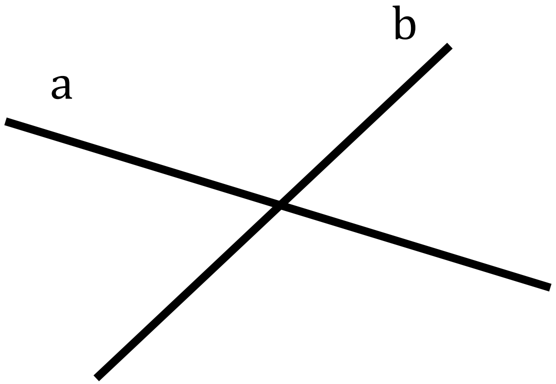
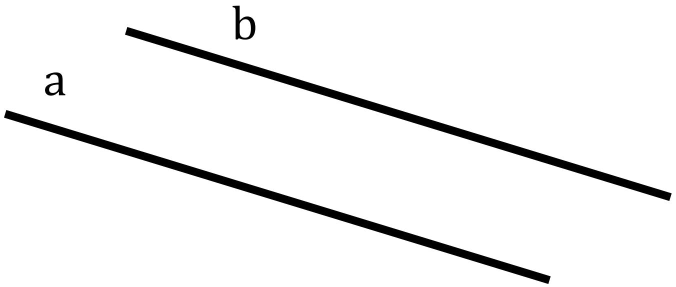


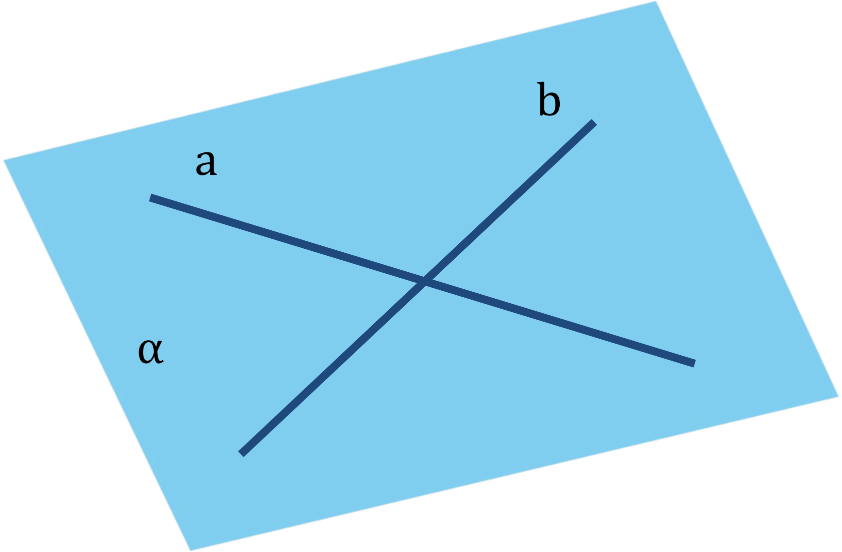
Пересекающиеся прямые



Параллельные прямые

Определение

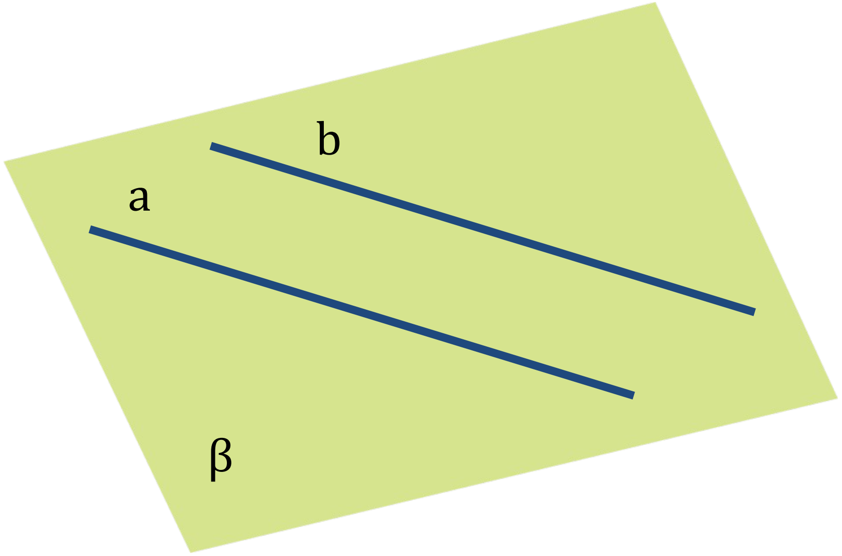
Прямые в пространстве называются **пересекающимися**, если они лежат **в одной плоскости** и имеют одну **общую точку**



Прямые a и b пересекаются

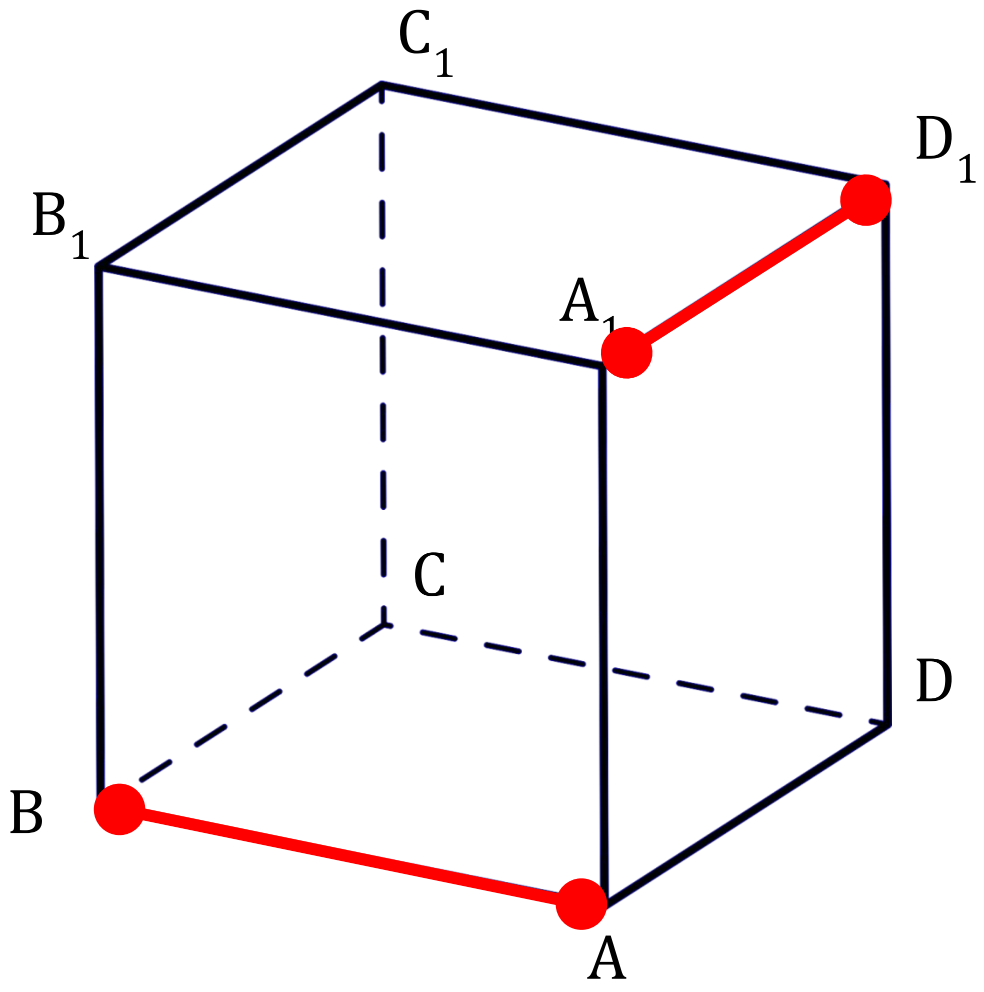
Определение

Прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат **в одной плоскости** и **не имеют общих точек**



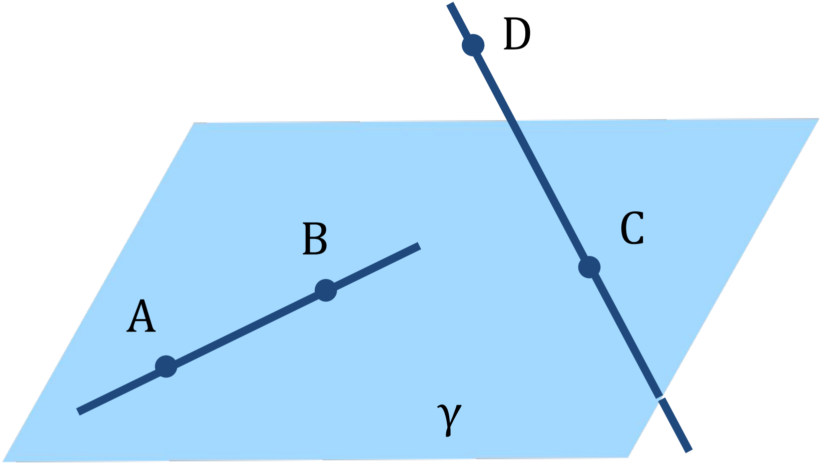
Прямые a и b параллельны

AB и A_1D_1 лежат в разных плоскостях



Определение

Две прямые называются **скрещивающимися**, если **не существует** такой плоскости, которая бы проходила через эти прямые



Теорема

Если одна из прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей этой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**

Теорема

Если одна из прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей этой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**

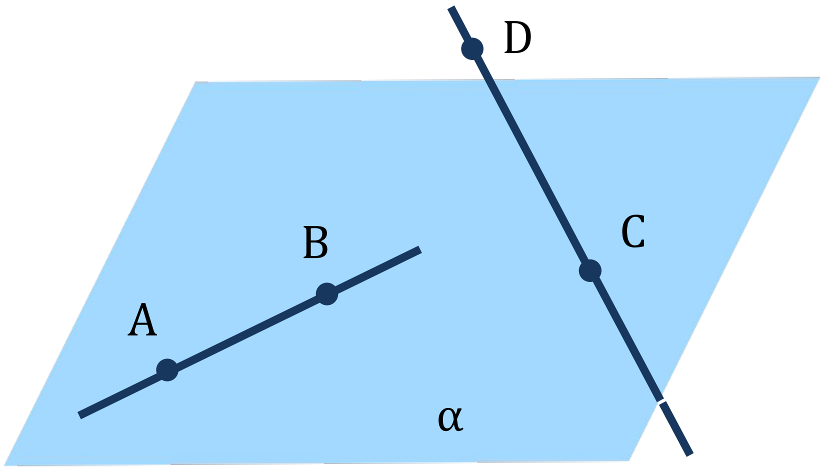
Дано: $AB \subset \alpha$

$CD \cap \alpha = C$, $C \notin AB$

Доказать: AB скрещивается с DC

Доказательство:

$AB, CD \in \beta \Rightarrow$



Теорема

Если одна из прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей этой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**

Дано: $AB \subset \alpha$

$CD \cap \alpha = C,\ C \notin AB$

Доказать: AB скрещивается с DC

Доказательство:

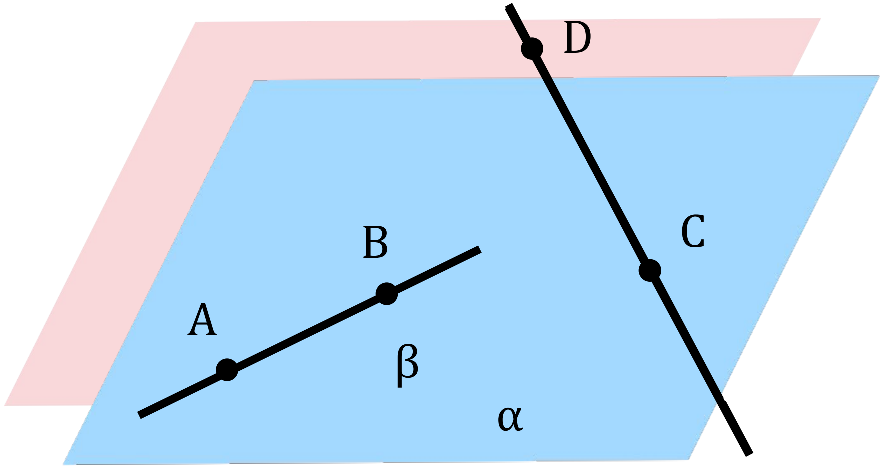
$AB, CD \in \beta \Rightarrow\ \beta \supset AB, C$

$C \notin AB\ \Rightarrow AB, C \in \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha \equiv \beta$

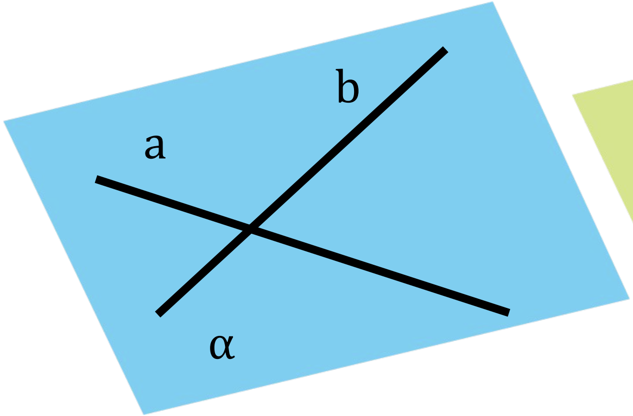
Невозможно, т.к. $CD \cap \alpha$

$\Rightarrow$ AB и CD — скрещивающиеся

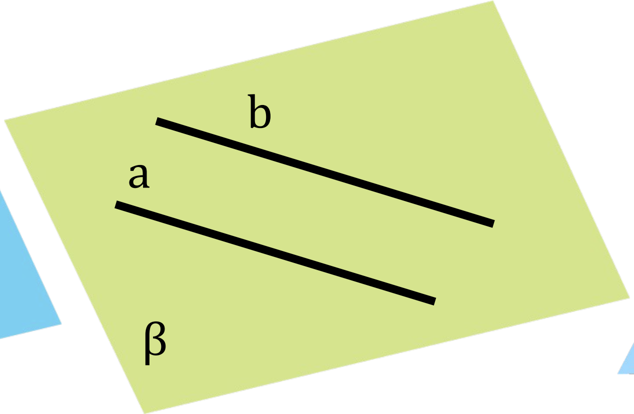


Теорема доказана

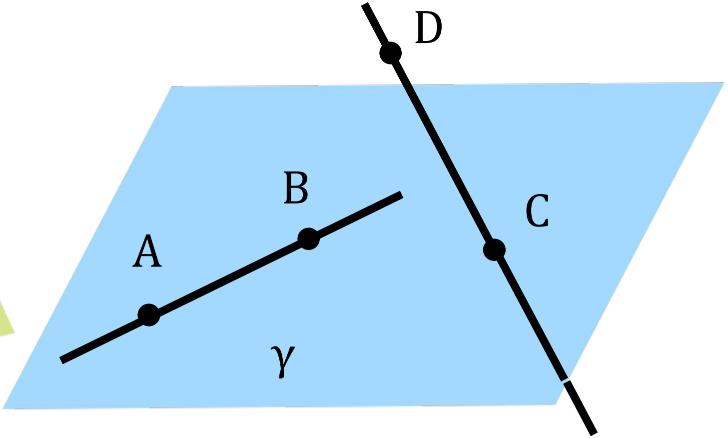
Взаимное расположение прямых в пространстве



а) пересекающиеся прямые



б) параллельные прямые



в) перекрещивающиеся прямые

Теорема

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом **только одна**

Теорема

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом **только одна**

Дано: AB и CD — скрещивающиеся прямые

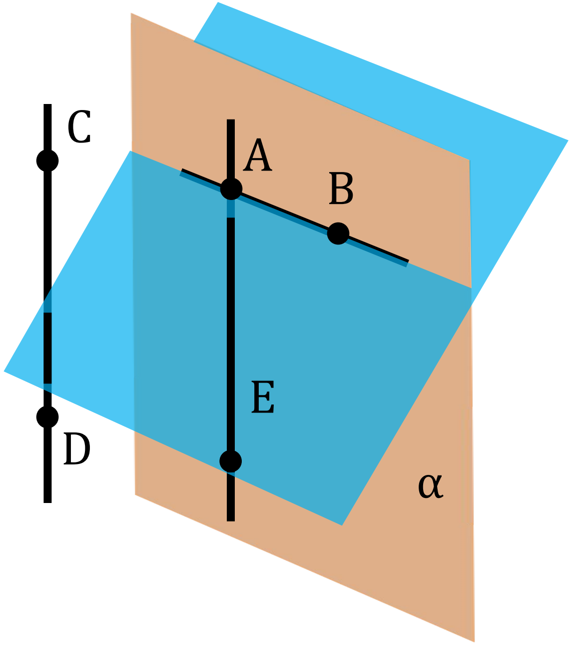
Доказать: $\exists\ \alpha$: $AB \in \alpha$, $CD \parallel \alpha$

Доказательство:

1) Проведём $AE \parallel CD$
2) Проведём плоскость α через пересекающиеся прямые AE и AB
3) $CD \parallel AE$, $AE \in \alpha \Rightarrow CD \parallel \alpha$

Плоскость α — искомая плоскость

4) Любая другая плоскость будет пересекать AE, а значит и параллельную ей прямую CD $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ любая другая плоскость, проходящая через AB, пересекается с прямой CD $\Rightarrow$
$\Rightarrow \alpha$ — единственная



Теорема доказана

Задача 1

Дано:

ΔABC, $D \notin \Delta ABC$

M — середина AD

N — середина BD

P — середина CD

$K \in BN$

Выяснить взаимное расположение прямых:

а) ND и AB

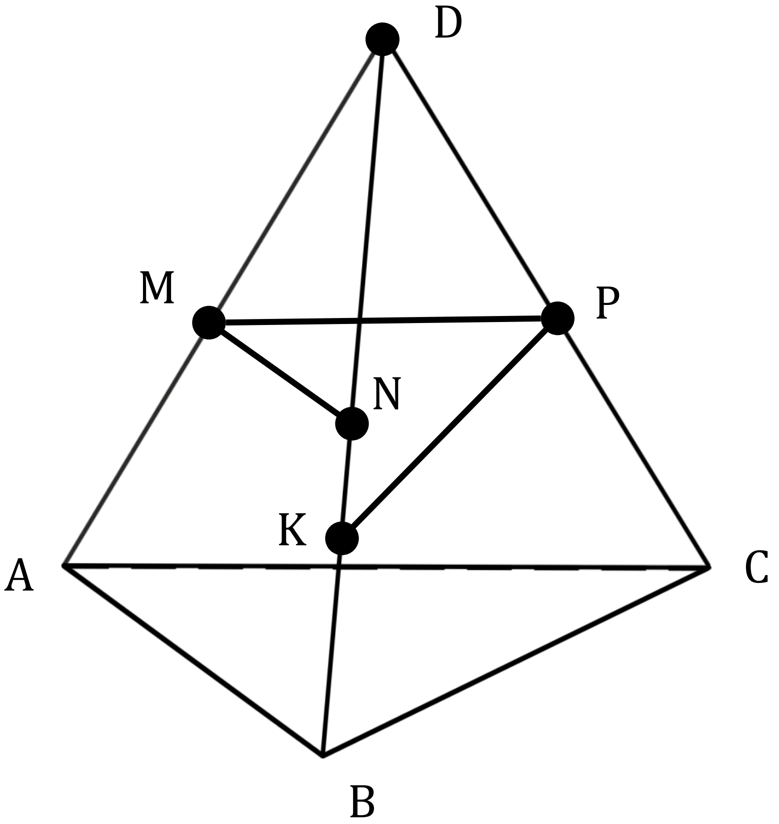
б) PK и BC

в) MN и AB

г) MP и AC

д) NK и AC

е) MD и BC



Задача 1

Дано:

ΔABC, $D \notin \Delta ABC$

M — середина AD

N — середина BD

P — середина CD

$K \in BN$

Выяснить взаимное расположение прямых:

а) ND и AB

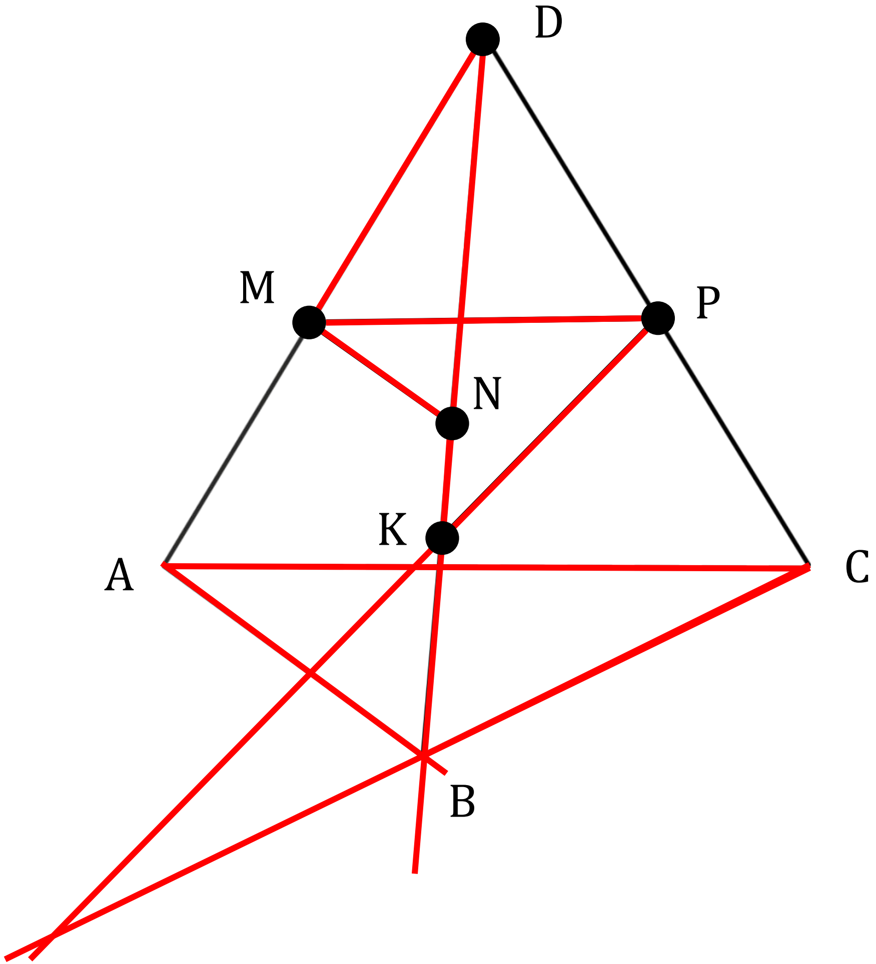
б) PK и BC

в) MN и AB

г) MP и AC

д) NK и AC

е) MD и BC



Решение:

а) $ND \cap AB = B$

б) $PK \cap BC = P_1$

в) $MN \parallel AB$

г) $MP \parallel AC$

д) NK и AC — скрещивающиеся

е) MD и BC — скрещивающиеся

Задача 2

Дано: $c \cap a$

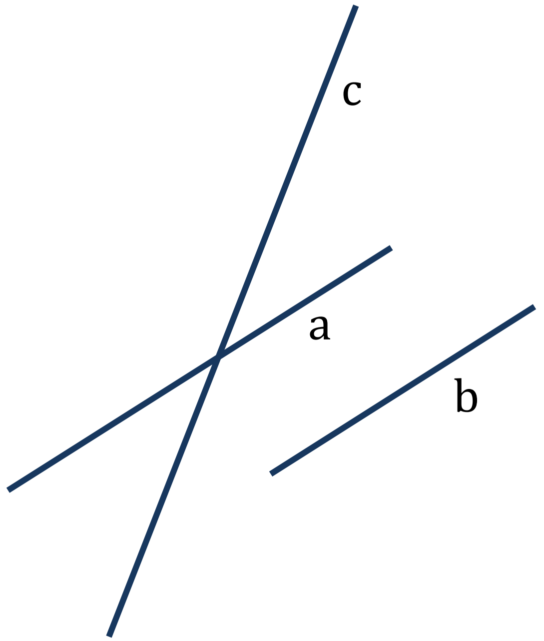
$a \parallel b$

Доказать:

c и b — скрещиваются

Доказательство:

1) $a \parallel b \Rightarrow \exists\, \alpha: a \subset \alpha,\ b \subset \alpha$



Задача 2

Дано: $c \cap a$

$a \parallel b$

Доказать:

c и b — скрещиваются

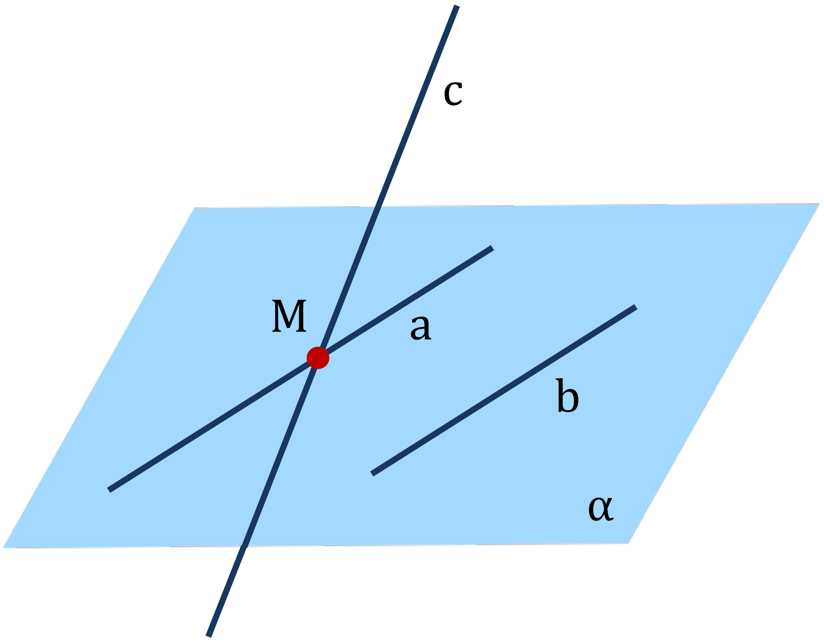
Доказательство:

1) $a \parallel b \Rightarrow \exists\, \alpha: a \subset \alpha,\ b \subset \alpha$

2) $c \cap a = M,\ \ a \parallel b \Rightarrow\ \ M \notin b$

3) $\left.\begin{array}{l} b \subset \alpha \\ c \cap \alpha = M,\ \ M \notin b \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow b$ и c — скрещивающиеся



Что и требовалось доказать