Тема урока:

«Логические законы и правила преобразования логических выражений»

подготовила учитель информатики лицей 164 Хафизова Елена Игоревна

Цели и задачи

Образовательные:

-познакомить учащихся с законами логики

-сформулировать правила преобразования логических выражений

Развивающие:

- развивать логическое мышление
- научить составлять логические выражения
- научить решать логические задачи, сформулированные на обычном языке

Воспитывающие:

- воспитать интерес к информатике
- воспитывать умение применять логические высказывания, понятия, умозаключения в повседневной жизни

Ход урока

1. Постановка целей урока

1. Логические переменные и логические операции.
2. Получение простого выражения из сложного .
3. Законы алгебры и законы логики.

2. Изложение нового материала

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно ***формализовать,*** т.е. заменить логической формулой.

- Под ***упрощением формулы*** понимают ***равносильное преобразование***. Равносильные преобразования логических формул имеют то же значение , что и преобразование формул в обычной алгебре (вынесение общего множителя за скобки, использование переместительного и сочетательного законов и т.п.). Они служат для упрощения формул и приведения их к определенному виду путем использования основных законов алгебры логики. Другие преобразования основаны на свойствах, которыми не обладают операции обычной алгебры (использование распределительного закона для конъюнкции, законов поглощения, склеивания, де Моргана и т.д.)

В алгебре логики выполняются следующие основные законы, позволяющие производить тождественные преобразования логических выражений

1. Закон двойного отрицания:

=

$$A = A.$$

Двойное отрицание исключает отрицание.

2. Переместительный (коммутативный) закон:

- для логического сложения:

$$A_V B=B_V A;$$

- для логического умножения:

$$A\&B=B\&A.$$

Результат операции над высказываниями не зависит от того, в каком порядке берутся эти высказывания.

В обычной алгебре $a + b = b + a$, $a \times b = b \times a$..

3. Сочетательный (ассоциативный) закон:

- для логического сложения:

$$(A_v B)_V C = A_V (B_v C);$$

- для логического умножения:

$$(A \& B)\ \& C = A \& (B \& C).$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

В обычной алгебре $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$,

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c,$$

4. Распределительный (дистрибутивный) закон:

- для логического сложения:

$$(A_V B) \& C = (A \& C)_V (B \& C);$$

- для логического умножения:

$$(A \& B)_V C = (A_V C) \& (B_V C).$$

Определяет правило выноса общего высказывания за скобку.

В обычной алгебре справедлив распределительный закон только для сложения:

$$(a + b) \text{ x } c = a \text{ x } c + b \text{ x } c.$$

5. Закон общей инверсии (законы де Моргана):

- для логического сложения:

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B};$$

- для логического умножения:

$$\overline{A \mathbin{\&} B} = \overline{A} \vee \overline{B}.$$

6. Закон идемпотентности

(от латинских слов idem – тот же самый и potens – сильный; дословно – равносильный):

- для логического сложения:

$$A_V A = A;$$

- для логического умножения:

$$A \& A = A.$$

Закон означает отсутствие показателей степени.

7. Законы исключения констант:

- для логического сложения:

$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A;$$

- для логического умножения:

$$A \& 1 = A, \quad A \& 0 = 0.$$

8. Закон противоречия:

$$A \& \bar{A} = 0.$$

Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно истинными.

9. Закон исключения третьего:

$$A \vee \overline{A} = 1.$$

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе – ложно, третьего не дано.

10. Закон поглощения:

- для логического сложения:

$$A \vee (A \& B) = A;$$

- для логического умножения:

$$A \& (A \vee B) = A.$$

11. Закон исключения (склеивания):

- для логического сложения:

$$(A\&B) \vee (\bar{A}\&B) = B;$$

- для логического умножения:

$$(A \vee B) \& (\bar{A} \vee B) = B.$$

12. Закон контрапозиции (правило перевертывания):

$$(A \Leftrightarrow B) = (B \Leftrightarrow A).$$

Справедливость приведенных законов можно доказать табличным способом: выписать все наборы значений А и В, вычислить на них значения левой и правой частей доказываемого выражения и убедиться, что результирующие

Пример 1 .

Упростить логическое выражение

$$\overline{(A \vee B) \to \overline{(B \vee C)}}$$

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме:

1. $\overline{(A \vee B) \to \overline{(B \vee C)}} = (A \vee B)\ \&\ \overline{\overline{(B \vee C)}}$ импликация и отрицание

$(A \vee B)\ \&\ \overline{\overline{(B \vee C)}} = (A \vee B)\ \&\ (B \vee C)$ закон двойного отрицания

(A V B) & (B V C) = (A V B) &B V (A V B) &C правило дистрибутивности

(A V B) &B V (A V B) &C = A& B V B& B V A& C V B& C закон коммутативности и дистрибутивности

производим сокращения A& B V B V A& C V B& C

A& B V B V A& C V B& C = B&(A V 1) V A& C V B&C вынесение за скобки

B &(A V 1) V A& C V B&C = B V A &C V B&C упрощаем

B V A &C V B&C = B & (1 V C) V A &C группируем и выносим за скобки

4.Закрепление изученного

№1

Упростить выражение:

1. $F = \overline{A \& B} \vee \overline{B \vee C}$

2. $F = A \& C \vee \overline{A} \& C$

$F = A \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee \overline{A} \vee B \vee C$

Ответы:

$$F=\overline{A\&B} \vee \overline{B \vee C}=\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{B}\,\&\bar{C}=\bar{B}\,(1 \vee \bar{C}) \vee \bar{A} =\bar{A} \vee \bar{B}$$

$$F= A\&C \vee \bar{A}\&C=C\&\,(A \vee \bar{A})=C$$

$$F= \bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C} \vee A \vee B \vee C=(A \vee \bar{A})\,(B \vee \bar{B})\,(C \vee \bar{C})=1$$

№2

Упростить выражение:

1. $F = X \& \text{У} \lor \overline{X \& \text{У}}$

2. $F = \overline{X} \& \overline{\text{У}} \lor X$

3. $F = (X \lor Z) \& (X \lor \overline{Z}) \& (\overline{\text{У}} \lor Z)$

Ответы:

1. $F = X \& У \vee \overline{X \& У} = X \& У \& X \& У = (X\ У) \& X \& У = X \& X \& У\ У \& X \& У = 0$

2. $F = \overline{X} \& \overline{У} \vee X = \overline{X} \& (У \& \overline{X}) = \overline{X} \& У \& \overline{X} = \overline{X} \& У$

3. $F = (X \vee Z) \& (X \vee Z) \& (У \vee Z) = (X \& X \vee X \& Z \vee Z \& X \vee Z \& Z) \& (У \vee Z) =$

$= (X \vee X \& \overline{Z} \vee Z \& X) \& (\overline{У} \vee Z) = (X \vee X \& (\overline{Z} \vee Z)) \& (\overline{У} \vee Z) =$

$= (X \vee X) \& (\overline{У} \vee Z) = X \& (\overline{У} \vee Z)$

Итоги урока

Выполняя последовательное упрощение выражений мы можем получать более простые, т. о. определять «истинность» или «ложь» данного высказывания?

Вытекают ли вы последующие высказывания и умозаключения из предшествующих?

В какой науке применяются аналогичные законы?

Домашнее задание

- 1. Составить таблицы истинности к примерам №1 (1,2) и №2 (2,3,)
- 2. Построить логические схемы к примерам №1 (1,2,3) и №2 (1,2,3,)
- а) к заданному первоначальному выражению
- б) к упрощенному логическому выражению
- 3. Выучить тему урока
- 4. Выполнить задания «Практикум» упр3.24, 3.25, 3.26 стр 104-105 «Теория»
- Подготовить ответы к п.3.5, упр 3 стр 121