РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Планирование погашения долга в кредитных операциях

Князева М.А.,
доцент, канд. техн. наук

Общая характеристика кредитных операций

Кредит предоставляется заемщику кредитором на некоторый срок при условии его погашения с процентами, начисленными по определенной ставке. Гарантии погашения кредита закрепляются специальным кредитным договором.

В настоящее время в банках реализуется достаточно гибкая система кредитных договоров, позволяющая привлечь кредитоспособных заемщиков. В частности, существует практика предоставления льготных кредитов, обусловленных снижением процентной ставки и (или) отсрочкой погашения долга. Широкое распространение получил потребительский кредит, связанный с покупкой определенного товара.

Основные показатели кредитной операции

- сумма кредита (ссуда) — денежная сумма, выданная кредитором заемщику;
- срок кредита — период времени от момента предоставления кредита до его полного погашения;
- процентная ставка при начислении процентов на кредит;
- проценты, начисленные на кредит;
- долг — денежная сумма, включающая сумму кредита и начисленные на нее проценты;
- расходы по займу — платежи возмещения долга в течение срока кредита;
- непогашенный остаток суммы кредита на заданный момент времени.

Планирование погашения долга в кредитной операции заключается в определении размера и структуры расходов по займу, графика их выплат, а также непогашенного остатка суммы кредита на заданный момент времени.

Методы определения расходов по займу

Для определения расходов по займу применяют два основных метода:

- метод составления расписания погашения долга, который заключается в последовательном вычислении показателей кредитной операции в соответствии с процессом погашения долга;
- метод составления уравнения эквивалентности долга и расходов по займу.

Расчеты искомых денежных сумм существенно зависят от условий займа, предусматривающих различные способы погашения долга.

Классификация способов погашения кредита

Среди всего разнообразия способов погашения долга выделяют два основных варианта:

- единовременное погашение долга (например, при краткосрочном кредитовании);
- погашение долга последовательностью платежей (например, при ипотеке).

Наиболее часто применяется схема регулярных платежей. В зависимости от их структуры различают следующие основные способы погашения кредитов:

- способ дифференцированных платежей, при котором расходы по займу уменьшаются к концу срока кредита;
- способ аннуитетных платежей, при котором расходы по займу постоянны в течение всего срока кредита;
- раздельное возмещение процентов и кредита, когда в течение срока кредита возмещаются только проценты, начисленные на выданную сумму кредита, а сама эта сумма кредита погашается в конце срока.

Основные способы погашения кредита

- Возмещение долга способом дифференцированных платежей
- Возмещение долга способом аннуитетных платежей
- Раздельное возмещение процентов и суммы кредита
- Единовременное погашение кредита

Возмещение долга способом дифференцированных платежей

Способ дифференцированных платежей — это способ погашения кредита путем внесения регулярных платежей, при котором доля возмещаемой суммы кредита в каждом платеже одинакова.

▷▷ *Постановка задачи*

Погашается кредит способом дифференцированных платежей. Дано:

P — сумма кредита;

t — срок кредита (лет);

n — число платежей;

i — ставка процентов, начисляемых на непогашенный остаток суммы P за каждый k-й интервал времени, $k = 1, 2, ..., n$.

Требуется на момент каждого платежа определить:

1) размер непогашенного остатка суммы кредита ΔP_k;
2) размер платежа R_k;
3) часть платежа P_k, возмещающую сумму P;
4) часть платежа I_k, возмещающую начисленные проценты.

Возмещение долга способом дифференцированных платежей (продолжение)

Основные параметры

- k = 1, 2, …, n - интервалы времени
- часть платежа P_k, возмещающую сумму P;

$$P_k = P_n = \frac{P}{n}.$$

- размер непогашенного остатка суммы кредита

$$\Delta P_k = \Delta P_{k-1} - P_{k-1}$$

- часть платежа I_k, возмещающую начисленные проценты

$$I_k = \Delta P_k i$$

- размер платежа R_k;

$$R_k = P_k + I_k,$$

$$\Delta P_0 = P;\ P_0 = 0$$

Возмещение долга способом дифференцированных платежей (окончание)

Используется метод составления расписания погашения кредита.

Номер интервала	Непогашенный остаток P на начало k-го интервала	Структура платежа		Размер платежа
		сумма возмещения P	проценты на P_k	
k	ΔP_k	P_k	I_k	R_k
1	P	P/n	$\Delta P_1 i$	$P_1 + I_1$
2	$\Delta P_1 - P_1$	P/n	$\Delta P_2 i$	$P_2 + I_2$
3	$\Delta P_2 - P_2$	P/n	$\Delta P_3 i$	$P_3 + I_3$
...	...	...	...	...
$n-1$	$\Delta P_{n-2} - P_{n-2}$	P/n	$\Delta P_{n-1} i$	$P_{n-1} + I_{n-1}$
n	$\Delta P_{n-1} - P_{n-1}$	P/n	$\Delta P_n i$	$P_n + I_n$
Итого	—	P	$\sum_{k=1}^{n} I_k$	$\sum_{k=1}^{n} R_k$

Пример 1

Кредит в сумме 100 тыс. руб. требуется погасить за пять лет равными суммами в конце каждого года. На непогашенный остаток суммы кредита ежегодно начисляются проценты по ставке 10%. Составим план погашения долга.

Дано: $P = 100$; $t = 5$; $n = 5$; $i = 0{,}1$.

Найти: P_5, R_k, ΔP_k, $k = 1, \ldots, 5$.

Решение

$$P_5 = \frac{100}{5} = 20 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Пример 1 (окончание)

Номер интервала	Непогашенный остаток P на начало k-го интервала	Структура платежа		Размер платежа
		сумма возмещения P	проценты на P_k	
k	ΔP_k	P_5	I_k	R_k
1	100	20	$100 \cdot 0{,}1 = 10$	$20 + 10 = 30$
2	$100 - 20 = 80$	20	$80 \cdot 0{,}1 = 8$	$20 + 8 = 28$
3	$80 - 20 = 60$	20	$60 \cdot 0{,}1 = 6$	$20 + 6 = 26$
4	$60 - 20 = 40$	20	$40 \cdot 0{,}1 = 4$	$20 + 4 = 24$
5	$40 - 20 = 20$	20	$20 \cdot 0{,}1 = 2$	$20 + 2 = 22$
Итого	–	100	30	130

Возмещение долга способом аннуитетных платежей

Способ аннуитетных платежей — это способ погашения кредита путем внесения платежей аннуитета с настоящей стоимостью, равной сумме кредита.

▷▷ *Постановка задачи*

Погашается кредит способом аннуитетных платежей. Дано:

P — сумма кредита;

t — срок кредита (лет);

n — число платежей постоянного аннуитета;

i — ставка при начислении процентов за интервал платежа.

Требуется определить на момент каждого k-го платежа, $k = 1, 2, ..., n$:

1) размер непогашенного остатка ΔP_k;
2) размер платежа R;
3) часть платежа P_k возмещающую сумму P;
4) часть платежа I_k, возмещающую начисленные проценты.

Возмещение долга способом аннуитетных платежей (продолжение)

Основные параметры

1) размер непогашенного остатка ΔP_k; $\Delta P_k = \Delta P_{k-1} - P_{k-1}$

2) размер платежа R; $R = \dfrac{P}{a(n,i)}$. $a(n,i) = \dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.

3) часть платежа P_k возмещающую сумму P; $P_k = R - I_k$,

4) часть платежа I_k, возмещающую начисленные проценты. $I_k = \Delta P_k i$

$$\Delta P_0 = P;\ P_0 = 0$$

Возмещение долга способом аннуитетных платежей (окончание)

Номер интервала	Непогашенный остаток P на начало k-го интервала	Размер платежа	Структура платежа	
			проценты на P_k	сумма возмещения P
k	ΔP_k	R	I_k	P_k
1	P	R	$\Delta P_1 i$	$P_1 = R - I_1$
2	$\Delta P_1 - P_1$	R	$\Delta P_2 i$	$P_2 = R - I_2$
3	$\Delta P_2 - P_2$	R	$\Delta P_3 i$	$P_3 = R - I_3$
...	...	...	...	...
n-1	$\Delta P_{n-2} - P_{n-2}$	R	$\Delta P_{n-1} i$	$P_{n-1} = R - I_{n-1}$
n	$\Delta P_{n-1} - P_{n-1}$	R	$\Delta P_n i$	$P_n = R - I_n$
Итого	—	Rn	I	P

Пример 2

Кредит 100 тыс. руб. нужно погасить равными платежами в конце каждого года в течение пяти лет. Процент на неоплаченный остаток суммы кредита начисляется ежегодно по ставке 5%. Составим план погашения долга.

Дано: $P = 100$; $t = 5$; $i = 0{,}05$.

Найти: R, ΔP_k, $k = 1, ..., 5$.

Решение

$$n = 5;\ R = \frac{100}{a(5, 0{,}05)} = 23{,}097 \text{ (тыс. руб.)}.$$

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Пример 2 (окончание)

Номер интервала	Непогашенный остаток P на начало k-го интервала	Размер платежа	Структура платежа	
			Проценты на P_k	Сумма возмещения P
k	ΔP_k	R	I_k	P_k
1	100	23,097	$100 \cdot 0{,}05 = 5$	$23{,}097 - 5 = 18{,}097$
2	$100 - 18{,}097 = 81{,}903$	23,097	$81{,}903 \cdot 0{,}05 = 4{,}095$	$23{,}097 - 4{,}095 = 19{,}002$
3	$81{,}903 - 19{,}002 = 62{,}901$	23,097	$62{,}91 \cdot 0{,}05 = 3{,}145$	$23{,}097 - 3{,}145 = 19{,}952$
4	$62{,}901 - 19{,}952 = 42{,}949$	23,097	$42{,}949 \cdot 0{,}05 = 2{,}147$	$23{,}097 - 2{,}147 = 20{,}950$
5	$42{,}949 - 20{,}950 = 21{,}997$	23,097	$21{,}997 \cdot 0{,}05 = 1{,}100$	$23{,}097 - 1{,}100 = 21{,}997$

Раздельное возмещение процентов и суммы кредита

Раздельное возмещение процентов и суммы кредита — способ возмещения кредита, при котором последовательные платежи содержат только проценты, а сумма кредита выплачивается в конце срока.

Этот вариант можно рассматривать как частный случай способа аннуитетных платежей, когда в момент каждого платежа неоплаченный остаток равен сумме кредита.

Пример 3

Компания выдала кредит в сумме 100 тыс. руб. на три года с условием ежегодного получения процентов, начисляемых на эту сумму в конце каждого года по ставке 10%, и возмещением суммы кредита в конце срока. Получаемые проценты будут помещаться на депозит с начислением процентов ежемесячно по годовой номинальной ставке 12%. Определим итоговую сумму, которой будет владеть компания через три года.

Дано: $P = 100$; $t = 3$; $j_1^{(1)} = 0{,}1$; $j_{12}^{(2)} = 0{,}12$.

Найти: S.

Решение

Расходы клиента компании по займу:

$$R_1^{(1)} = Pj_1^{(1)} = 100 \cdot 0{,}1 = 10.$$

Параметры депозитной операции для компании:

$$n^{(2)} = 36;\ m^{(2)} = 12;\ p^{(2)} = 1;\ i_{12}^{(2)} = 0{,}01;$$

$$R_{12}^{(2)} = \frac{10}{s\left(\frac{12}{1}, 0{,}01\right)} = 0{,}788;\ S^{(2)} = 0{,}788 s(36; 0{,}01) = 33{,}966.$$

Общий итог: $S = S^{(2)} + P = 33{,}966 + 100 = 133{,}966$ (тыс. руб.).

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Единовременное погашение кредита

Единовременное погашение кредита — это возмещение кредита, при котором сумма долга выплачивается в конце срока кредита одним платежом.

Сумма возмещения при этом определяется как итоговая сумма при начислении процентов на сумму кредита по заданной процентной ставке.

Иногда для того, чтобы накопить необходимую для возмещения долга сумму, создают погасительный фонд посредством периодических взносов с начислением на них процентов. Эти взносы представляют собой платежи аннуитета с итоговой суммой, равной сумме долга. Расходы по займу в этом случае определяются в расписании погашения долга как суммарные выплаты, включающие погасительные взносы и начисленные на них проценты.

Пример 4

Кредит в сумме 120 тыс. руб. выдан на пять лет с условием начисления процентов ежегодно по ставке 12% и возвращением долга вместе с процентами в конце срока. Заемщик формирует погасительный фонд путем регулярных взносов в конце года равными суммами с начислением на эти взносы процентов по ставке 14%. Определим размер погасительных платежей и годовые расходы по займу. Составим расписание погашения долга.

Дано: $P = 120$; $t = 5$; $j_1^{(1)} = 0{,}12$; $j_1^{(2)} = 0{,}14$.

Найти: R, F_k, $k = 1, ..., 5$.

Решение

Определяем сумму возмещения долга:

$$S = 120(1 + 0{,}12)^5 = 211{,}481;$$

$$R = \frac{211{,}481}{s(5, 0{,}14)} = 31{,}994 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Пример 4 (окончание)

Номер интер-вала	Размер взноса	Проценты на S	Расходы по займу	Итоговая сумма погасительного фонда на конец периода
k	R	$I_k = S_{k-1} i$	$F_k = R + I_k$	$S_k = S_{k-1} + F_k$
1	31,994	0,000	31,994 + 0,000 = = 31,994	0,000 + 31,994 = = 31,994
2	31,994	31,994 · 0,14 = = 4,479	31,994 + 4,479 = = 36,473	31,994 + 36,473 = = 68,467
3	31,994	68,467 · 0,14 = = 9,585	31,994 + 9,585 = = 41,578	68,467 + 41,578 = = 110,045
4	31,994	110,045 · 0,14 = = 15,406	31,994 + 15,406 = = 47,400	110,045 + 47,400 = = 157,445
5	31,994	157,445 · 0,14 = = 22,042	31,994 + 22,042 = = 54,036	157,445 + 54,036 = = 211,481
Итого:	159,970	51,512	211,481	—

Льготные долгосрочные кредиты

Долгосрочные кредиты могут выдаваться на льготных для заемщика условиях. К основным льготам относятся:

- снижение процентной ставки;
- отсрочка начала возмещения суммы кредита.

Период отсрочки при выдаче кредита называют *льготным периодом*. В течение льготного периода проценты начисляются на неоплаченный остаток суммы кредита, могут выплачиваться или не выплачиваться.

В частности, льготные условия применяются при *реструктурировании займов*, когда финансовое положение заемщика ухудшается и возникает риск невозврата долга. В этом случае кредитор соглашается на снижение суммы возмещения долга, поскольку при этом он рассчитывает вернуть хотя бы его часть.

Льготы заемщика при выдаче кредита

Реструктурирование займа — это пересмотр условий действующего обязательства по погашению задолженности.

При реструктурировании займа наряду со снижением ставки и введением льготного периода применяются непосредственное сокращение суммы долга и увеличение срока его погашения.

Для количественной оценки относительной потери кредитора при выдаче кредита на льготных условиях используется показатель, который называется грант-элементом.

Грант-элемент — это доля разности между суммой кредита, выданной на льготных условиях, и приведенной стоимостью ее возмещения в выданной сумме кредита.

Эта величина измеряется в процентах (%) или долях единицы. Для ее вычисления используется формула

$$w = \frac{P_B - P^{(A)}}{P_B},$$

где P_B — сумма кредита, выданная на льготных условиях; $P^{(A)}$ — приведенная стоимость ее возмещения.

Грант-элемент при снижении ставки

▷▷ *Постановка задачи*

Кредит выдан с учетом льготной ставки и погашается способом аннуитетных платежей. Дано:

i_B — льготная ставка;

n — число платежей аннуитета;

i — реальная ставка кредитного рынка.

Требуется определить грант-элемент w.

Грант-элемент при снижении ставки (продолжение)

Размер платежей аннуитета определяется исходя из суммы кредита P_B, выданной на льготных условиях:

$$P_B = Ra(n, i_B); \; R = \frac{P_B}{a(n, i_B)}.$$

Приведенная стоимость возмещения долга $P^{(A)}$ определяется с учетом реальной ставки кредитного рынка:

$$P^{(A)} = Ra(n, i).$$

Грант-элемент:

$$w = \frac{P_B - \dfrac{P_B}{a(n, i_B)} a(n, i)}{P_B},$$

или

$$w = 1 - \frac{a(n, i)}{a(n, i_B)}.$$

Грант-элемент при снижении ставки (окончание)

Предельным случаем льготного займа при снижении процентной ставки является *беспроцентный заем*. Выдача такого займа сопряжена с неполученной выгодой, связанной с предположением, что средства можно было бы разместить под проценты по рыночной ставке i, а $i_B = 0$. В этом случае $P_B = Rn$. Поэтому грант-элемент в этом случае определяется по формуле

$$w = 1 - \frac{a(n, i)}{n}. \blacktriangleleft\blacktriangleleft$$

Пример 5

Кредит выдан на 10 лет. Предусматривается погашение долга равными срочными уплатами. Рыночная ставка 8%. Определим грант-элемент, если ставка снижена: а) до 3,8%; б) 0%.

Дано: $t = 10$; $i_B = 0{,}038$; $i = 0{,}08$.

Найти: w.

Решение

Имеем $n = 10$, тогда:

а) $w = 1 - \dfrac{a(n, i)}{a(n, i_B)} = 1 - \dfrac{a(10, 0{,}08)}{a(10, 0{,}038)} = 0{,}1809$, или 18,09%;

б) $w = 1 - \dfrac{a(n, i)}{n} = 1 - \dfrac{a(10, 0{,}08)}{10} = 0{,}3290$, или 32,90%.

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода без выплаты процентов

▷▷ *Постановка задачи*

Кредит выдан с учетом льготной ставки. Долг погашается путем выплаты постоянного обыкновенного отсроченного аннуитета. Дано:

i_B — льготная ставка;

i — реальная ставка кредитного рынка;

n — число платежей аннуитета;

k — число интервалов периода отсрочки.

Требуется определить грант-элемент w.

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода без выплаты процентов (продолжение)

▶▶ *Решение задачи*

Временна́я диаграмма имеет вид

0	1	2	...	k	$k+1$	...	$k+n-1$	$k+n$
					1	...	$n-1$	n
P_B								
				S_B				
					R	...	R	R
$P^{(A)}$								

Сумма S_B — итог начисления процентов за льготный период на сумму кредита P_B, выданную на льготных условиях:

$$S_B = P_B(1+i_B)^k.$$

Она равна настоящей стоимости немедленного аннуитета из данных платежей:

$$S_B = Ra(n, i_B).$$

РАНХиГС
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода без выплаты процентов (окончание)

Поэтому

$$P_B(1+i_B)^k = Ra(n, i_B),$$

откуда

$$R = P_B \frac{(1+i_B)^k}{a(n, i_B)}.$$

Сумма $P^{(A)}$ представляет собой приведенную стоимость отсроченного аннуитета:

$$P^{(A)} = Ra(n, i)(1+i)^{-k}, \text{ или } P^{(A)} = P_B \frac{a(n, i)}{a(n, i_B)} \cdot \left(\frac{1+i_B}{1+i}\right)^k.$$

Грант-элемент:

$$w = \frac{P_B - P_B \dfrac{a(n, i)}{a(n, i_B)} \cdot \left(\dfrac{1+i_B}{1+i}\right)^k}{P_B},$$

или

$$w = 1 - \frac{a(n, i)}{a(n, i_B)} \cdot \left(\frac{1+i_B}{1+i}\right)^k. \blacktriangleleft\blacktriangleleft$$

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода с выплатой процентов

▷▷ *Постановка задачи*

Кредит выдан с учетом льготной процентной ставки. Долг погашается путем выплаты постоянного обыкновенного отсроченного аннуитета. В течение периода отсрочки предусмотрено погашение начисляемых на сумму кредита процентов. Дано:

i_B — льготная ставка;

i — реальная ставка кредитного рынка;

n — число платежей аннуитета;

k — число интервалов периода отсрочки.

Требуется определить грант-элемент w.

РАНХиГС
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода с выплатой процентов (продолжение)

►► *Решение задачи*

Временна́я диаграмма имеет вид

0	1	2	...	k	$k+1$	...	$k+n-1$	$k+n$
					1	...	$n-1$	n
P_B								
	I	I	...	I	R	...	R	R
$P^{(A)}$								

Величина $P^{(A)}$ представляет собой сумму приведенной стоимости отсроченного аннуитета с платежами размера R и настоящей стоимости немедленного аннуитета с платежами процентов I:

$$P^{(A)} = Ra(n,i)(1+i)^{-k} + Ia(k,i),\ I = P_B i_B.$$

Поскольку проценты выплачиваются, то настоящая стоимость аннуитета с платежами размера R на конец льготного периода совпадает с суммой кредита P_B, выданной на льготных условиях:

$$P_B = Ra(n, i_B),$$

откуда

$$R = \frac{P_B}{a(n, i_B)}.$$

РАНХиГС
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Грант-элемент при снижении ставки и введении льготного периода с выплатой процентов (окончание)

Поэтому

$$P^{(A)} = P_B\left(\frac{a(n,i)}{a(n,i_B)}(1+i)^{-k} + i_B a(k,i)\right).$$

Грант-элемент:

$$w = \frac{P_B - P_B\left(\dfrac{a(n,i)}{a(n,i_B)}(1+i)^{-k} + i_B a(k,i)\right)}{P_B},$$

или

$$w = 1 - \left(\frac{a(n,i)}{a(n,i_B)}(1+i)^{-k} + i_B a(k,i)\right). \blacktriangleleft\blacktriangleleft$$

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Пример 6

Кредит выдан на 10 лет. Предусматривается погашение долга равными срочными выплатами. Рыночная ставка равна 8%. Определим грант-элемент, если ставка снижена до 3,8% и установлен льготный период продолжительностью три года: а) без выплаты процентов; б) с выплатой процентов.

Дано: $t = 10$; $i_B = 0{,}038$; $i = 0{,}08$; $k = 3$.

Найти: w.

Решение

Имеем $n = 7$, тогда:

а) $w = 1 - \dfrac{a(7, 0{,}08)}{a(7, 0{,}038)} \cdot \left(\dfrac{1+0{,}038}{1+0{,}08}\right)^3 = 0{,}2356$, или 23,56%;

б) $w = 1 - \left(\dfrac{a(7, 0{,}08)}{a(7, 0{,}038)}(1+0{,}08)^{-3} + 0{,}038a(3, 0{,}08)\right) = 0{,}2185$, или 21,85%.

Пример 7

Реструктурируется заем, выданный с учетом начисления процентов ежегодно по ставке 12% и погашения долга выплатой постоянного обыкновенного аннуитета в течение пяти лет. Обсуждается два варианта: а) увеличение срока до восьми лет, снижение платы за кредит до 11,5%; б) увеличение срока до 10 лет, введение льготного периода три года с выплатой процентов, снижение платы за кредит до 11,75%. Требуется выбрать вариант, обеспечивающий наименьшие потери для кредитора.

Дано: $i = 0{,}12$; а) $t = 8$; $i_B = 0{,}115$; б) $t = 10$; $i_B = 0{,}1175$; $k = 3$.

Найти: w.

Решение

а) Имеем $n = 8$, тогда $w = 1 - \dfrac{a(8, 0{,}12)}{a(8, 0{,}115)} = 0{,}0174$, или 1,74%.

б) Имеем $n = 7$, тогда $w = 1 - \left(\dfrac{a(7, 0{,}12)}{a(7, 0{,}1175)}(1 + 0{,}12)^{-3} + 0{,}1175a(3, 0{,}12)\right) = 0{,}0116$, или 1,16%.

Для кредитора выгоднее второй вариант.

Модели грант-элемента для льготных ссуд

Вид льготы	Формула	Исходные показатели
Снижение ставки	$w=1-\dfrac{a(n,i)}{a(n,i_B)}$	i_B — льготная ставка; i — реальная ставка кредитного рынка; n — число платежей аннуитета; k — число интервалов периода отсрочки
Беспроцентный заем	$w=1-\dfrac{a(n,i)}{n}$	
Снижение ставки, льготный период без выплаты процентов	$w=1-\dfrac{a(n,i)}{a(n,i_B)}\cdot\left(\dfrac{1+i_B}{1+i}\right)^k$	
Снижение ставки, льготный период с выплатой процентов	$w=1-\left[\dfrac{a(n,i)}{a(n,i_B)}(1+i)^{-k}+i_B a(k,i)\right]$	

Потребительский кредит

Потребительский кредит — это кредит, который выдается покупателю при условии приобретения товара и погашается регулярными взносами.

Особенностью такого кредита является начисление на сумму кредита простых процентов за весь срок в момент выдачи кредита. Поэтому реальная доходность такой операции для кредитора превышает договорную процентную ставку.

Если условиями договора не оговаривается первый взнос, то величина каждого платежа определяется путем деления суммы долга на установленное число платежей. При этом используют два основных метода:

- метод равных выплат;
- метод неравных выплат.

Погашение потребительского кредита равными выплатами

В этом случае величина каждого платежа равна отношению суммы долга к общему числу платежей.

▷▷ *Постановка задачи*

Потребительский кредит погашается равными выплатами. Дано:

P — сумма кредита;

r — простая ставка наращения;

t — срок кредита (лет);

p — число платежей в году.

Требуется определить размер платежа R_p, доходность операции для кредитора в виде эффективной ставки r_e, составить план погашения кредита.

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Погашение потребительского кредита равными выплатами (окончание)

▶▶ *Решение задачи*
Сумма долга: $S = P(1 + rt)$.
Число платежей: $n = tp$.
Размер платежа:

$$R_p = \frac{S}{n}, \text{ или } R_p = \frac{P(1+rt)}{tp}.$$

Величина r_e определяется из условий эквивалентности по этой ставке суммы кредита и расходов по займу:

$$P = R_p a(p, i_p), r_e = (1 + i_p)^p - 1,$$

где i_p — процентная ставка за интервал платежа.

Расписание погашения долга строится так же, как при использовании метода аннуитетных платежей. ◀◀

Пример 8

Товар стоит 540 тыс. руб. Он покупается путем уплаты 140 тыс. руб. наличными и оформления потребительского кредита на остаток. Кредитный договор заключается на один год и предусматривает возмещение долга равными взносами в конце каждого месяца. Процентная ставка по кредиту устанавливается в размере 20%. Определим доходность операции для кредитора в виде эффективной ставки.

Дано: $P = 400$; $r = 0{,}2$; $t = 1$; $p = 12$.

Найти: r_e.

Решение

Имеем $n = 12$. Тогда

$$S = 400(1 + 0{,}2 \cdot 1) = 480;\ R_{12} = \frac{480}{12} = 40;$$

$$400 = 40a(12, i_{12}),\ i_{12} = 0{,}02983;$$

$$r_e = (1 + 0{,}02983)^{12} - 1 = 0{,}4230, \text{ или } 42{,}3\%.$$

Таким образом, доходность операции для кредитора более чем в два раза превышает договорную ставку.

Пример 9

Продается товар стоимостью 300 тыс. руб. Покупатель соглашается купить этот товар по цене 360 тыс. руб. на условиях выплаты первоначального взноса в размере 120 тыс. руб. и остатка платежами по 20 тыс. руб. в месяц в течение года. Найдем доходность этой операции для продавца в виде годовой номинальной ставки при начислении процентов ежемесячно.

Дано: $P = 240$; $R_{12} = 20$; $p = 12$.

Найти: j_{12}.

Решение

$$240 = 20a(12, i_{12});\ i_{12} = 0{,}0473;\ j_{12} = 0{,}5679, \text{ или } 56{,}79\%.$$

Заметим, что ставка по кредиту составит

$$r = \frac{360 - 300}{300} = 0{,}2, \text{ или } 20\%.$$

Погашение потребительского кредита неравными выплатами

▷▷ *Постановка задачи*

Сумма кредита погашается равными долями, а проценты — взносами, равномерно уменьшающимися к концу срока кредита. Дано:

P — сумма кредита;

n — число погасительных платежей;

I — начисленные проценты на P.

Требуется определить периодические расходы по займу R_k, $k = 1, 2, ..., n$.

Погашение потребительского кредита неравными выплатами (окончание)

▶▶ *Решение задачи*

При определении размеров этих взносов вся сумма процентов I разбивается на одинаковые величины I_Σ, используемые далее как базовые единицы измерения процентов:

$$I_\Sigma = \frac{I}{\Sigma}.$$

Число Σ при этом равно сумме номеров выплат:

$$\Sigma = 1 + 2 + \ldots + n.$$

Каждый платеж содержит такое число сумм I_Σ, которое равно его номеру в обратном порядке выплат. В частности, последний платеж погашает одну сумму I_Σ, первый платеж — n таких сумм. Таким образом, сумма погашения процентов I_k в каждый k-м платеже, $k = 1, 2, \ldots, n$, определяется равенством

$$I_k = (n - k + 1)I_\Sigma.$$

Периодические расходы по займу складываются из этой суммы и постоянной доли погашения суммы кредита:

$$R_k = I_k + R_0.$$ ◀◀

Пример 10 (см табл. далее)

Товар стоимостью 180 тыс. руб. приобретается в кредит на условиях погашения долга через три года переменными ежемесячными платежами с равномерным уменьшением выплаты процентов. Процентная ставка по кредиту 22%. Определим расходы по займу.

Дано: $P = 180$; $r = 22\%$; $t = 3$; $p = 12$.

Найти: R_k, $k = 1, 2, ..., 36$.

Решение

Число платежей: $n = 3 \cdot 12 = 36$.

Постоянная доля погашения суммы кредита в погасительном платеже:

$$R_0 = \frac{180}{36} = 5.$$

Размер процента по кредиту: $I = 180 \cdot 0{,}22 \cdot 3 = 118$.

Сумма номеров интервалов выплат: $\Sigma = 1 + 2 + ... + 36 = 666$.

Сумма разбиения: $I_\Sigma = \frac{118}{666} = 0{,}177$.

РАНХиГС
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Пример 10 (окончание)

Расходы по займу приводятся в следующей таблице.

K	R_0	I_k	R_k
1	5	$0{,}177 \cdot 36 = 6{,}378$	11,378
2	5	$0{,}177 \cdot 35 = 6{,}195$	11,195
3	5	$0{,}177 \cdot 34 = 6{,}018$	11,018
...	...	...	...
34	5	$0{,}177 \cdot 3 = 0{,}531$	5,531
35	5	$0{,}177 \cdot 2 = 0{,}354$	5,354
36	5	$0{,}177 \cdot 1 = 0{,}177$	5,177
Итого: 666	180	118	298