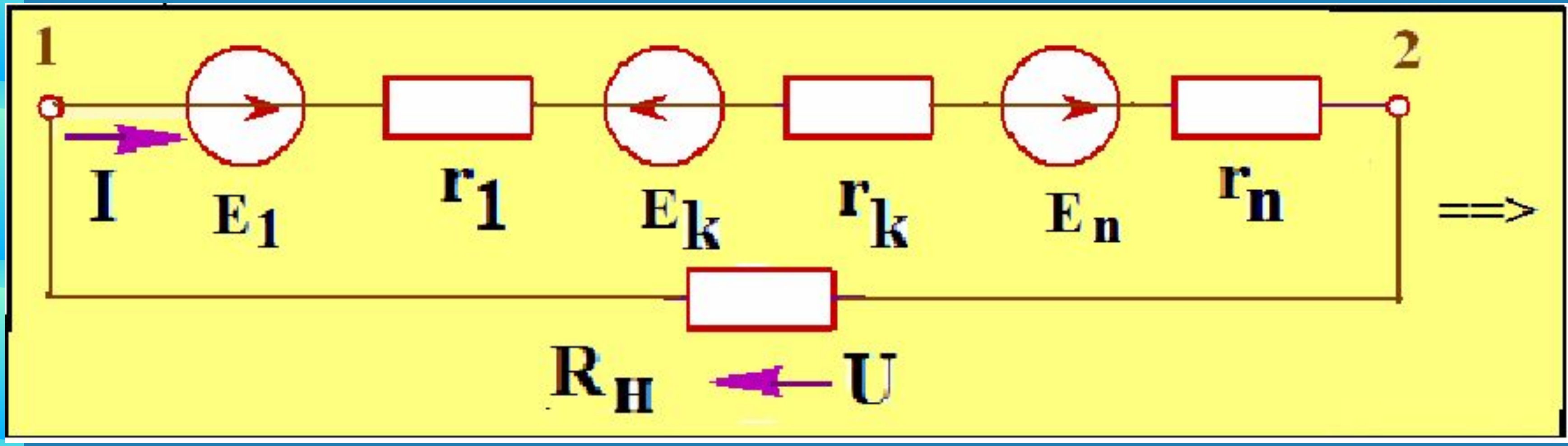
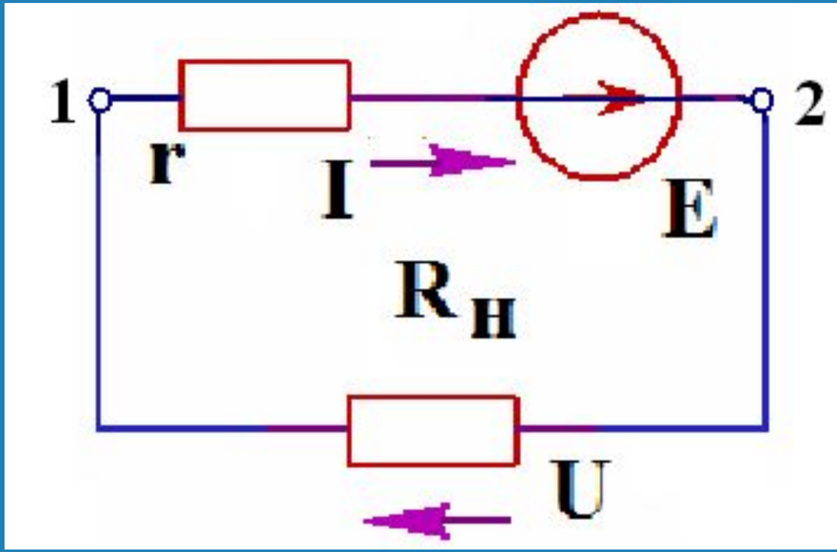
Лекция 4

Метод замены нескольких последовательно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Эквивалентный генератор

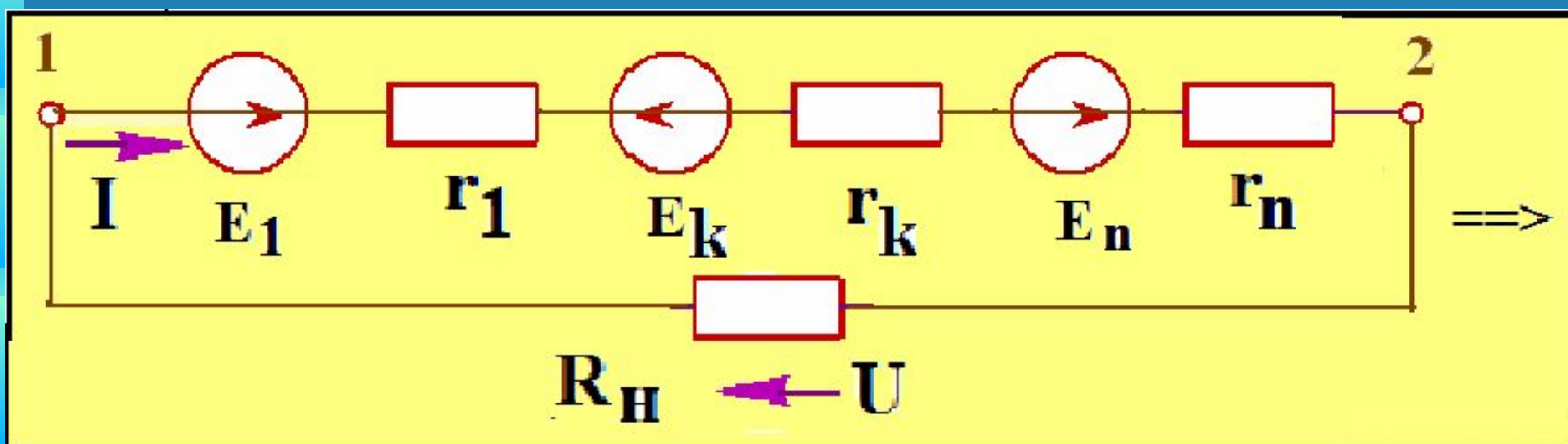


$$E = \sum_{k=1}^{n} E_k ,$$

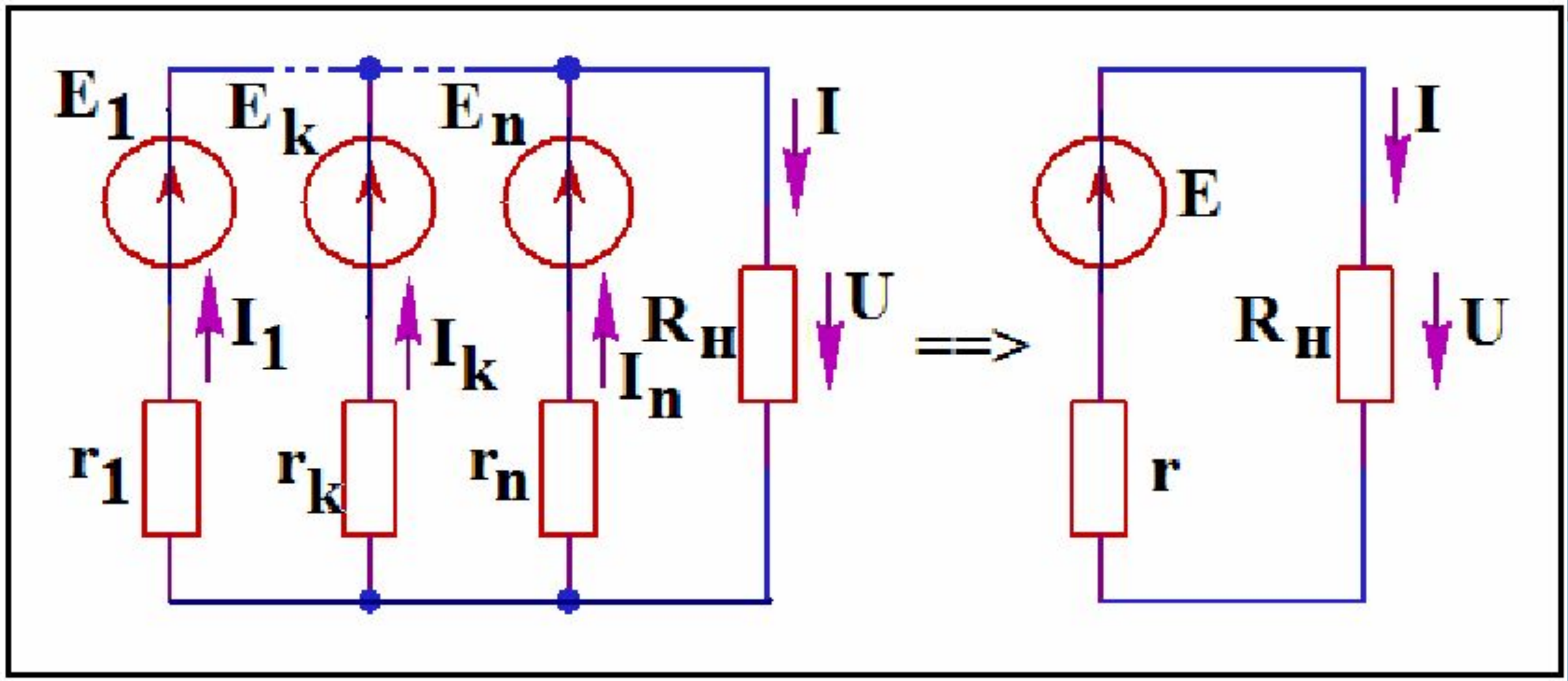
$$r = \sum_{k=1}^{n} r_k$$

«+» если Ek совпадает с E, иначе «-».

Метод замены нескольких последовательно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Метод замены нескольких параллельно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Эквивалентный генератор

$$E = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{E_k}{r_k}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{r_k}}, \qquad r = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{r_k}}$$

«+E_k » если совпадает с Е, иначе «- E_k».

Ток в нагрузке Rн

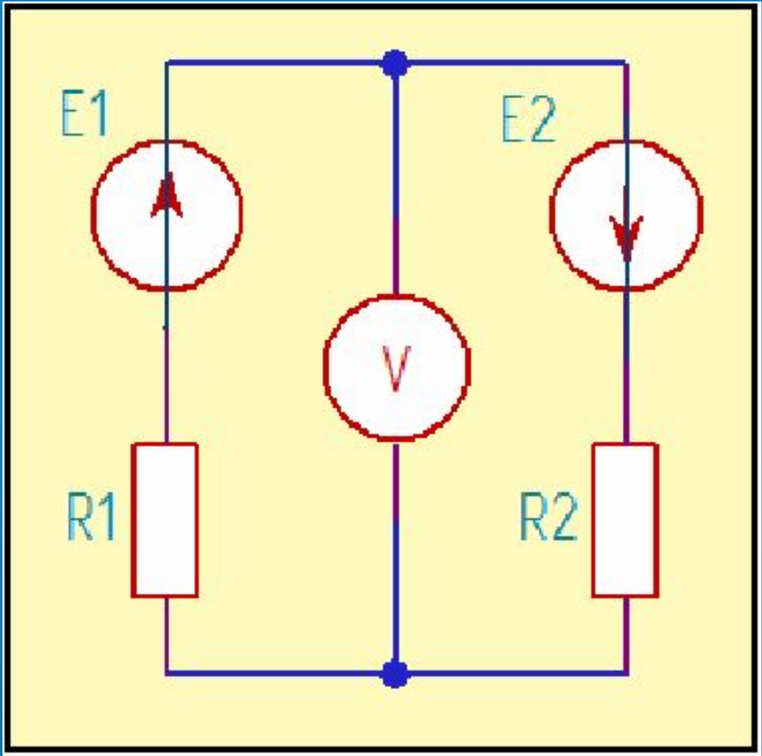
$$I = \frac{E}{r + R_H}$$

Ток в k-ой ветви (k=1, 2,..., n)

$$I_k = \frac{E_k - U}{r_k}$$

Пример.

Определить показания вольтметра, сопротивление которого бесконечно велико.



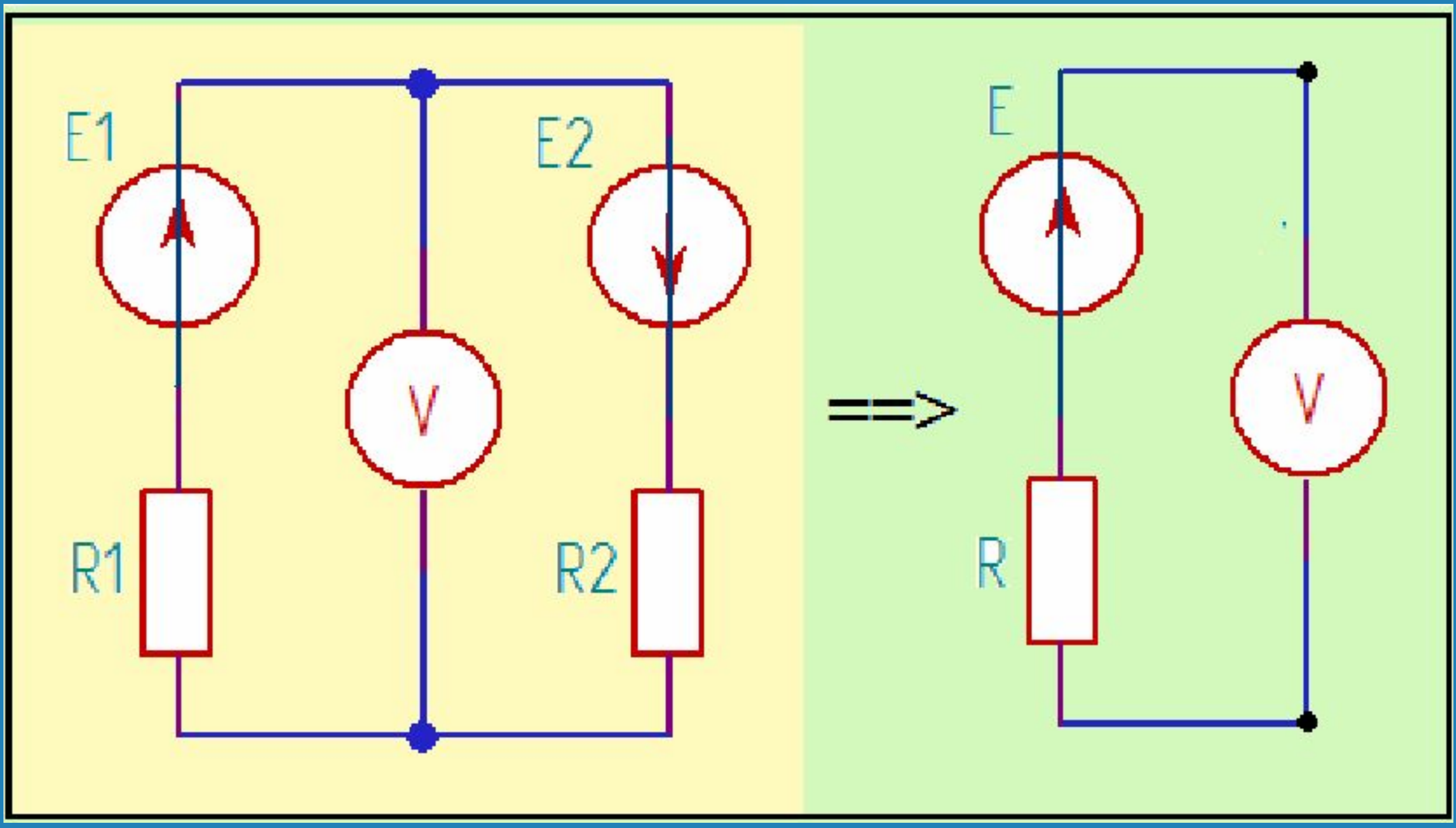
E1=40 В,

E2=10 В,

R1=R2=5 Ом.

V=?

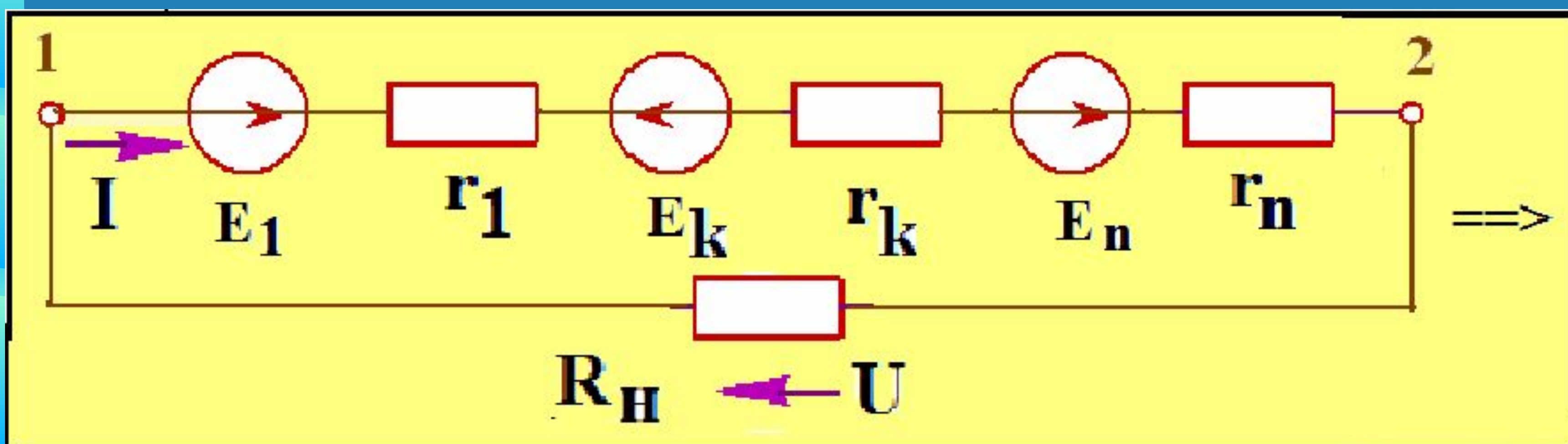
Решение:



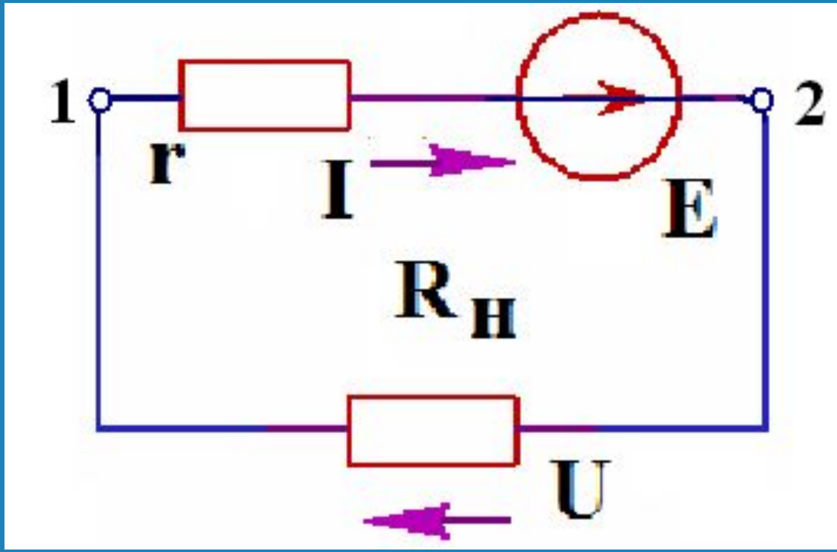
Ответ.

$$V = E = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{\dfrac{40}{5} - \dfrac{10}{5}}{\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5}} = 15\ B.$$

Метод замены нескольких последовательно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Эквивалентный генератор

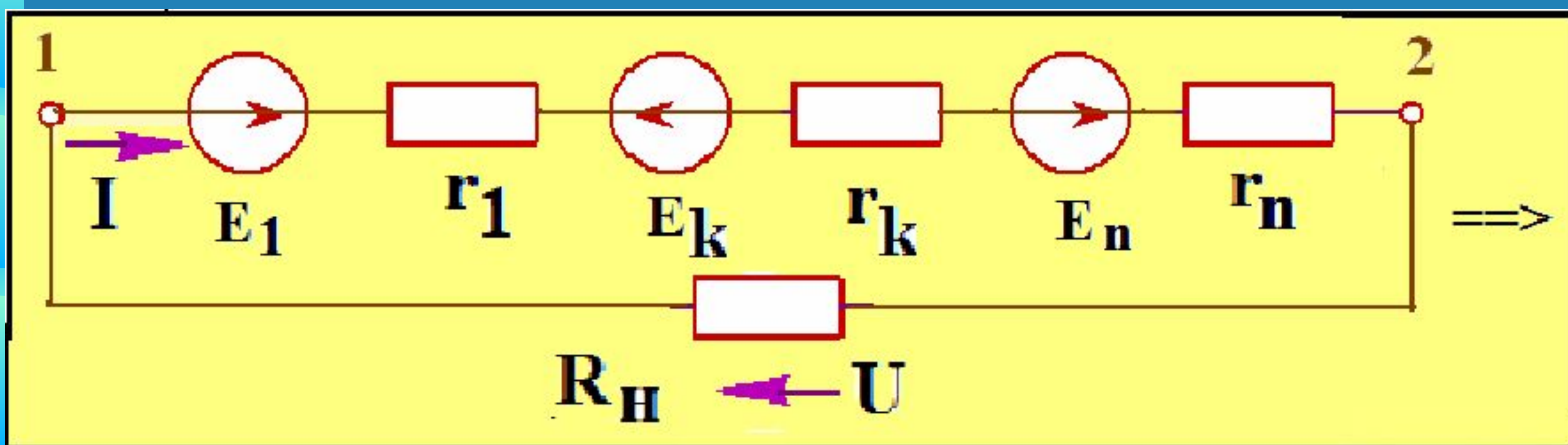


$$E = \sum_{k=1}^{n} E_k ,$$

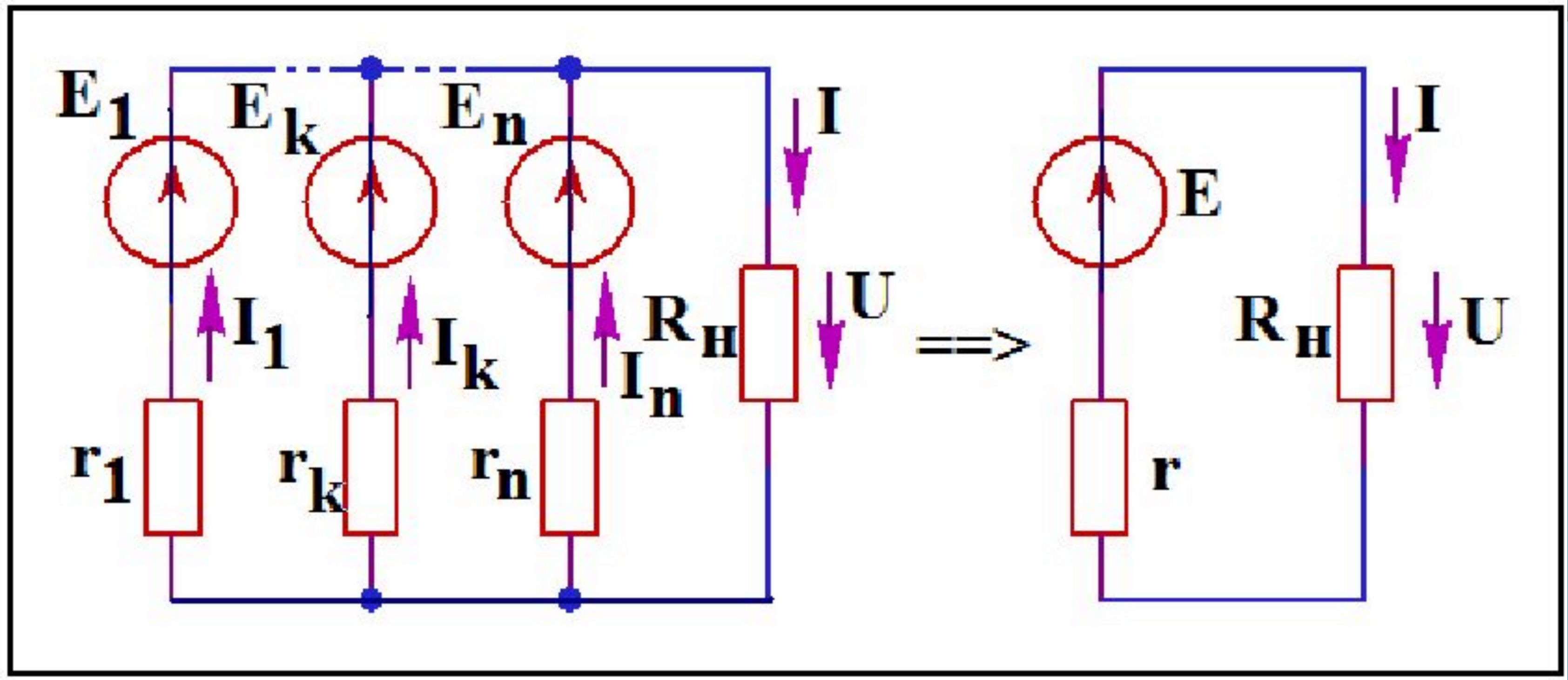
$$r = \sum_{k=1}^{n} r_k$$

«+» если Ek совпадает с E, иначе «-».

Метод замены нескольких последовательно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Метод замены нескольких параллельно соединенных генераторов напряжения одним эквивалентным



Эквивалентный генератор

$$E = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{E_k}{r_k}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{r_k}}, \qquad r = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{r_k}}$$

«+E_k » если совпадает с Е, иначе «- E_k».

Ток в нагрузке Rн

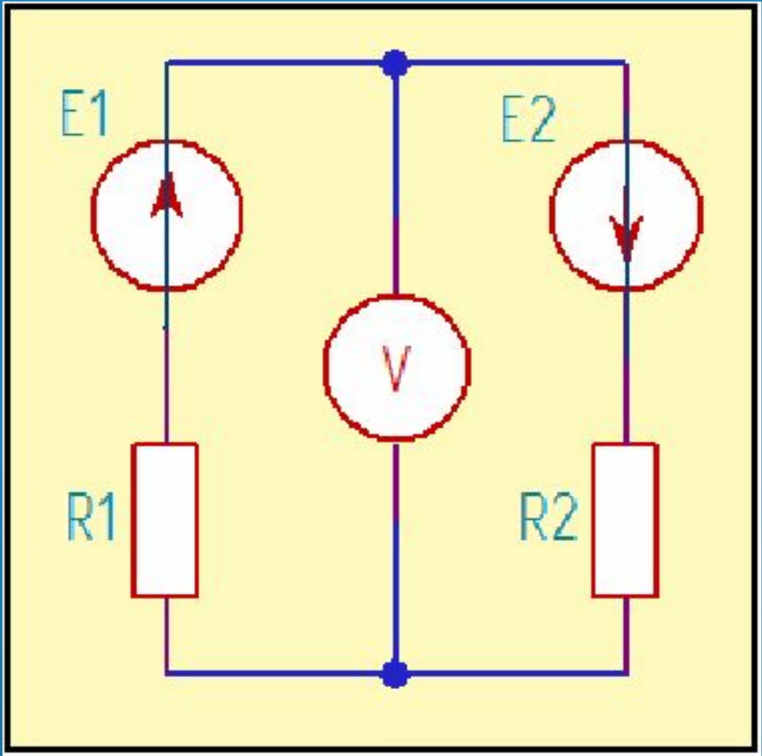
$$I = \frac{E}{r + R_H}$$

Ток в k-ой ветви (k=1, 2,..., n)

$$I_k = \frac{E_k - U}{r_k}$$

Пример.

Определить показания вольтметра, сопротивление которого бесконечно велико.



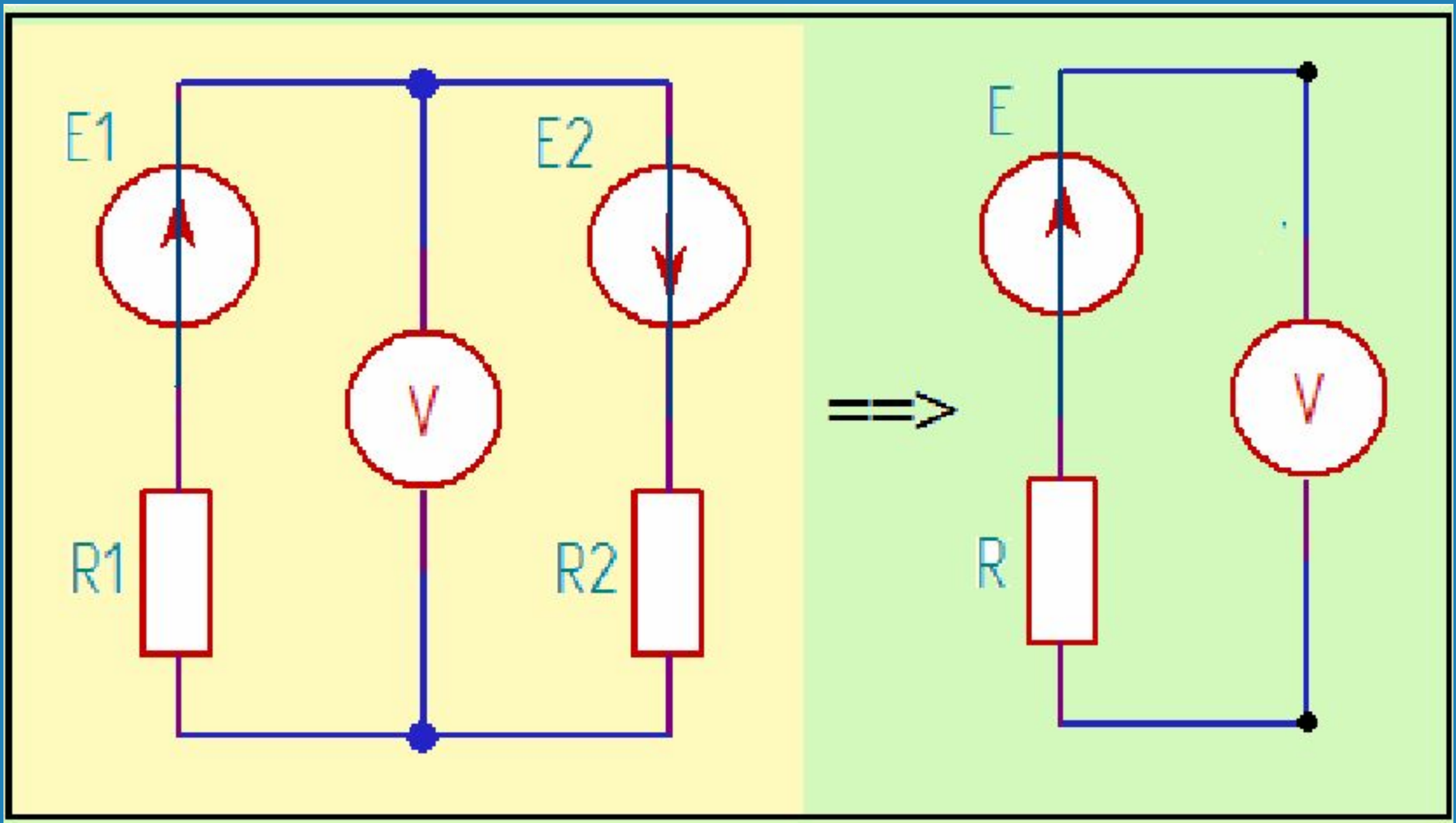
E1=40 В,

E2=10 В,

R1=R2=5 Ом.

V=?

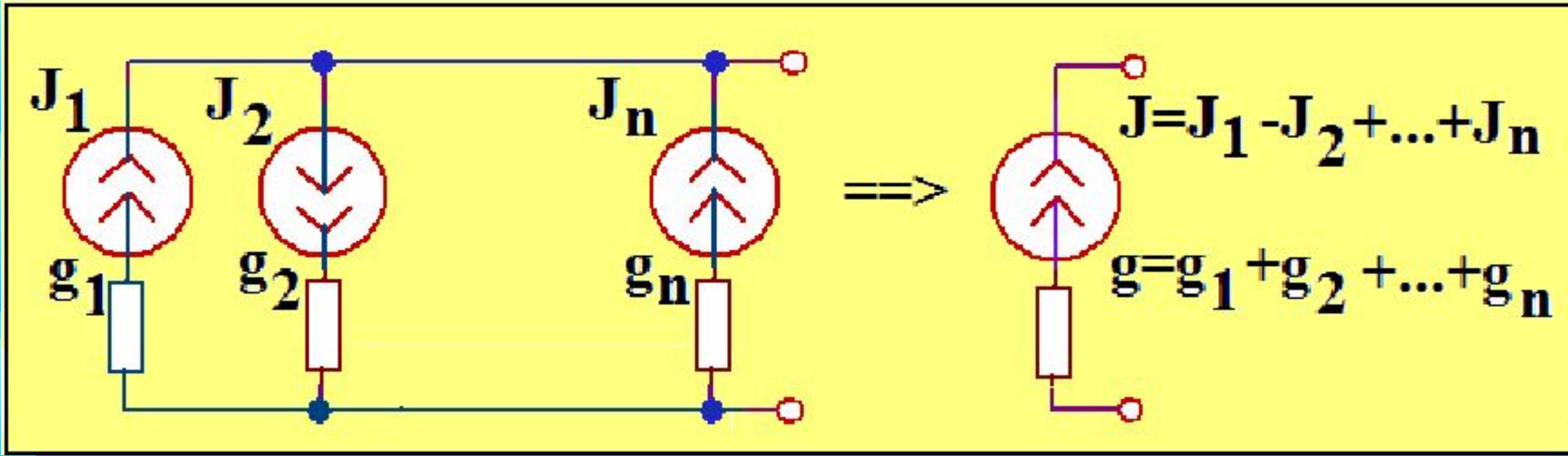
Решение:



Ответ.

$$V = E = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{\dfrac{40}{5} - \dfrac{10}{5}}{\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5}} = 15\ B.$$

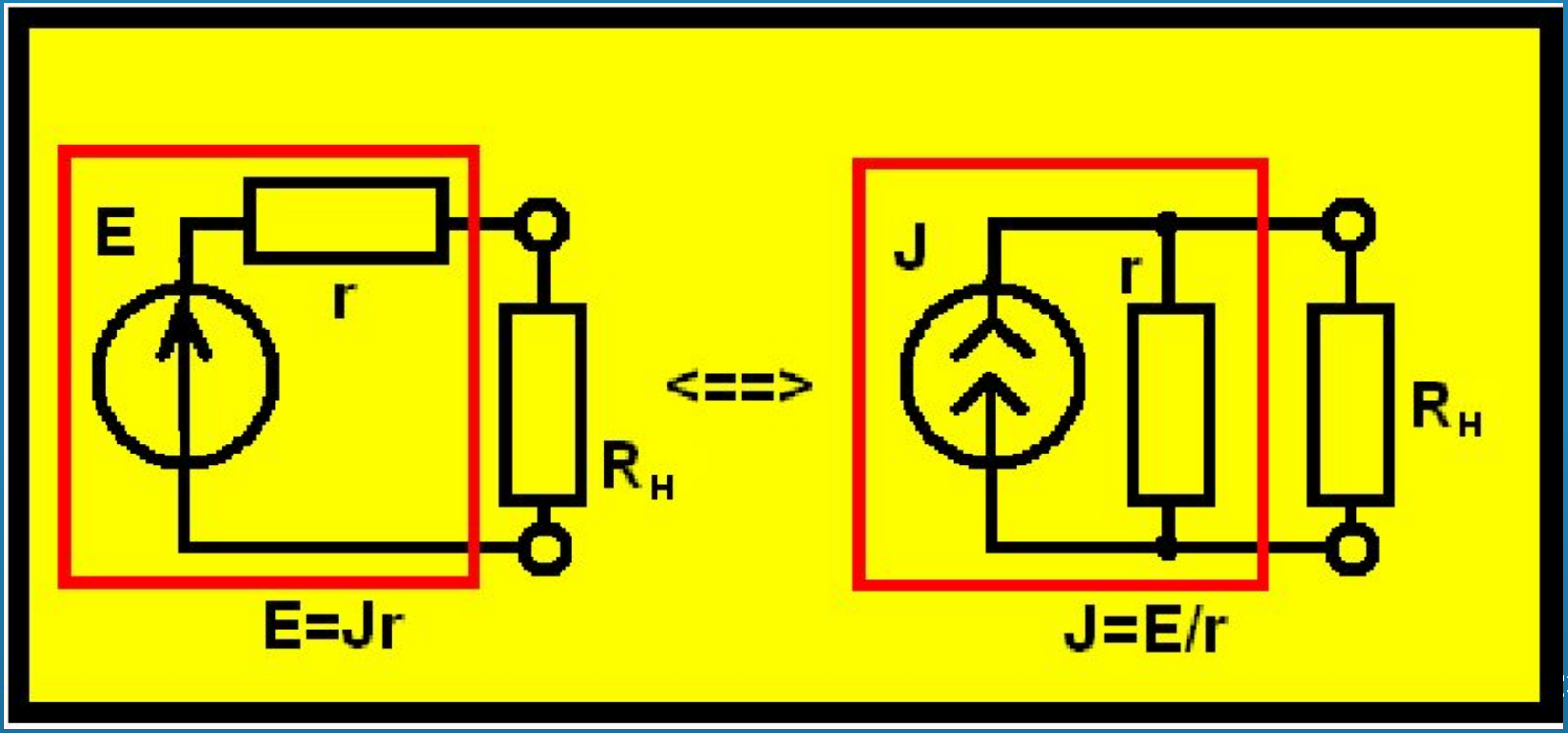
Метод замены нескольких параллельно соединенных генераторов тока одним эквивалентным



g – внутренняя проводимость

«+» если J_k совпадает с J, иначе «-».

Источник с ЭДС **E** и внутренним сопротивлением **r** можно заменить на источник тока **J** с внутренним сопротивлением **r** и наоборот.



Основные методы расчета электрических цепей

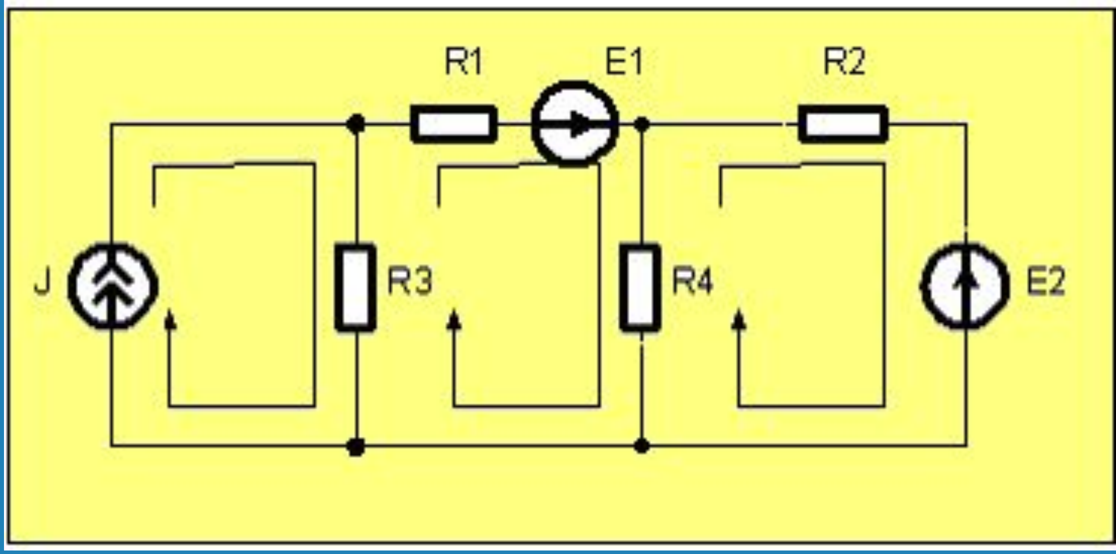
1. Метод расчета с помощью законов Кирхгофа

Общее число независимых уравнений, составляемых по первому и второму законам Кирхгофа:

$$N_{В} - N_{Т}$$

Пример.

Определить Число уравнений по Законам Кирхгофа для заданной схемы



Решение:

Число ветвей: $N_B = 5,$

Число узлов: $N_y = 3,$

Число источников тока: $N_T = 1$

Общее число уравнений: $N_B - N_T = 5 - 1 = 4$

2. Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов базируется на первом законе КирхгофаМетод узловых потенциалов базируется на первом законе Кирхгофа и законе Ома.

$N_{у}-1,$

Позволяет уменьшить количество

Составление уравнений по методу узловых потенциалов

Вначале полагают равным нулю потенциал какого-либо узла.

Для определения потенциалов (напряжений) оставшихся (Nу -1) узлов составляется следующая система уравнений:

Система уравнений

$$V_1G_{11} - V_2G_{12} - \ldots - V_sG_{1s} - \ldots - V_nG_{1n} = \sum_1 EG + \sum_1 J;$$

$$-V_1G_{21} + V_2G_{22} - \ldots - V_sG_{2s} - \ldots - V_nG_{2n} = \sum_2 EG + \sum_2 J;$$

$$\ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots \; \ldots$$

$$-V_nG_{n1} - V_2G_{12} - \ldots - V_sG_{ns} - \ldots + V_nG_{nn} = \sum_n EG + \sum_n J.$$

Символы системы уравнений

G_{kk} — сумма проводимостей всех ветвей, подсоединенных к узлу k (собственная проводимость узла k);

G_{km} — сумма проводимостей всех ветвей, непосредственно соединяющих узел k с узлом m (взаимная проводимость узлов k и m);

Символы системы уравнений

$\sum_k EG$ – алгебраическая сумма произведений ЭДС ветвей, подсоединенных к узлу k, на проводимости этих ветвей (со знаком плюс берутся ЭДС, которые направлены к узлу k , и со знаком минус — от узла k);

Символы системы уравнений

$\sum_{k} J$ — алгебраическая сумма токов источников тока, подсоединенных к узлу k (со знаком плюс берутся токи, которые направлены к узлу k, а со знаком минус — от узла k).

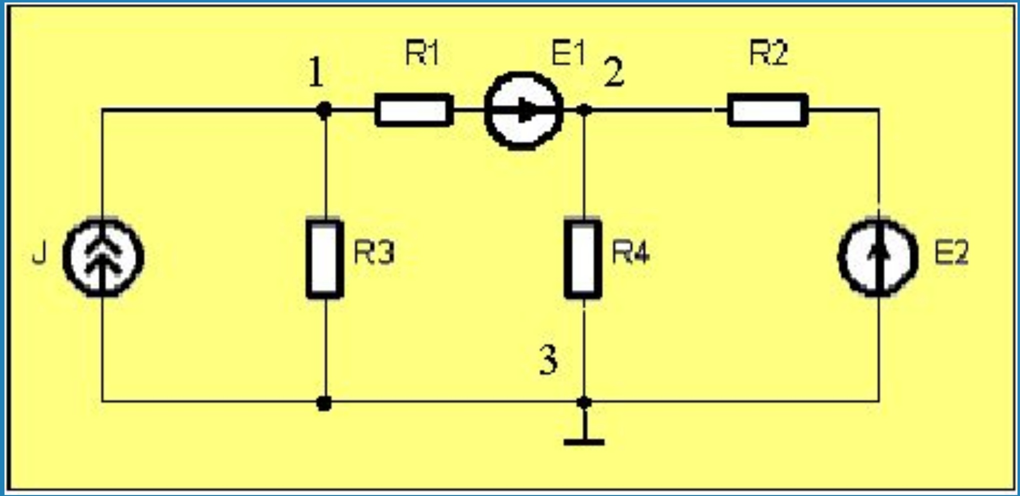
Замечание

Если в схеме некоторые узлы соединяются идеальными источниками ЭДС, то число уравнений, составляемых по методу узловых потенциалов,

уменьшается до $(N_У - 1 - N_E)$,

где N_E — число ветвей, содержащих только идеальные источники ЭДС.

Пример.



Дано:

$R1 = R2 = R3 = 1$ Ом, $R4 = 2$ Ом,

$E1 = E2 = 5$ В, $J = 1$ А .

Определить U_{12} .

Решение:

Система уравнений

$V_1(G_1+G_2) - V_2G_1 = -E_1G_1+J,$

$-V_1G_1+V_2(G_1+G_2+G_4) = E_1G_1+E_2G_2,$ где ($G=1/R$).

1. $V_1(1+1) - V_2\,1 = -5+1,$ $\quad 2V_1 - V_2 = -4,$

   $V_1\,1+V_2(1+1+0{,}5) = 5+5.$ $\quad -V_1+2{,}5V_2 = 10.$

2. $V_1 = 0$ В; $V_2 = 4$ В.

3. $U_{12}=V_1-V_2= -4$ В.

3. Метод контурных токов

базируется на втором законе Кирхгофабазируется на втором законе Кирхгофа и законе Ома.

$$N_B - N_y + 1 - N_T,$$

Позволя… …оличество независимых уравнений системы до

Составление уравнений по методу контурных токов

Вначале обозначают условные контурные токи, протекающие в каждом контуре цепи (по любой ветви цепи должен проходить хотя бы один выбранный контурный ток).

Ток в любой ветви цепи можно представить в виде алгебраической суммы контурных токов, протекающих по этой ветви.

Составление уравнений по методу контурных токов

Необходимо выбирать контурные токи источников тока ($N_т$) так, чтобы каждый из них проходил только через один источник (эти контурные токи совпадают с соответствующими токами источников тока и они являются заданными условиями задачи). Оставшиеся контурные токи выбирают проходящими по ветвям, не содержащим идеальных источников тока. Для них составляется следующая система уравнений:

Система уравнений

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \cdots + R_{1k}I_{kk} + \cdots + \sum\limits_{1} J_{n}R_{n} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \cdots + R_{2k}I_{kk} + \cdots + \sum\limits_{2} J_{n}R_{n} = E_{22}; \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ R_{k1}I_{11} + R_{k2}I_{22} + \cdots + R_{kk}I_{kk} + \cdots + \sum\limits_{n} J_{n}R_{n} = E_{kk} \end{cases}$$

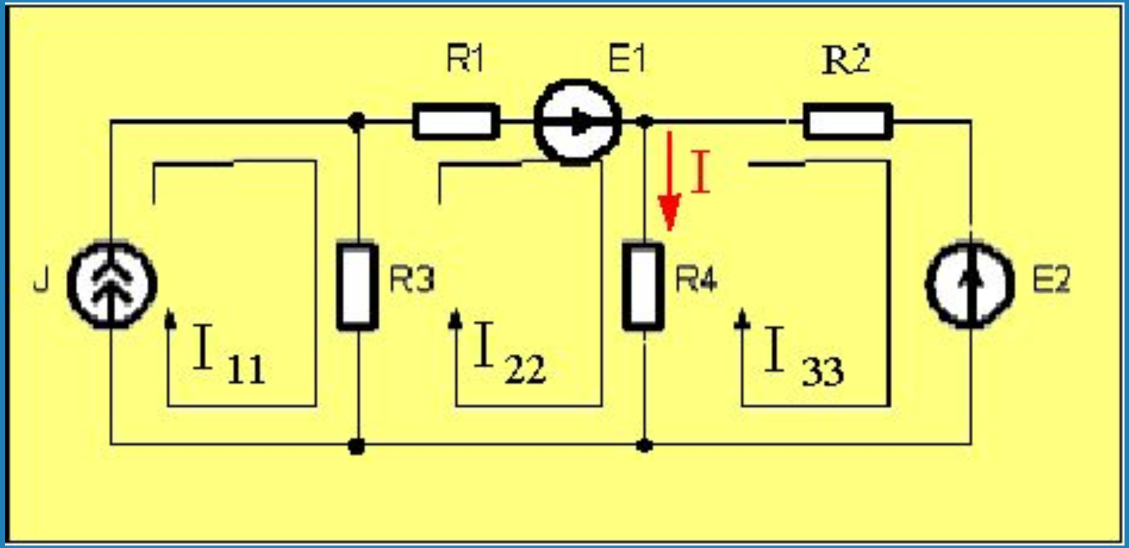
Символы системы уравнений

где R_{nn} — собственное сопротивление контура n (сумма сопротивлений всех ветвей, входящих в контур n); R_{nl} — общее сопротивление контуров n и l, причем $R_{nl} = R_{ln}$: если направления контурных токов в общей ветви для контуров n и l совпадают, то сопротивление положительно, в противном случае отрицательно.

Символы системы уравнений

E_{nn} — алгебраическая сумма ЭДС, входящих в контур n , знак положителен, если эдс направлена по контурному току; R_n — общее сопротивление ветви контура n с контуром, содержащим источник тока J : если направления контурных токов и токов источников в общей ветви совпадают, то R_n положительно, в противном случае отрицательно.

Пример.



Дано:

R1= R2=R3=1Ом, R4=2 Ом,

E1=E2=5B, J =1A .

Определить ток I.

Решение:

Система уравнений

$(R_1+R_3+R_4)\,I_{22} - R_4\,I_{33} - R_3\,J = E_1,$

$-R_4\,I_{22} + (R_2 + R_4)\,I_{33} = -E_2.$

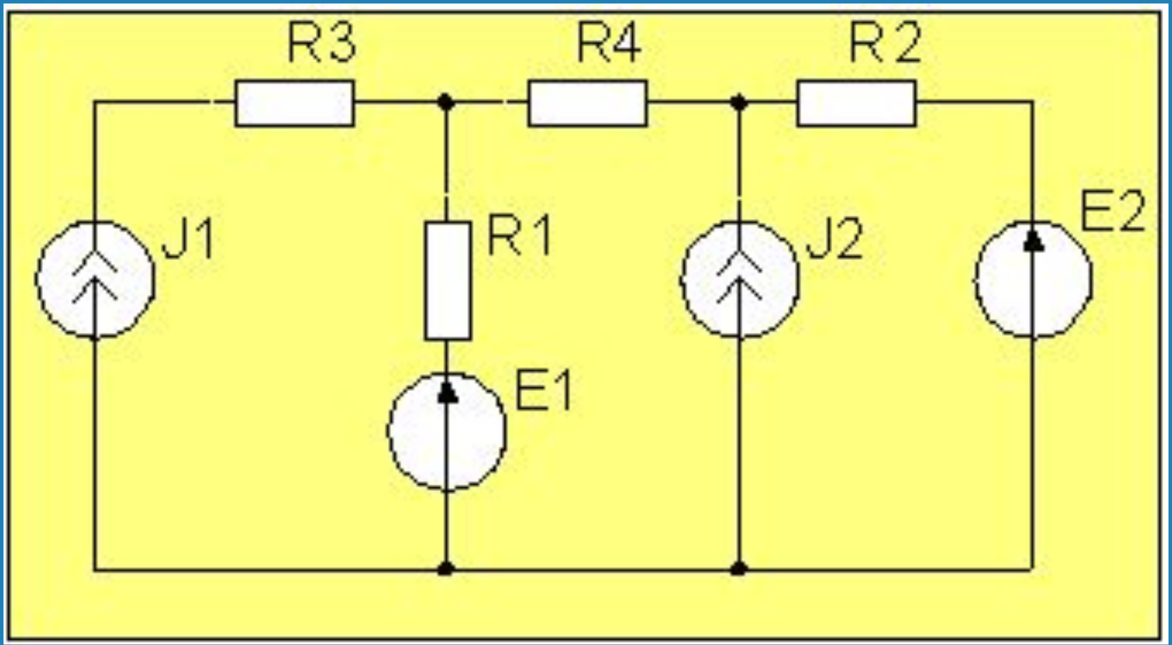
1. $4\,I_{22} - 2\,I_{33} - 1 = 5,$ 2. $I_{33} = -1\,A$, $I_{22} = 1\,A$.

   $-2\,I_{22} + 3\,I_{33} = -5.$

3. $I = I_{22} - I_{33} = 2\,A$.

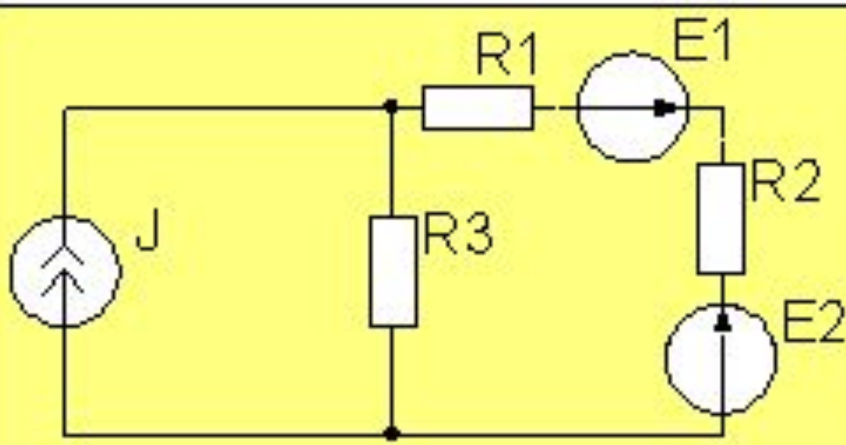
Пример

Число уравнений по методу контурных токов для заданной схемы равно . . .



Пример

Уравнение по методу контурных токов для заданной цепи:



1. $(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = E_1 - E_2$
2. $(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = E_1 - E_2 + R_3 \cdot J$
3. $(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = E_1 - E_2 - R_3 \cdot J$
4. $(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = E_1 + E_2 + R_3 \cdot J$
5. $(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 + R_3 \cdot J = E_1 - E_2$