

Методические указания для выполнения цикла практических занятий по  
« Организации автомобильных перевозок »

## Маршрутизация перевозок грузов

Составитель: к.т. наук  
доцент Э.П.Бабенко

## Задание

1. Торговые организации  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  могут получать овощи со складов  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , расположенных в пунктах (вершинах) транспортной сети.

Таблица 1

Вместимость складов.

Склады в пунктах	Виды груза, т			Итого
	капуста	картофель	свекла	
Г	100	150	50	300
Д	50	-	100	150
Е	100	150	-	250
Л	150	100	50	300
Итого	400	400	200	1000

Таблица 2

План завоза груза в торговые организации.

Потребители в пунктах	Виды груза, т			Итого
	капуста	картофель	свекла	
А	40	100	50	190
Б	40	140	20	200
Ж	140	80	40	260
К	80	20	70	170
М	100	60	20	180
Итого	400	400	200	1000

Все три продукта являются грузами, перевозка которых может осуществляться одним и тем же подвижным составом.

(Марка автомобиля \_\_\_\_\_)

2. Схема транспортной сети перевозок показана на рис. 1

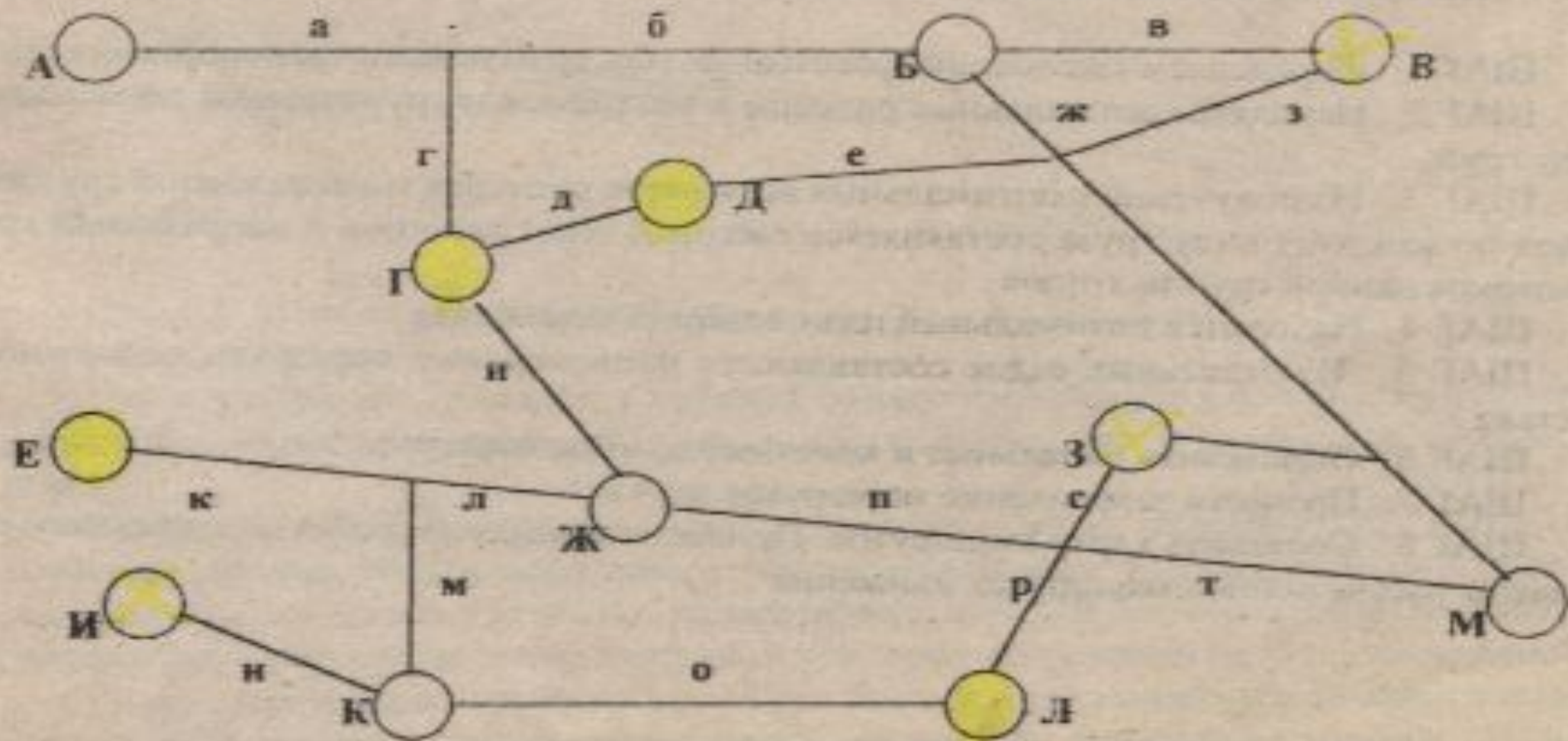


Рис. 1. Схема дорожной сети района.

Исходные данные по вариантам.

Вариан- ты	Расстояние, км																				
	а	б	в	г	д	е	ж	з	и	к	л	м	н	о	п	р	с	т	у	ф	х
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	3	2	3	6	1	2	3	4	5	6	2
2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	1	5	2	3	4	5	6	7	1
3	4	3	3	2	4	3	2	4	5	6	5	4	5	8	4	4	3	4	5	6	3
4	3	4	3	1	2	3	4	5	6	5	6	3	2	4	3	1	2	3	4	5	4
5	2	2	2	1	2	2	1	2	2	3	3	2	3	7	2	2	1	2	3	3	1
6	3	5	4	2	3	5	4	4	2	4	5	4	6	9	3	4	2	1	2	4	5
7	3	3	3	2	3	3	2	3	3	4	4	3	4	8	3	3	2	3	4	4	2
8	1	2	3	4	5	6	2	3	4	5	1	2	4	5	2	3	4	5	6	7	3
9	4	5	4	2	3	4	5	6	7	6	7	4	3	5	4	2	1	4	5	6	2
10	5	5	5	3	5	5	2	5	5	6	6	5	6	9	3	5	3	5	6	6	2

3. Привязка торговых организаций, складов и автотранспортных предприятий представлены в табл. 4.

Таблица 4

Привязка вершин транспортной сети.

Варианты	Склады				Потребители					АТП		
	А <sub>1</sub>	А <sub>2</sub>	А <sub>3</sub>	А <sub>4</sub>	Б <sub>1</sub>	Б <sub>2</sub>	Б <sub>3</sub>	Б <sub>4</sub>	Б <sub>5</sub>	Н <sub>1</sub>	Н <sub>2</sub>	Н <sub>3</sub>
1	Е	Г	Л	Д	А	Б	Ж	М	К	И	З	В
2	Г	Л	Д	Е	Б	Ж	М	К	А	З	В	И
3	Л	Д	Е	Г	Ж	М	К	А	Б	В	И	З
4	Д	Е	Г	Л	М	К	А	Б	Ж	И	З	В
5	Е	Г	Л	Д	К	А	Б	Ж	М	З	В	И
6	Г	Л	Д	Е	Л	Б	Ж	М	К	В	И	З

4. Кратчайшее расстояние между корреспондирующимися точками в километрах указаны в табл. "Кратчайших расстояний".
5. Требуется так организовать процесс перевозок, чтобы при минимальных затратах был перевезен весь груз и коэффициент использования пробега подвижного состава имел максимально возможную в данных условиях величину.

Задача выполняется следующим образом.

ШАГ 1. Определяем кратчайшие расстояния между пунктами транспортной сети.

ШАГ 2. Находятся оптимальные размеры и направления грузопотоков по каждому виду груза.

ШАГ 3. Из полученных оптимальных вариантов размеров и направлений грузопотоков по каждому виду груза составляется сводный план размеров и направлений грузопотоков данной группы грузов.

ШАГ 4. Находится оптимальный план возврата порожняка.

ШАГ 5. Из отдельных ездов составляются рациональные маршруты подвижного состава.

ШАГ 6. Определить начальные и конечные пункты маршрута.

ШАГ 7. Провести закрепление маршрутов за АТП.

ШАГ 8. Составить карту маршрутов. Привести показатели работы подвижного состава на рассчитанных маршрутах движения.

## Моделирование транспортных сетей

При планировании перевозок возникает необходимость в определении кратчайших расстояний между автотранспортными предприятиями и пунктами производства (грузоотправители) и потребления (грузополучатели), что дает возможность снизить транспортные издержки на перевозку грузов за счет минимизации общего пробега подвижного состава и сокращений времени доставки грузов. Кроме того, кратчайшие расстояния являются основой при оплате клиентами транспортных услуг. Они необходимы для определения грузооборота АТП, учета расхода топлива, расчета зарплаты водителей и т.п.

Транспортная сеть представляет собой систему дорог (улиц города; улиц микрорайонов), которые пригодны по качеству дорожного покрытия, ширине проезжей части и открыты для движения подвижного состава. Модель такой сети может быть представлена в виде графика (рис. 1.1)

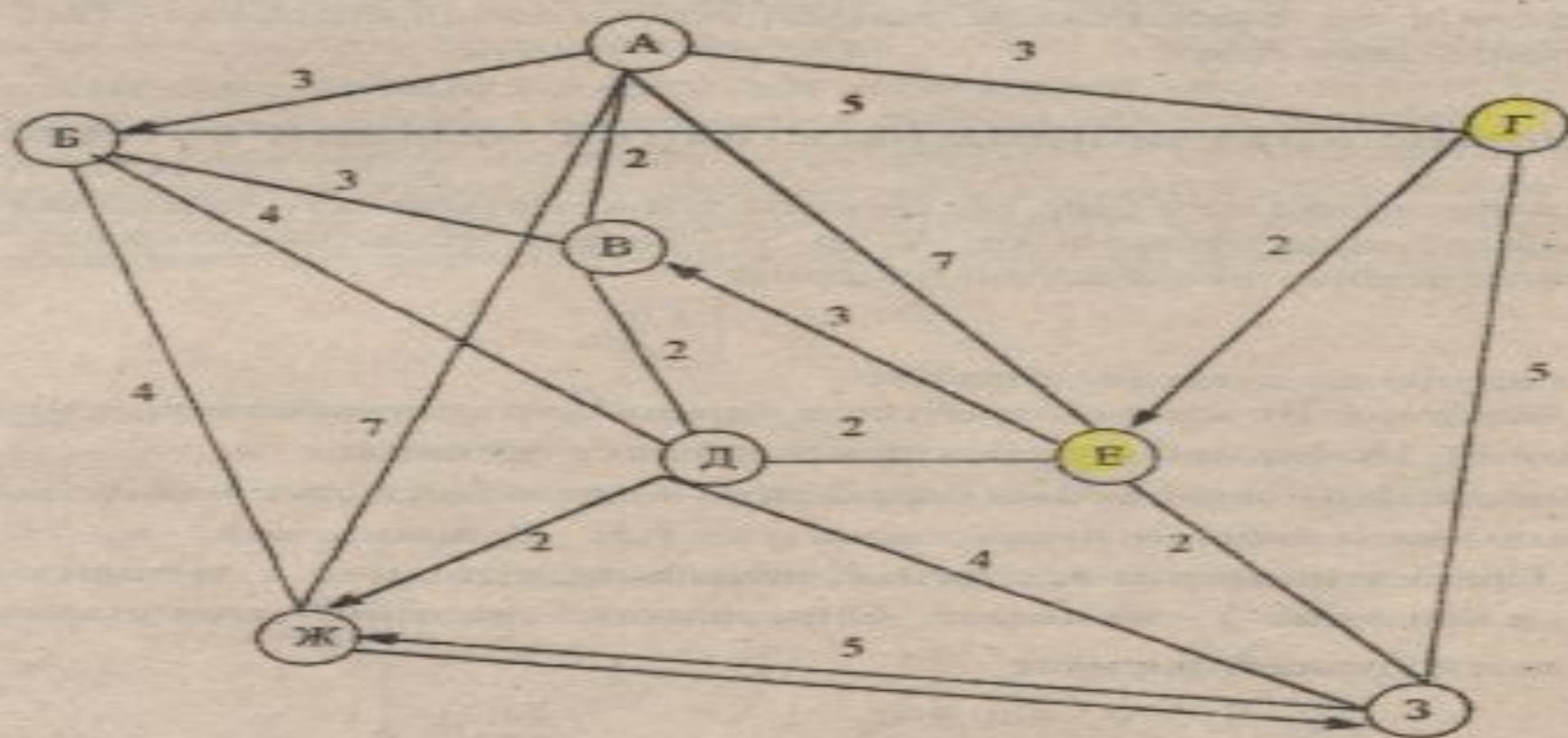


Рис. 1.1. Модель транспортной сети

Граф- это фигура, состоящая из точек (вершин) и отрезков (ребер), их соединяющих. ребра характеризуются числами, которые могут иметь различный физический смысл.

Как видно из рис. 1.1, часть ребер ориентирована по направлению. Такие ребра называются дугами. Фактически всякое неориентированное ребро включает в себя две равноценные, но противоположно направленные дуги. В зависимости от того все или часть ребер имеет направление, граф является ориентированным или смешанным.

Граф, каждая вершина которого может быть соединена некоторой последовательностью ребер с любой другой его вершиной, называется связанным графом. Из этого

определения следует, что каждая вершина связанного графа должна иметь как минимум одну входящую и одну выходящую дугу.

Граф, моделирующий транспортную сеть обязательно должен быть связанным, чтобы всегда был путь из любой вершины в любую другую. Числа, характеризующие ребра такого графа, выражают протяженность пути, время или стоимость проезда.

Расстояния между вершинами или отдельными пунктами транспортной сети можно определить следующими способами, широко распространенными на практике:

1) непосредственный замер расстояний на местности по показаниям спидометра при движении автомобиля по маршруту (такой способ замера дает возможность определить расстояние между двумя пунктами с большой точностью, от ворот до ворот, но он связан со значительными материальными и трудовыми затратами);

2) замер по карте (плану) города или местности с помощью курвиметра (однако показания курвиметра необходимо корректировать в зависимости от конкретных реальных условий, т.е. учитывать профиль дорог, качество дорожного покрытия и т.д.).

Если замеры производятся между не соседними, удаленными друг от друга пунктами, то в таком случае от одного пункта к другому может быть несколько путей следования, т.е. имеют место различные варианты движения.

Таким образом, задача определения кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети является задачей многовариантной, которая имеет множество допустимых решений, т.е. классической задачей исследования операции. Она относится к классу экстремальных задач.



## 1. Определение кратчайших расстояний методом потенциалов

Задана транспортная сеть (рис.1). Пункты транспортной сети представляют собой вершины, обозначенные буквами от А до З. Заданы расстояния между пунктами (табл.3), т.е. определены звенья сети и их длина.

Задача решается следующим образом:

**ШАГ 1.** Вершина, от которой требуется определить кратчайшие расстояния, называется начальной. Начальной вершине присваивается потенциал  $v_i = 0$ .

*Пример.* Предположим, необходимо определить кратчайшее расстояние от вершины А до всех остальных вершин (пунктов) сети (рис.1.1). Принимается:  $v_A = 0$ .

**ШАГ 2.** Просматриваются все звенья, начальные вершины  $i$  которых имеют потенциалы  $v_i$ , а конечные  $j$  — не имеют. Определяется значение потенциалов конечных вершин  $v_j$  по следующей формуле

$$v_j = v_i + c_{ij} \quad (1.1)$$

где  $c_{ij}$  — длина звена  $(i-j)$ , т.е. расстояние между вершинами  $i$  и  $j$ .

Из всех полученных потенциалов выбирается наименьший (поскольку определяются кратчайшие расстояния) и его значение присваивается соответствующей конечной вершине. Звено  $(i-j)$  отмечается стрелкой.

*Определяются звенья, для которых вершина А является начальной. На рис.1.1 это звенья АБ, АВ, АГ, АЕ и АЖ. Вычисляются потенциалы конечных вершин этих звеньев:*

$$v_B = v_A + c_{AB} = 0 + 3 = 3;$$

$$v_B = v_A + c_{AB} = 0 + 2 = 2;$$

$$v_G = v_A + c_{AG} = 0 + 3 = 3;$$

$$v_E = v_A + c_{AE} = 0 + 7 = 7;$$

$$v_Z = v_A + c_{AZ} = 0 + 7 = 7;$$

Из всех полученных потенциалов выбирается наименьший (поскольку определяются кратчайшие расстояния) и его значение присваивается соответствующей конечной вершине. Звено (i-j) отмечается стрелкой.

Определяются звенья, для которых вершина А является начальной. На рис. 1.1 это звенья АБ, АВ, АГ, АЕ и АЖ. Вычисляются потенциалы конечных вершин этих звеньев:

$$v_B = v_A + c_{AB} = 0 + 3 = 3;$$

$$v_B = v_A + c_{AB} = 0 + 2 = 2;$$

$$v_\Gamma = v_A + c_{A\Gamma} = 0 + 3 = 3;$$

$$v_E = v_A + c_{AE} = 0 + 7 = 7;$$

$$v_{\text{Ж}} = v_A + c_{A\text{Ж}} = 0 + 7 = 7;$$

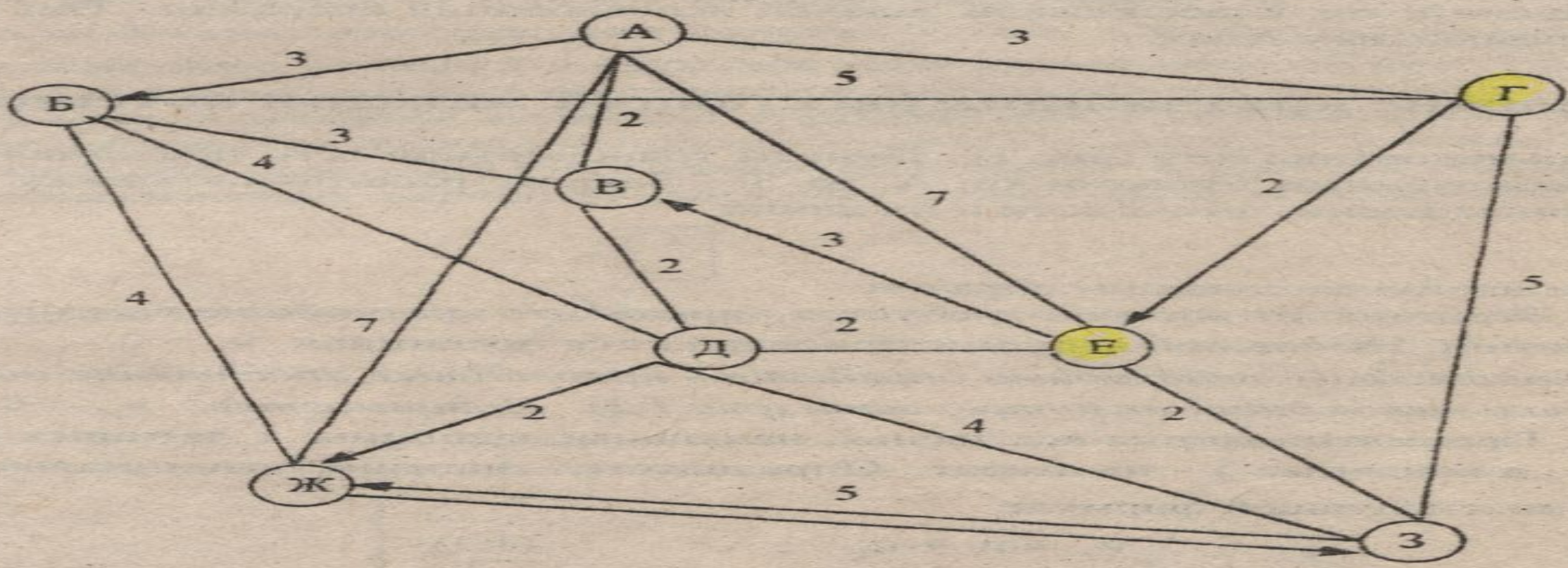


Рис. 1.1. Модель транспортной сети

Выбирается наименьшее значение этих потенциалов

$$\min(v_B, v_B + c_{BG}, v_G, v_G + c_{GZ}) = v_A = 0.$$

Звено  $AB$  отмечается стрелкой (рис. 1.2). Вершине  $B$  присваивается значение потенциала, равное 2.

Потенциалы проставляются в квадратах на рис. 1.2 около соответствующих вершин. Шаг 2 повторяется до тех пор, пока всем вершинам данной сети не будут присвоены потенциалы.

Вновь повторяется шаг 2, но за начальную вершину принимается вершина  $B$ , потенциал которой определен. Теперь можно получить значения потенциалов для вершин  $B, E, D$

$$v_B = v_A + c_{AB} = 2 + 3 = 5;$$

$$v_D = v_B + c_{BD} = 2 + 2 = 4.$$

Потенциал для вершины  $E$  определить нельзя, так как проезд от  $B$  до  $E$  невозможен (дороги с односторонним движением от пункта  $E$  до пункта  $B$ ). Из всех полученных сейчас и на первом этапе расчета значений потенциалов выбирается наименьшее  $v_G = 3$ . Это значение проставляется в квадрате у вершины  $G$ . Звено  $AG$  отмечается стрелкой (рис. 1.2).

Для вершины  $B$  уже определено раньше значение потенциала  $v_B = 3$ , которое меньше полученного на данном этапе расчета значений  $v_B = 5$ . Следовательно вершине  $B$  присваивается потенциал, равный 3, а стрелкой отмечается звено  $AB$  (рис. 1.2). Далее опять из всех полученных значений потенциалов выбирается наименьшее.

Продолжая расчеты указанным методом, определяются потенциалы для всех вершин сети. Значения этих потенциалов, проставленные в квадратах, показывают, чему равно кратчайшее расстояние от этих вершин до вершины  $A$ , с звенья, отмеченные стрелками, соответствуют маршруту движения между ними по кратчайшему пути (рис. 1.2).

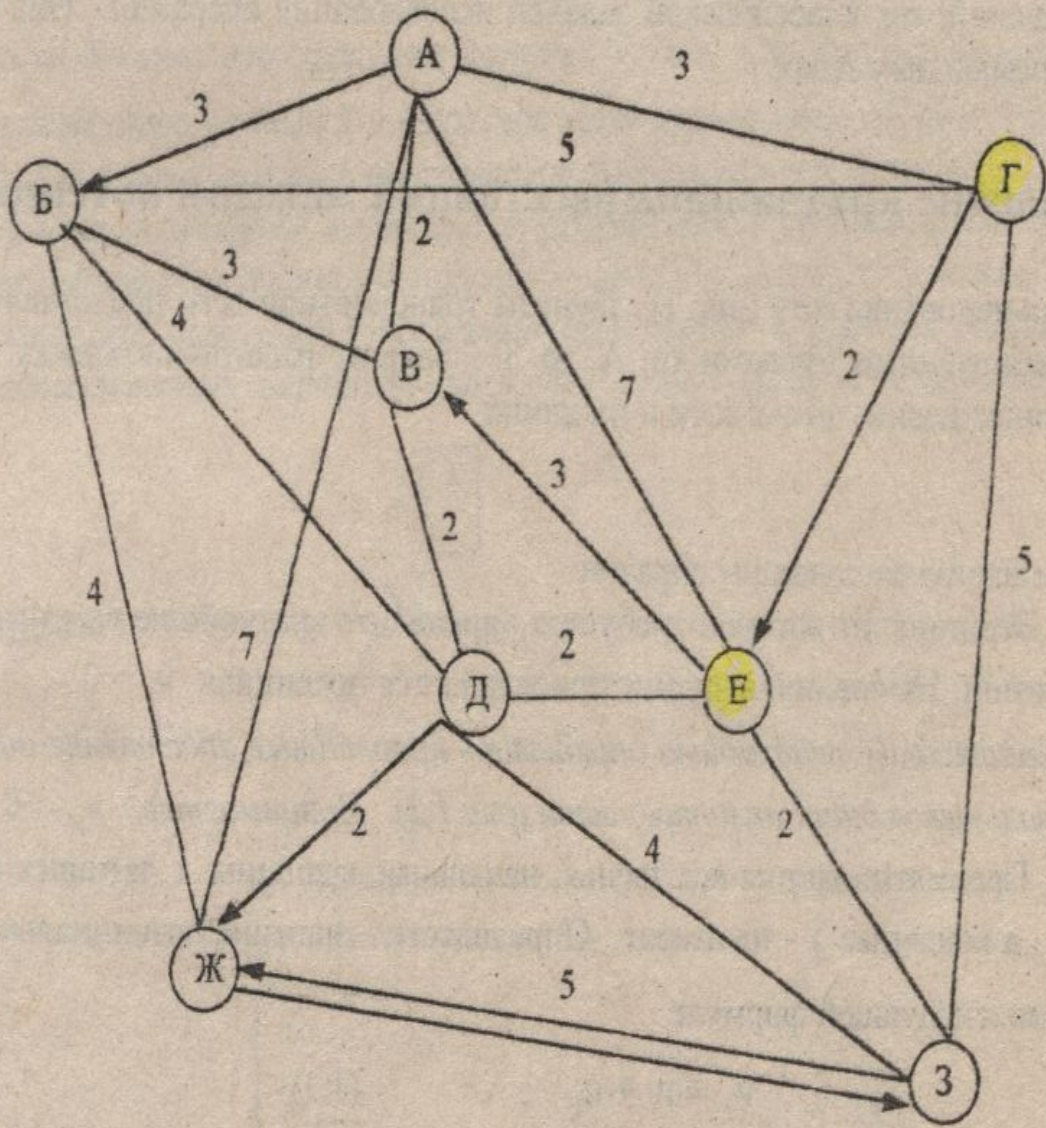


Рис. 1.1. Модель транспортной сети

и (рис. 1.2).

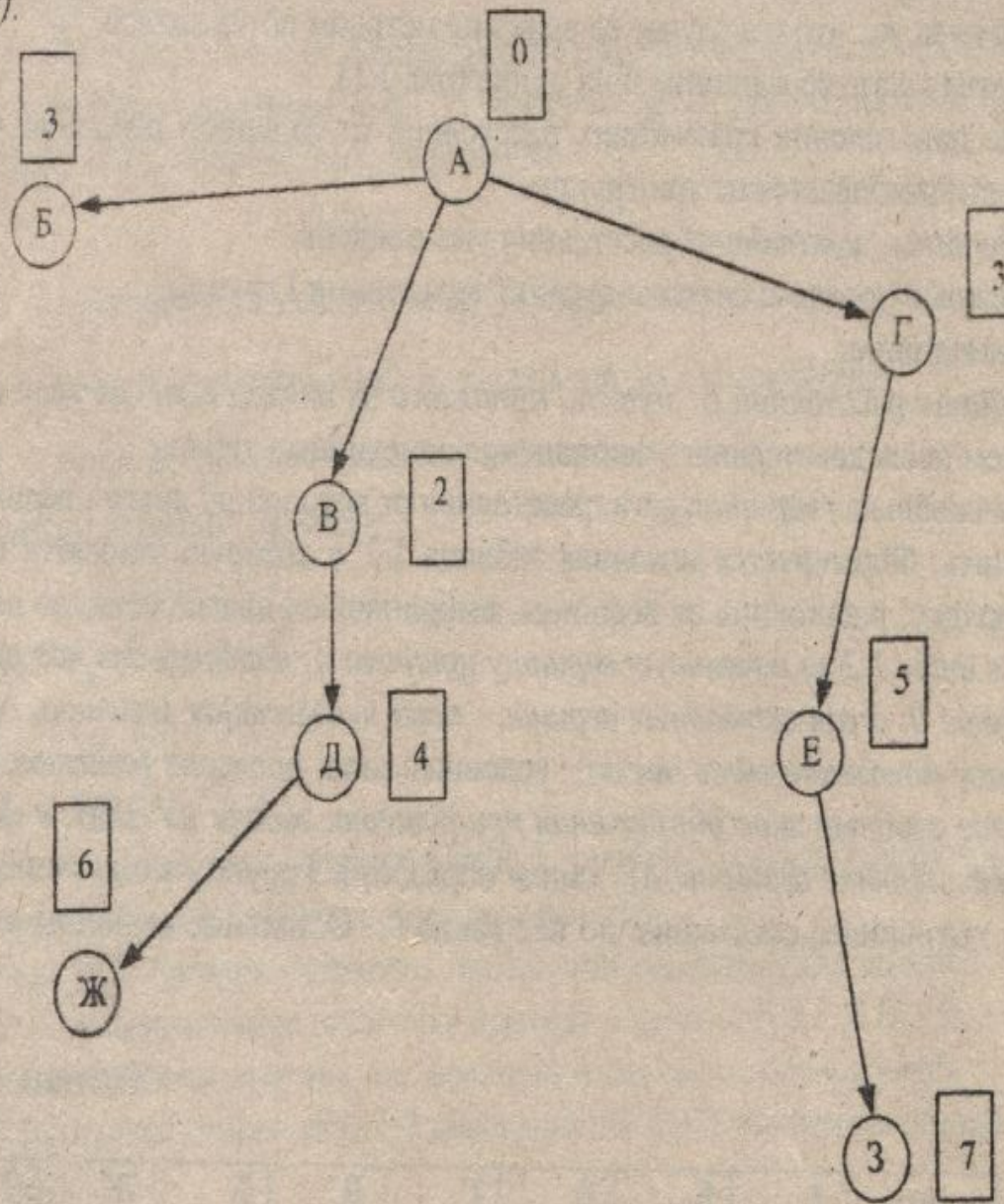


Рис. 1.2. Кратчайшие расстояния транспортной сети до вершины А

Величина потенциалов у соответствующих вершин показывает кратчайшее расстояние от выбранного начального пункта до данного пункта. Звенья со стрелками образуют кратчайший маршрут движения от начального пункта до всех остальных.

Принимая за начало сети последовательно каждый её пункт (вершину) и выполняя расчеты по описанному методу, можно получить таблицу кратчайших расстояний между всеми пунктами сети (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Кратчайшее расстояние между пунктами транспортной сети.

Вершины (пункты сети)	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
А	-	3	2	3	4	5	6	7
Б	5	-	3	5	4	6	4	8
В	2	3	-	5	2	4	2	6
Г	3	5	5	-	4	2	6	4
Д	4	4	2	4	-	2	2	4
Е	5	6	3	7	2	-	4	2
Ж	6	4	2	6	8	4	-	5
З	7	8	6	4	4	2	5	-

Рассмотренный метод весьма прост и используется для составления таблиц кратчайших расстояний между пунктами сети вручную.

## I. Определение кратчайших расстояний методом «метлы»

Решение задачи определения кратчайших расстояний с использованием ЭВМ проводится по другому методу, получившему название метода «метлы».

Постановка задачи та же, что и в случае её решения методом потенциалов.

Задана транспортная сеть: её вершины и их длина (рис. 1.1).

На любом этапе определения кратчайших расстояний от заданной вершины всё множество вершин сети разбивается на три группы.

В I группу входят вершины, кратчайшие расстояния уже найдены.

Во II – вершины, смежные (которые связаны дугой) с вершинами I группы.

В III – все остальные вершины.

Определение кратчайших расстояний от пункта, принятого за начало сети, до всех остальных ведётся путем последовательного составления однотипных таблиц.

ШАГ 1. Выбирается начальная вершина сети, расстояния от которой до других вершин необходимо определить. Формируется исходная таблица 1.2, в которую заносятся все вершины сети по порядку, расстояния от вершины, выбранной за начало сети, до всех остальных вершин (в табл. 1.2 за начальную вершину принята А, поэтому для неё представляется расстояние 0, а для остальных вершин – пока неизвестная величина, равная С, где С – большое положительное число), условный язык проверки (ставится I как условный наиболее удобный знак обозначения при решении задачи на ЭВМ; в данном случае I ставится против вершины А). Таким образом, в I группу входят только начальная вершина, кратчайшее расстояние до неё равно 0. Остальные вершины входят в третью группу.

Таблица 1.2.

Наименование вершин сети	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Расстояние	С	С	С	С	С	С	С	С
Условный знак проверки	I							
Предшествующая вершина	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 1.3.

Наименование вершин сети	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Расстояние	0	3	2	3	С	7	С	С
Условный знак проверки	-	1	1	1				
Предшествующая вершина	0	А	А	А	0	А	0	0

Таблица 1.4.

Наименование вершин сети	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Расстояние	0	3	2	3	4	7	С	С
Условный знак проверки	-	1	-	1	1	1		
Предшествующая вершина	0	А	А	А	В	А	0	0

Таблица 1.5

Наименование вершин сети	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Расстояние	0	3	2	3	4	5	6	7
Условный знак проверки	-	-	-	-	-	-	-	-
Предшествующая вершина	0	А	А	А	В	Г	Д	Е

В последней строке табл. 1.2 фиксируются вершины, предшествующих данным в кратчайшем пути к ним.

У вершин А нет предшественника, поскольку она является начальной. У остальных предшествующие вершины пока не определены, поэтому все элементы последней строки табл. 1.2 равны 0.

ШАГ 2. Пользуясь схемой дорожной сети находим вершины, смежные с вершиной А (к ним относятся вершины Б, В, Г, Е, которые из III группы можно перевести во II). Расстояние до них определяем по формуле:

$$d_j = r_i + l_{ij}, \quad (1.2)$$

где  $d_j$  - расстояние от начальной до j-й вершины;

$r_i$  - кратчайшее расстояние от начальной до i-й вершины;

$l_{ij}$  - длина ребра, связывающего i-ю вершину с j-й.

Подставляя значения, получим:

$$d_B = r_A + l_{AB} = 0 + 3 = 3;$$

$$d_B = r_B + l_{AB} = 0 + 2 = 2;$$

$$d_G = r_G + l_{AG} = 0 + 3 = 3;$$

$$d_E = r_E + l_{AE} = 0 + 7 = 7.$$

Полученные расстояния запишем в табл. 1.3 вместо значений расстояний С, так как полученные значения по величине намного меньше С.

Условный знак проверки ставится против той вершины, для которой изменилось расстояние С на фактическое (в данном примере у вершин Б, В, Г, Д, Е). В этой же графе для вершины А ставится прочерк, т.е. вершина А считается проверенной.

В последней строке табл. 1.3 для вершин Б, В, Г, Е в качестве предыдущей запишем вершину А.

ШАГ 3. просматриваются подряд все вершины, имеющие знак проверки. Среди расстояний до вершин II группы выбираем минимальное (доказано, что она является кратчайшим от начальной точки). В табл. 1.3 им является расстояние до неё  $r_B = 2$ .



Подставляя значения, получим:

$$d_B = r_A + l_{AB} = 0 + 3 = 3;$$

$$d_D = r_D + l_{AD} = 0 + 2 = 2;$$

$$d_\Gamma = r_\Gamma + l_{A\Gamma} = 0 + 3 = 3;$$

$$d_E = r_E + l_{AE} = 0 + 7 = 7.$$

и (рис. 1.2).

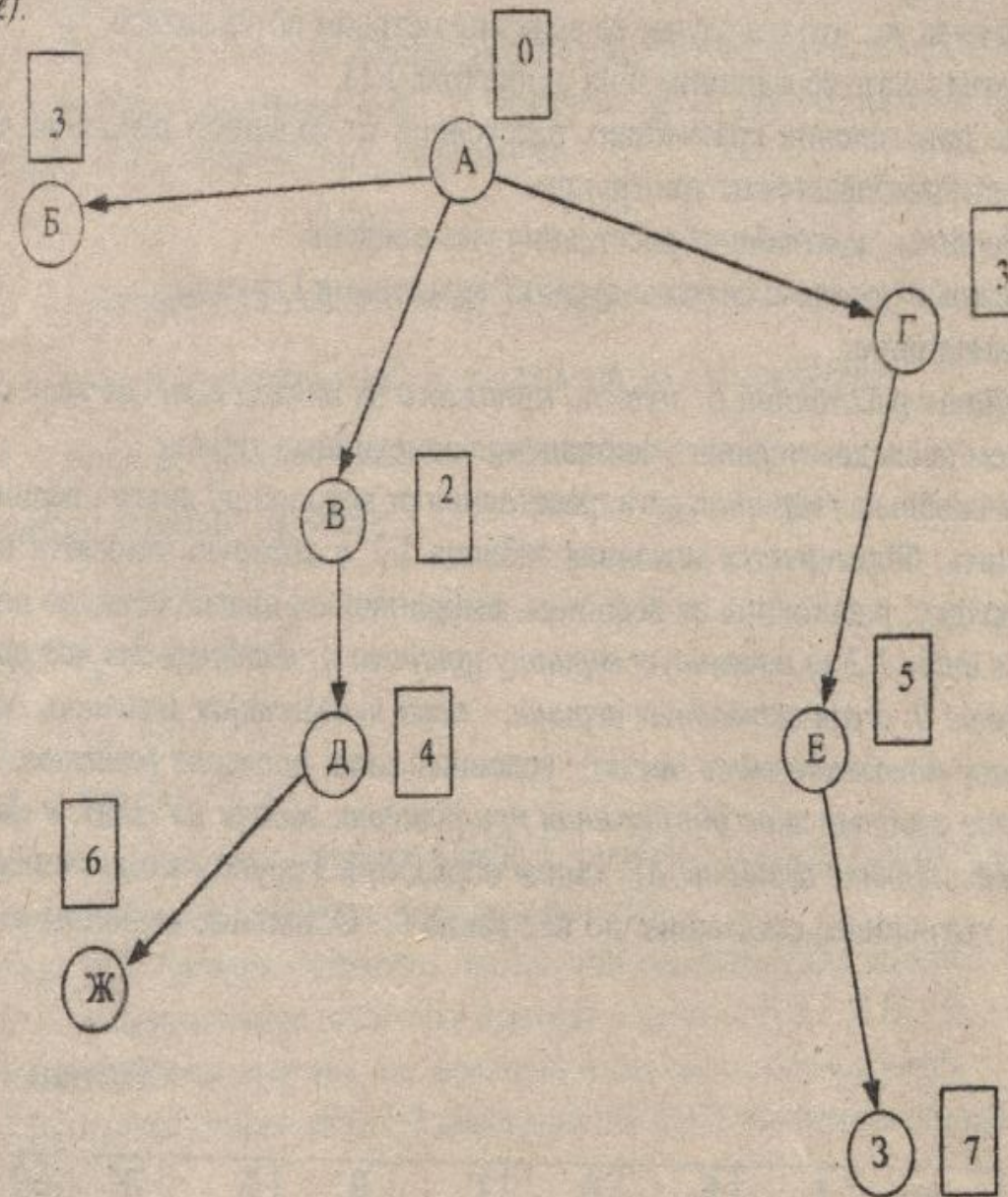


Рис. 1.2. Кратчайшие расстояния транспортной сети до вершины А

В табл. 1.3 отмечаются единицами вершины, соседние с В. Такими являются А, Б, Д. условный знак проверки у вершины Е не ставится, так как в этом направлении движение автотранспортных средств запрещено. Вершину А рассматривать не будем, так как она входит в I-ю группу.

ШАГ 4. Определяем расстояния звеньев, соединяющие проверяемую вершину В с соседними вершинами, отмеченными условными знаками по формуле

$$d_B = r_B + l_{BB} = 2 + 3 = 5;$$

$$d_D = r_B + l_{BD} = 2 + 2 = 4.$$

Вершина Б уже находится во II группе. Вновь вычисленные для неё расстояния больше, чем было в табл. 1.3. Поэтому оставляем его прежним. Вершина Д переходит из III группы во II-ю. Для неё предшествующей становится вершина В (табл. 1.4).

ШАГ 5. Ищем минимальные расстояния до вершин, входящих во II группу. Им оказывается расстояние до вершин Б и Г. Они переводятся в I-ю группу. Кратчайшее расстояние до них  $r_B = 3$  и  $r_G = 3$ . Предыдущая вершина В считается проверенной, поэтому условный знак проверки I вычеркивается из графы В.

ШАГ 6. Следующей проверяемой вершиной по порядку является вершина Б. В табл. 1.4 отмечаются единицами вершины, соседние с Б. Такими являются В, Д, Ж и снова выполняется ШАГ 4.

Аналогичные действия выполняются и для других проверяемых вершин сети.

Вершины сети проверяются последовательно сверху вниз и отмечаются знаком проверки в таблице. значения расстояний, получаемые в результате расчетов, заносятся в таблицу. Для каждой вершины из нескольких полученных значений выбирается наименьшее расстояние.

Процесс решения (цикл) повторяется до тех пор, пока из таблицы не будут вычеркнуты все условные знаки проверки для вершин транспортной сети. Окончательные результаты расчетов приведены в табл. 1.5, в которой даны кратчайшие расстояния от вершины А до всех остальных.

Часто нужно знать не только расстояние, но и кратчайший путь из исходной вершины в данную. Для этой цели используется последняя строка табл. 1.5. В ней для каждой вершины указана предшествующая в кратчайшем пути. Перебирая предшествующие вершины, обязательно придем в начальную точку.