{2U}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{(5,4 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 6 \cdot 10^5} = 24,3 \text{ МКл/кг}$$

Две батареи аккумуляторов ($\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$) и реостат ($R = 6 \text{ Ом}$) соединены, как показано на рисунке. Найти силу тока в батареях и реостате.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$$

$$r_1 = 1 \text{ Ом}$$

$$\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$$

$$r_2 = 2 \text{ Ом}$$

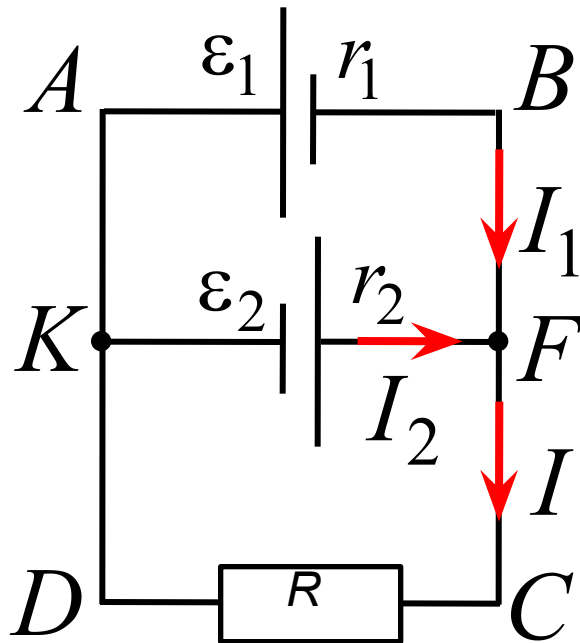
Найти:

$$I_1;$$

$$I_2;$$

$$I$$

Решение:



$$F : I_1 + I_2 - I = 0$$

$ABCD A :$

$$I_1 \cdot r_1 + I \cdot R = -\varepsilon_1$$

$KFC D K :$

$$I_2 \cdot r_2 + I \cdot R = \varepsilon_2$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I &= 0 \\ I_1 \cdot r_1 + I \cdot R &= -\varepsilon_1 \\ I_2 \cdot r_2 + I \cdot R &= \varepsilon_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I &= 0 \\ I_1 + 6I &= -10 \\ 2I_2 + 6I &= 8 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I &= 0 \\ I_1 &= -10 - 6I \\ I_2 &= 4 - 3I \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 - I &= 0 \\ I_1 &= -10 - 6I \\ I_2 &= 4 - 3I \end{aligned} \right\}$$

$$-10 - 6I + 4 - 3I - I = 0$$

$$-10I = 6$$

$$\cancel{I_1 = -0,6A} \quad I_2 = 5,8A$$

$$I_1 = -10 - 6 \cdot (-0,6) = -6,4A$$

$$I_2 = 4 - 3 \cdot (-0,6) = 5,8A$$

Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 100$ Ом равномерно нарастает от $I_0 = 0$ А до $I_{\max} = 10$ А в течении времени $\tau = 30$ с. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

Дано:

$$R = 100 \text{ Ом}$$

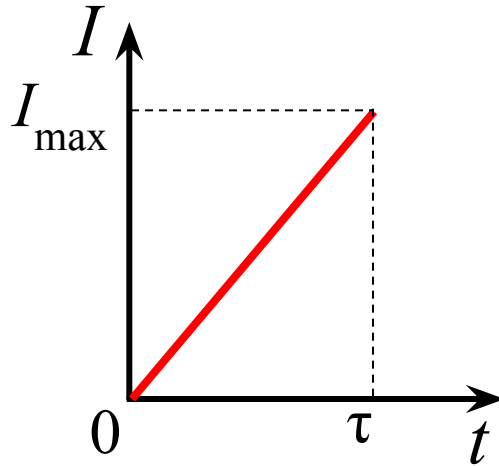
$$I_0 = 0 \text{ А}$$

$$I_{\max} = 10 \text{ А}$$

$$\tau = 30 \text{ с}$$

Найти:

Q .



Решение:

$$I = I_0 + kt$$

$$k = \frac{I_{\max}}{\tau}$$

$$I = \frac{1}{3}t$$

$$Q = \int dQ = \int I^2 \cdot R \cdot dt = \int \frac{1}{9}t^2 \cdot R \cdot dt$$

$$Q = \int \frac{1}{9} t^2 \cdot R \cdot dt = \frac{R}{9} \int_0^{\tau} t^2 dt = \frac{R}{9} \frac{\tau^3}{3} = \frac{\tau^3 R}{27}$$

$$Q = \frac{\tau^3 R}{27}$$

$$Q = \frac{30^3 \cdot 100}{27} = 100 \text{кДж}$$

Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом. По проводам текут токи $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. Расстояние между проводами равно $d = 10$ см. Определить магнитную индукцию в точке O , одинаково удалённой от обоих проводников.

Дано:
 $I_1 = 80$ А
 $I_2 = 60$ А
 $d = 10$ см

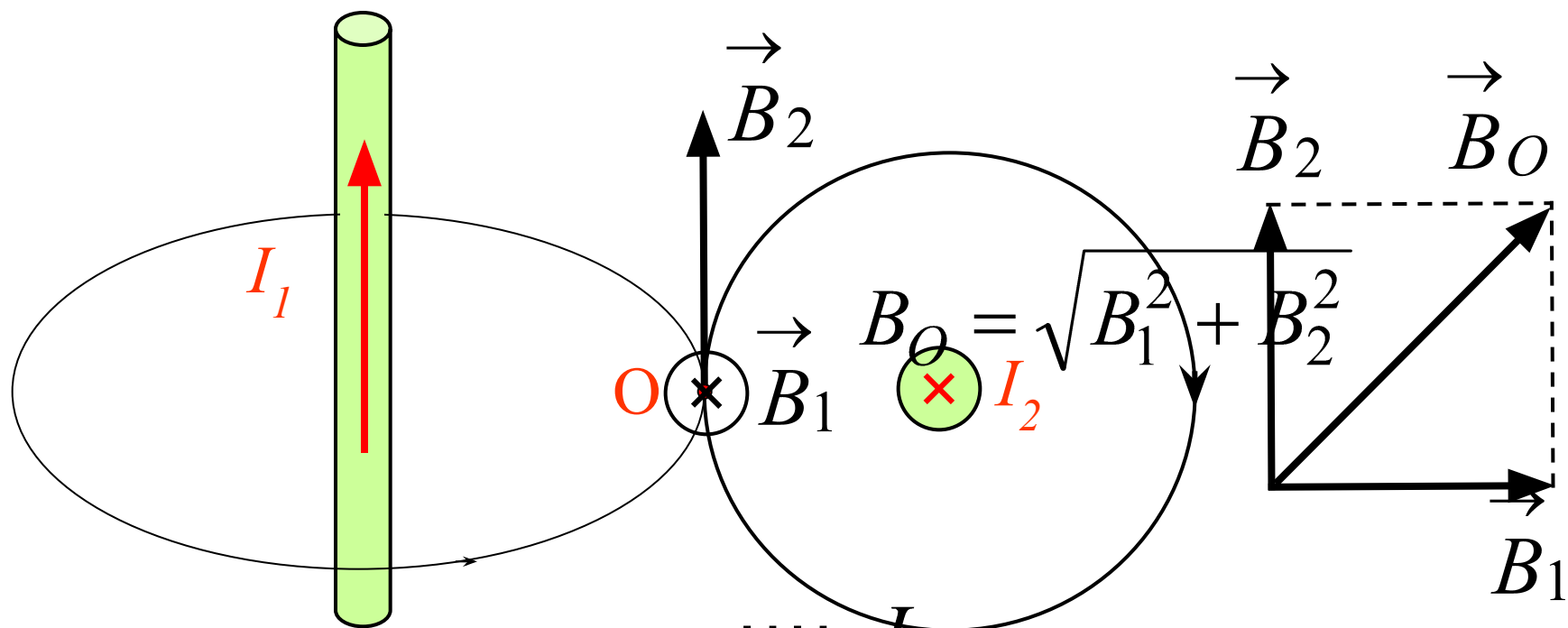
Си:

0,10 см

Найти:
 B .

Решение:

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$



$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\mu = 1; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ ГН/М}; \quad r = \frac{d}{2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{\pi d} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{\pi d}$$

$$B_O = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

$$B_O = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

$$B_O = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0,10} \sqrt{80^2 + 60^2} = 400_{\text{мкТл}}$$

Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому течет ток $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Найти угол α между направлениями вектора магнитной индукции и тока, если на провод действует сила $F = 10^{-2}$ Н.

Дано:

$$l = 10 \text{ см}$$

$$I = 20 \text{ А}$$

$$B = 0,01 \text{ Тл}$$

$$F = 10^{-2} \text{ Н}$$

Найти:

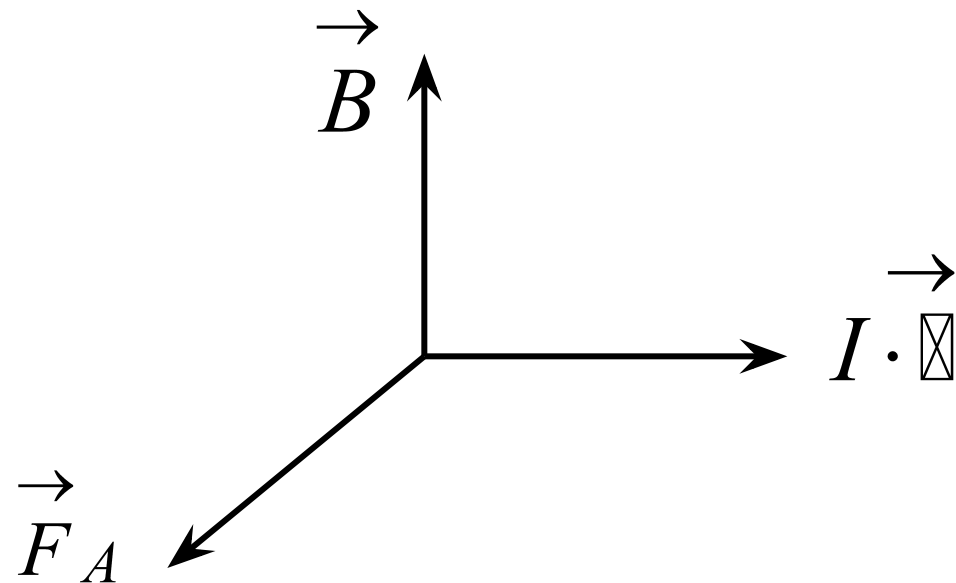
α .

Си:

$$0,10 \text{ м}$$

Решение:

$$F_A = I \cdot \vec{\square} \cdot B \cdot \sin \alpha$$



$$\alpha = \arcsin \frac{F_A}{I \cdot \vec{\square} \cdot B}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{F_A}{I \cdot \ell \cdot B}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{10^{-2}}{20 \cdot 0,10 \cdot 0,01} = 30^\circ$$

Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2$ кА/м. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением поля. По витку течет ток $I = 4$ А. Найти механический момент M , действующий на виток.

Дано:

$$R = 5 \text{ см}$$

$$H = 2 \text{ кА/м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$I = 4 \text{ А}$$

Найти:

M .

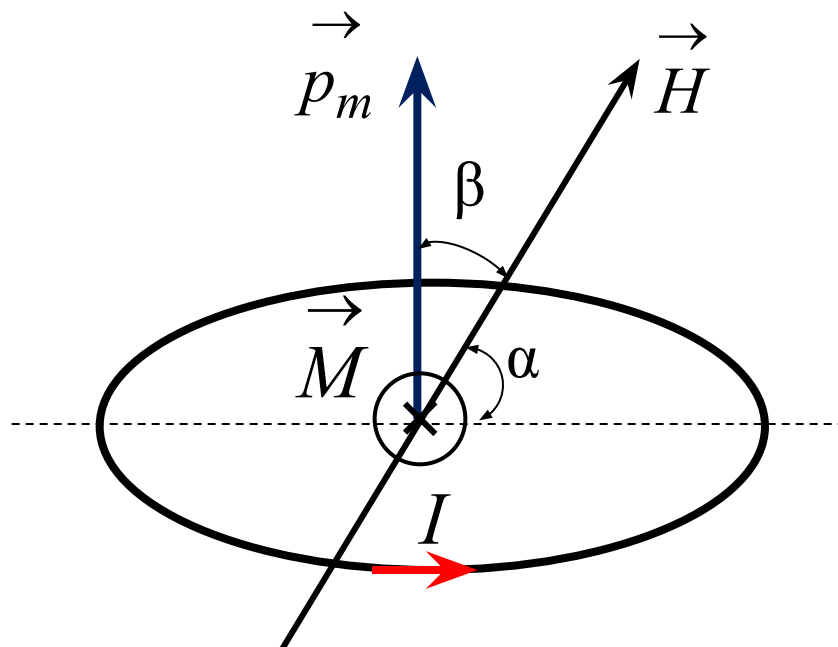
Си:

$$0,05 \text{ м}$$

$$2 \cdot 10^3$$

$$\text{А/м}$$

Решение:



$$M = p_m \cdot B \cdot \sin \beta$$

$$p_m = N \cdot I \cdot S$$

$$S = \pi \cdot R^2$$

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H$$

$$M = NI\pi R^2 \mu\mu_0 H \sin\beta$$

$$M = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot \sin 30^\circ = 39,4 \text{ мкН} \cdot \text{м}$$

Определить силу Лоренца F , действующую на электрон, влетевший со скоростью $v = 4 \cdot 10^6$ м/с в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^\circ$ к линиям индукции. Магнитная индукция поля равна $B = 0,2$ Тл.

Дано:

$$v = 4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

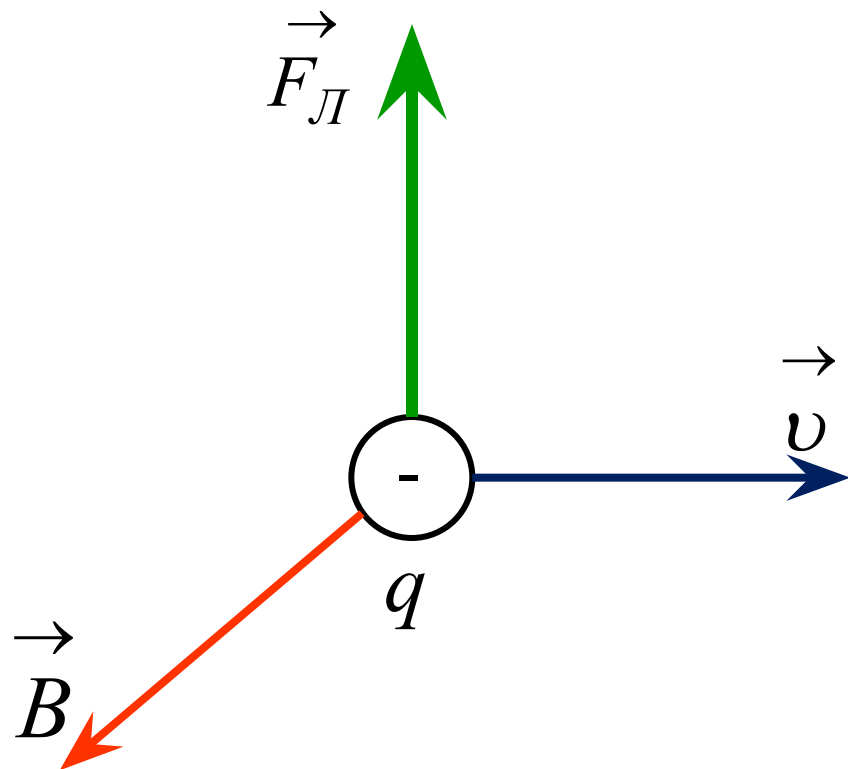
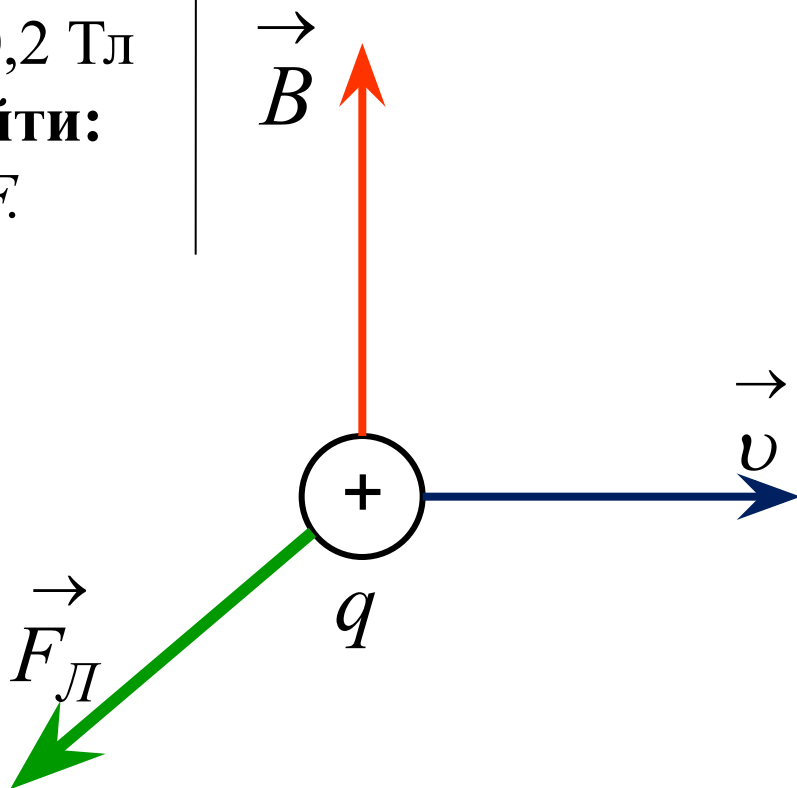
$$B = 0,2 \text{ Тл}$$

Найти:

F .

Решение:

$$F_{\text{Л}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$



$$F_{\mathcal{L}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

$$F_{\mathcal{L}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 0,2 \cdot \sin 30^\circ = 6,4 \cdot 10^{-14} = 64 \text{ pN}$$

Протон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить кинетическую энергию протона.

Дано:

$$R = 1 \text{ см}$$

$$B = 0,02 \text{ Тл}$$

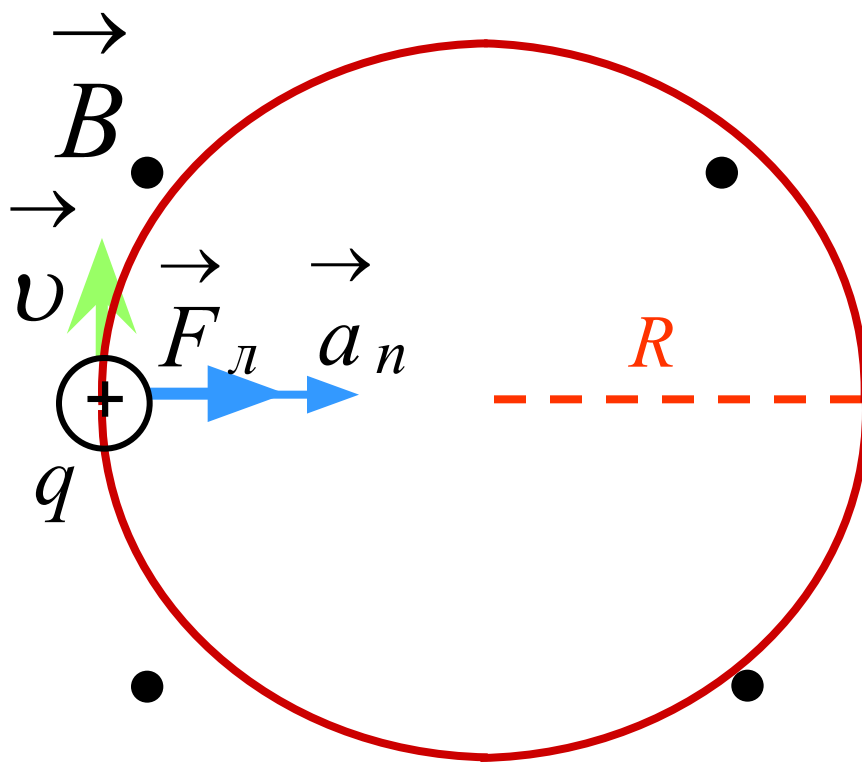
Найти:

$$E_{\text{к}}$$

Си:

$$0,01 \text{ м}$$

Решение:



$$E_{\text{к}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$F_{\perp} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$$

$$F_{\perp} = q \cdot v \cdot B$$

$$F_{\perp} = m \cdot a_n$$

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

$$E_{\kappa} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m(q \cdot B \cdot R)^2}{2m^2} = \frac{(q \cdot B \cdot R)^2}{2m}$$

$$E_{\kappa} = \frac{(q \cdot B \cdot R)^2}{2m}$$

$$E_{\kappa} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,02 \cdot 0,01)^2}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Плоский контур, площадь которого равна $S = 300 \text{ см}^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01 \text{ Тл}$. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток $I = 10 \text{ А}$. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

Дано:

$$S = 300 \text{ см}^2$$

$$B_1 = 0,01 \text{ Тл}$$

$$B_2 = 0 \text{ Тл}$$

$$I = 10 \text{ А}$$

Найти:

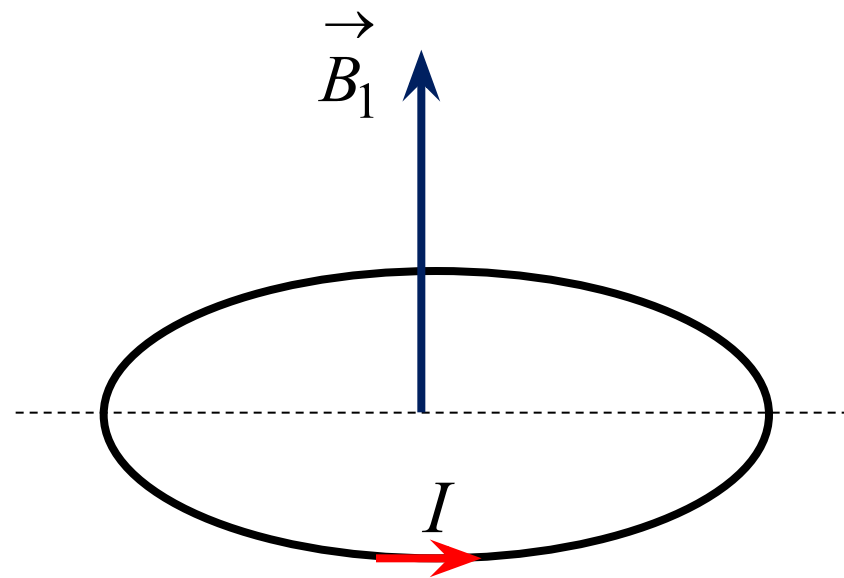
A .

Си:

$$3 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{м}^2$$

Решение:

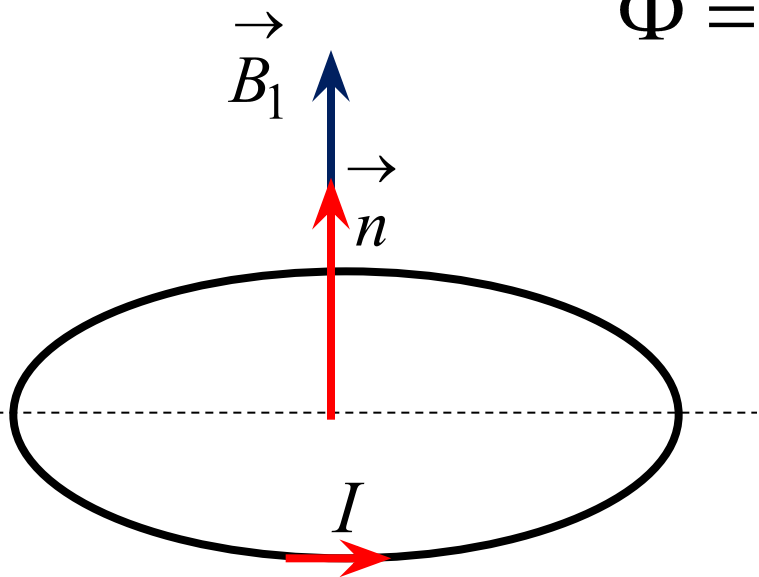


$$A_{\text{внешних сил}} = -A_{\text{магнитного поля}}$$

$$A_{\text{магн. поля}} = I \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$A_{\text{вн. сил}} = I \cdot (\Phi_1 - \Phi_2)$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$



$$\Phi_1 = B_1 \cdot S$$

$$\Phi_2 = 0 \text{ Вб}$$

$$A_{\text{вн. сил}} = I \cdot B_1 \cdot S$$

$$A_{\text{вн. сил}} = 10 \cdot 0,01 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 3 \text{ мДж}$$