

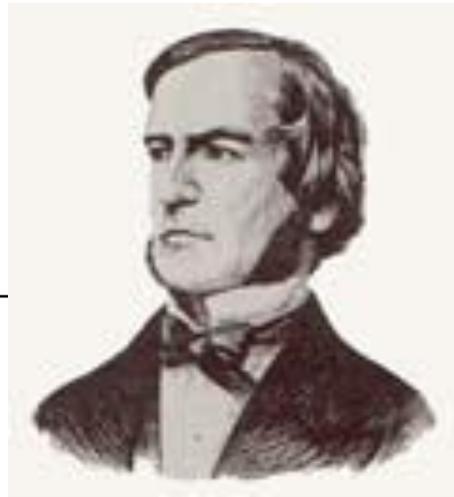


Логические выражения и операции

Булева алгебра (алгебра логики,

Джордж Буль алгебра высказываний)

разработал основы алгебры,
в которой используются только 0 и 1.



Алгебра логики -

раздел математической логики, изучающий строение (форму, структуру) сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов.



Объектами изучения алгебры логики являются высказывания

Логические операции:

- логическое отрицание (**инверсия**);
- логическое умножение (**конъюнкция**);
- логическое сложение (**дизъюнкция**);
- логическое следование (**импликация**);
- логическое равенство (**эквивалентность**).

Логические величины:

1 - истина;

0 - ложь

1) Отрицание

Обозначение: не A , $\neg A$, \bar{A}

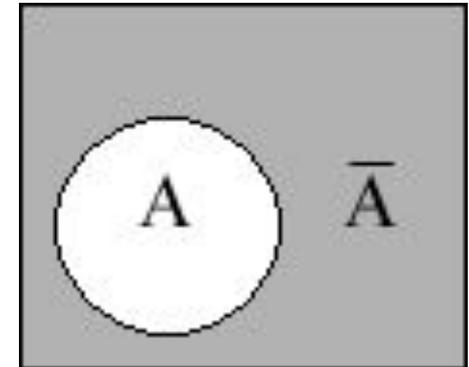
Определение: Отрицание изменяет значение логической величины на противоположное:

не истина = ложь; **не ложь** = истина.

Отрицание – одноместная операция.

Таблица истинности:

A	$\neg A$
1	0
0	1



Логическое отрицание

А

Задание:

«На стоянке стоят красные «Жигули»»

Являются ли следующие предложения отрицаниями данного высказывания?:

- «На стоянке стоят не красные Жигули»
- «На стоянке стоит белый Мерседес»
- «Красные Жигули стоят не на стоянке»

Правило построения отрицания к простому высказыванию:

При построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «**неверно, что**», либо к сказуемому добавляется частица «**не**», при этом слово «**все**» заменяется на «**некоторые**» и наоборот.

Пример. Отрицаем высказывание

«У меня дома есть компьютер»

- «Неверно, что у меня дома есть компьютер»

- «У меня дома нет компьютера»

Задание:

А

Составьте отрицание высказывания

«На стоянке стоят красные
«Жигули»»

«На стоянке **не** стоят красные «Жигули»»

«**Неверно, что** на стоянке стоят красные «Жигули»»

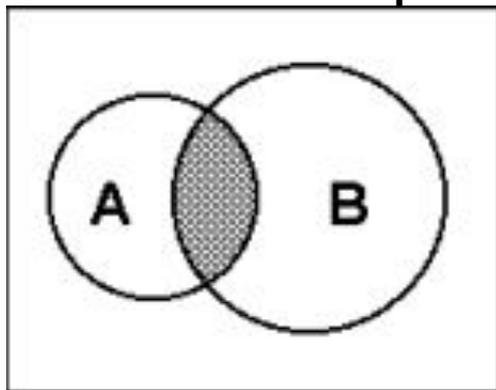
2) Логическое умножение (конъюнкция)

Обозначение: и, \wedge , &, \cdot

Определение: В результате логического умножения (конъюнкции) (от лат. **conjunctio** - соединение) получается истина, если обе логические величины истинны.

Таблица истинности:

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



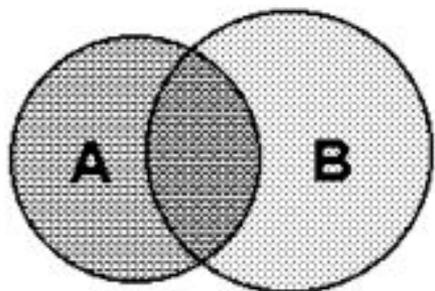
3) Логическое сложение (дизъюнкция)

Обозначение: или, \vee , +

Определение: В результате логического сложения (дизъюнкции) (от лат. *disjunctio* — разъединение) получается истина, если значение хотя бы одной логической величины истинно.

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



4) Импликация (следование)

Обозначение: если, ... то; \rightarrow ; \Rightarrow

Выражение после **если** – основание условного высказывания, после **то** – следствие.

A – «На улице дождь». **B** – «Асфальт мокрый».

5) Эквивалентность (равенство)

Обозначение: если и только если,

Таблица истинности: тогда и только тогда, \equiv , \leftrightarrow , \Leftrightarrow ,

A	B	$A \rightarrow B$	$A \equiv B$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1

Импликация («если ..., то ...»)

«Если Вася идет гулять, то Маша сидит дома».

A – «Вася идет гулять».

B – «Маша сидит дома».

$$A \rightarrow B = 1$$



А если Вася не идет гулять?

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Маша может пойти гулять (B=0), а может и не пойти (B=1)!

Эквиваленция («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:

$$A \leftrightarrow B, A \equiv B$$

$$A \leftrightarrow B, A \sim B$$

Порядок выполнения операций:

1. Операции в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность

ПРИМЕР 1: $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$

1. $B \rightarrow C$ - импликация
2. $\neg A$ - инверсия
3. $(B \rightarrow C) \& D$ - конъюнкция
4. $A \vee (B \rightarrow C) \& D$ - дизъюнкция
5. $A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$ - эквивалентность

Задача: Пусть a, b, c – логические величины, которые имеют следующие значения: $a = \text{истина}$, $b = \text{ложь}$, $c = \text{истина}$. Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

1. $a \wedge b$

$$1 \wedge 0 = 0$$

2. $a \vee b$

$$1 \vee 0 = 1$$

3. $\neg a \vee b \wedge c$

$$\neg 1 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 \wedge 1 = 0 \vee 0 = 0$$

4. $\neg(a \vee b) \wedge (c \vee b)$

$$\neg(1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) = \neg 1 \wedge 1 = 0 \wedge 1 = 0$$

Задача: Пусть a, b, c – логические величины, которые имеют следующие значения: $a = \text{истина}$, $b = \text{ложь}$, $c = \text{истина}$. Определите результаты вычисления следующих логических выражений:

Вариант 1:

$$b \wedge c$$

$$\neg a \vee b$$

$$a \wedge b \vee c$$

$$\neg(a \wedge b \wedge c)$$

$$(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$

Вариант 2:

$$b \vee c$$

$$\neg a \wedge b$$

$$a \vee b \wedge c$$

$$\neg(a \vee b \vee c)$$

$$(a \vee b) \wedge (b \vee c)$$

1

Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание: **НЕ** ($X < 6$) **ИЛИ** ($X < 5$)?

- 1) 7
- 2) 6
- 3) 5
- 4) 4

НЕ ($X < 6$) **ИЛИ** ($X < 5$)'

проверим все варианты ответа.

- 1) Истинно, поскольку истинно первое высказывание: 7 больше 6.
- 2) Истинно, поскольку истинно первое высказывание: 6 не меньше 6.
- 3) Ложно, поскольку ложны оба высказывания: 5 не больше 6 и 5 не меньше 5.
- 4) Истинно, поскольку истинно второе высказывание: 4 меньше 5.

Правильный ответ указан под номером 3.

Для какого из приведённых имён истинно высказывание:

НЕ (Первая буква согласная) **И НЕ** (Последняя буква гласная)?

- 1) Ольга
- 2) Михаил
- 3) Валентина
- 4) Ян

НЕ (Первая буква согласная) **И НЕ** (Последняя буква гласная)?

(Первая буква гласная) И (Последняя буква согласная)

Логическое «И» истинно только тогда, когда истинны оба высказывания.

- 1) Ложно, поскольку ложно второе высказывание: а — согласная.
- 2) Ложно, поскольку ложно первое высказывание: м — гласная.
- 3) Ложно, поскольку ложно первое высказывание: в — гласная.
- 4) Истинно, поскольку истинны оба высказывания: я — гласная и н — согласная.

Правильный ответ указан под номером 4.

Упражнения:

Для какого из приведённых чисел ложно высказывание: **НЕ** (число <10) **ИЛИ НЕ** (число чётное)?

- 1) 123
- 2) 56
- 3) 9
- 4) 8

Ответ:2

Для какого из приведённых имён истинно высказывание:

НЕ (Первая буква гласная) **И НЕ** (Последняя буква согласная)?

- 1) Инна
- 2) Нелли
- 3) Иван
- 4) Потап

Ответ:2