

# Объем шара

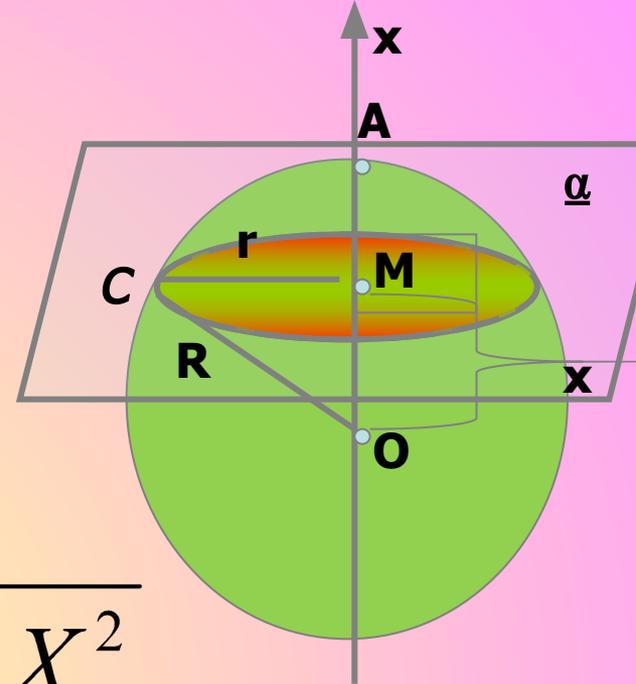
# Цель урока:

- Усвоить понятие объёма пространственной фигуры;
- Запомнить основные свойства объёма;
- Узнать формулу объём шара.

# Объем шара

Теорема : Объем шара радиуса  $R$  равен  $\frac{4}{3}\pi R^3$

Дано: шар,  $R_{ш}$ ;  $O$ - центр шара;  $OX$  – ось шара;  $\alpha \perp OX$ ;  $M$ - центр круга сечения;  $OC=r$ ;  $S_{сеч.} = S(x)$ ;  $x$ - абсцисса  $M$



Найти :  $V$

$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$S(x) = \pi r^2 \quad \longrightarrow \quad S(x) = \pi(R^2 - x^2)$$

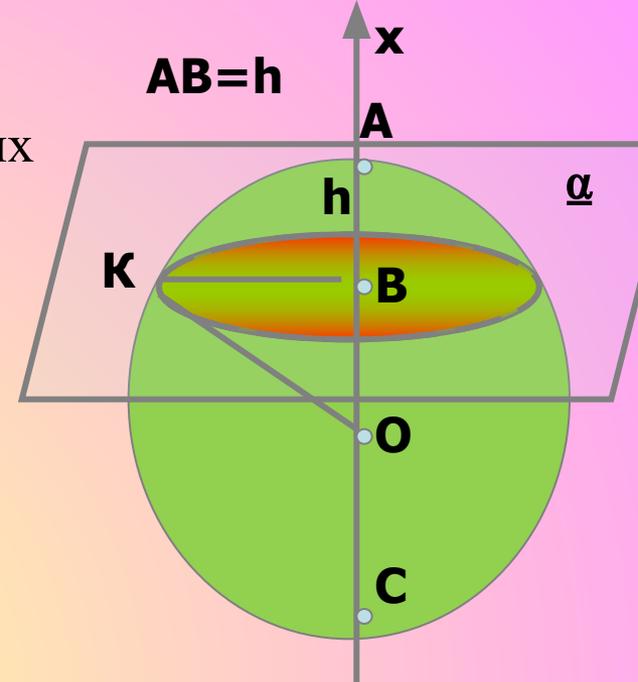
$$-R \leq x \leq R$$

Применяя основную формулу для вычисления объемов имеем :  $a = -R$ ;  $b = R$

$$V = \int_{-R}^R \pi(R^2 - x^2) dx = \pi R^2 \int_{-R}^R dx - \pi \int_{-R}^R x^2 dx = \pi R^2 x \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3$$

**Шаровым сегментом** называется часть шара, отсекаемая от него плоскостью. На чертеже два шаровых сегмента- верхний и нижний. Круг, полученный в сечении – основание сегмента, АВ- высота верхнего сегмента, ВС- высота нижнего сегмента

(оба отрезка – части диаметра АС.  $OK=R_{ш}$ .)



$$V_{ш.с.} = \pi h^2 (R - 1/3h)$$

$$OX \perp \underline{\alpha} \quad S(x) = \pi x^2, \text{ где } R-h \leq x \leq R$$

где  $S(x)$ - площадь сечения

$S(x)$ - непрерывная функция на  $[a; b]$

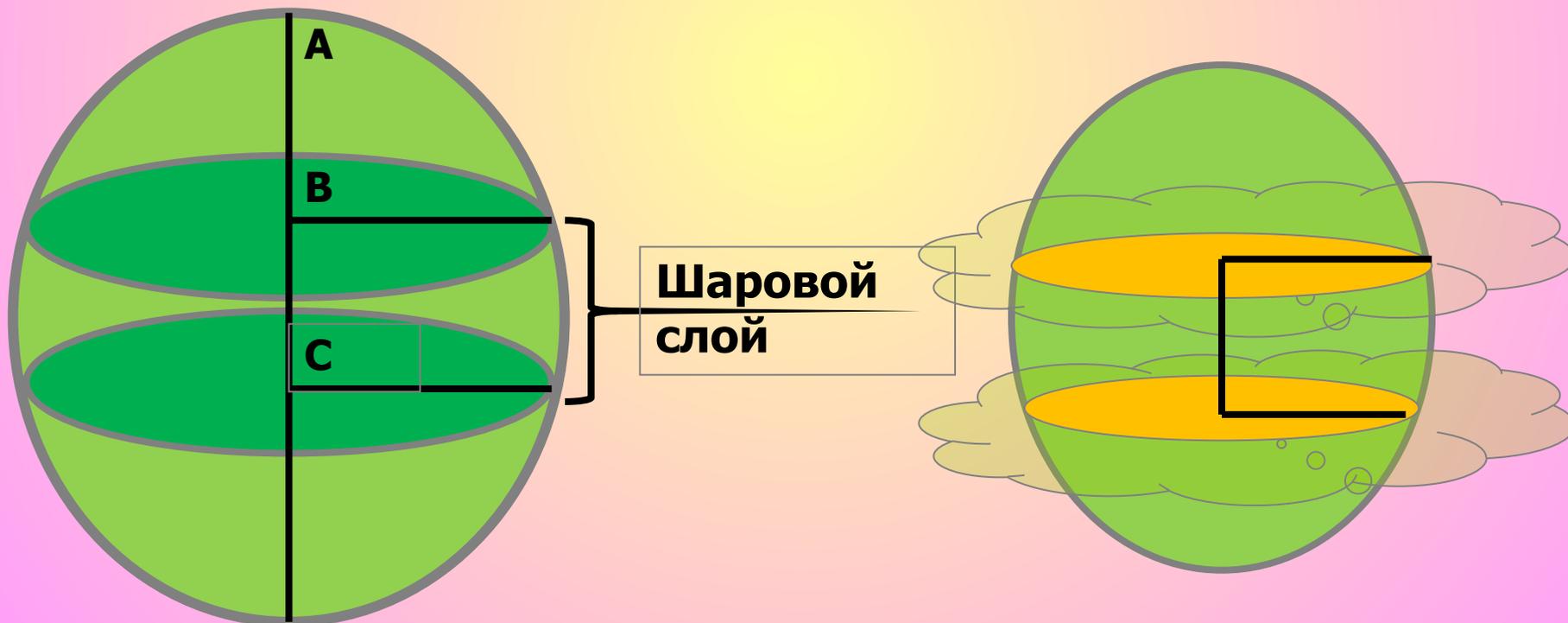
По определению правила вычисления объемов  $a=R-h; b=R$

$$V = \pi \int_{R-h}^R (R^2 - x^2) dx = \pi (R^2 x - x^3/3) \Big|_{R-h}^R = \pi h^2 (R - 1/3h)$$

**Шаровым слоем** называется часть шара, заключенная между двумя секущими параллельными плоскостями.

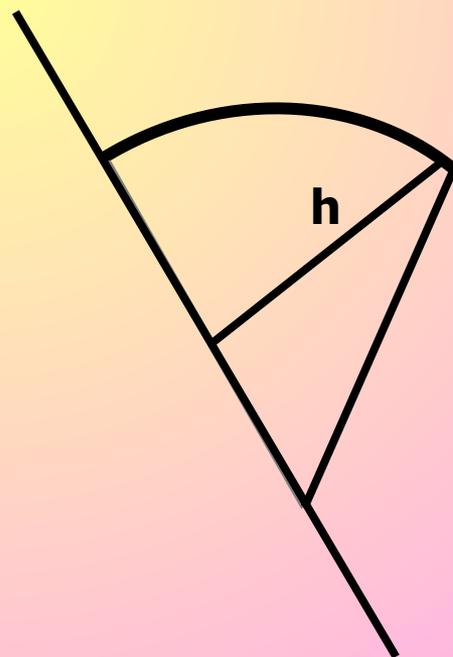
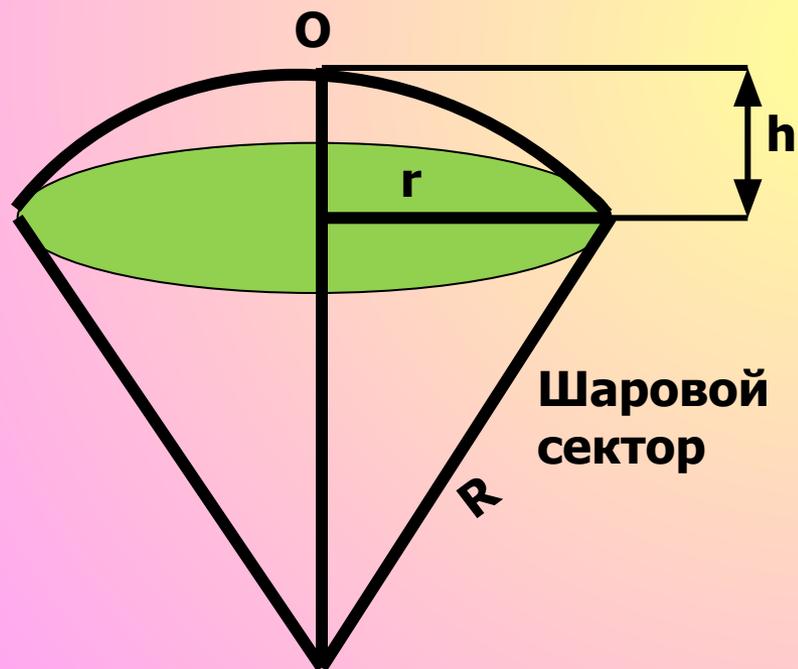
Круги, полученные в сечениях- основания **шарового слоя**, расстояние между этими плоскостями- **высота** шарового слоя.

Объем шарового слоя – разность объемов двух шаровых сегментов с высотой AC и AB.



**Шаровым сектором** называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом меньше  $90^\circ$ , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

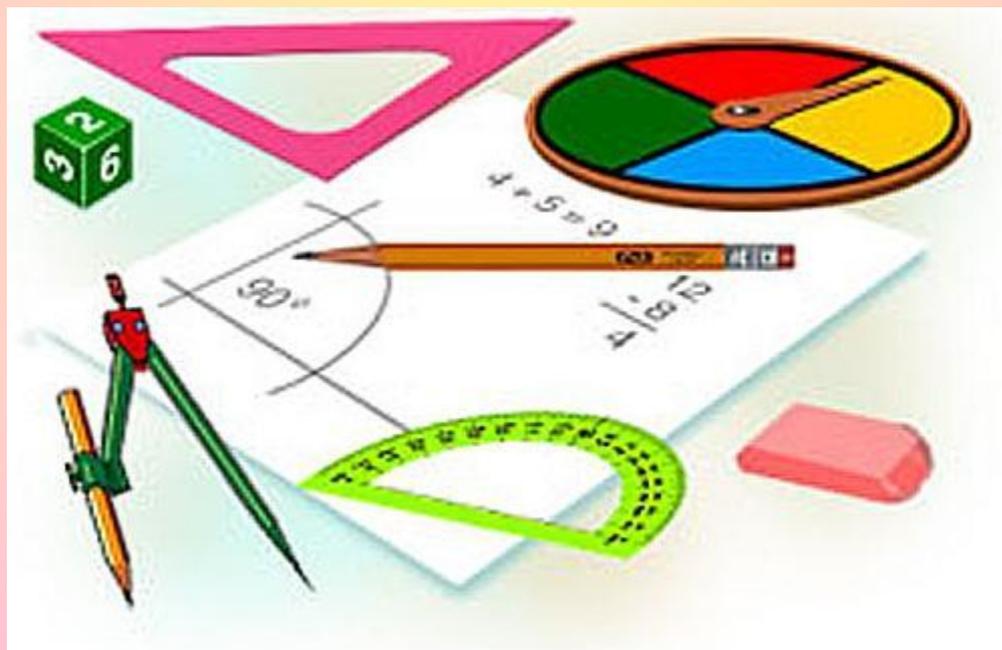
**Шаровой сектор** состоит из конуса и шарового сегмента с высотой  $h$



$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$$

# Домашнее задание

П. 71, 72, 73, № 723, 724, 755



# Библиография

- ❖ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев  
«Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- ❖ В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по  
геометрии», Москва, «ВАКО», 2006



**УСПЕХОВ!**

