13. МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

13.1. Классификация сил

Механической системой ***называется такая совокупность материальных тел, положение и движение которых взаимосвязаны***

Внутренними ***называются силы взаимодействия между точками или телами одной и той же механической системы***

Внешними ***называются силы, действующие на точки или тела механической системы со стороны других точек и тел, не входящих в состав данной системы***

Свойство 1: **геометрическая сумма всех внутренних сил системы равняется нулю**

Свойство 2: **сумма моментов всех внутренних сил системы относительно любого центра или оси равняется нулю**

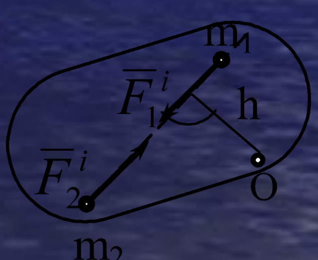

Рис.13.1. Свойства внутренних сил

13.2. Центр масс механической системы

<u>Центром масс</u> механической системы называется точка, положение которой определяется следующими формулами

<u>В векторном способе:</u>

$$\bar{r}_c = \frac{\sum\limits_n m_k \bar{r}_k}{M}$$

где:

$$M = \sum_n m_k$$

<u>В координатном способе:</u>

$$\left.\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum\limits_n m_k x_k}{M} \\ y_c &= \frac{\sum\limits_n m_k y_k}{M} \\ z_c &= \frac{\sum\limits_n m_k z_k}{M} \end{aligned}\right\}$$

m_k - масса k-й точки системы;

$\bar{r}_c$, $\bar{r}_k$ - радиус-вектор центра масс и k-й точки системы.

Следует различать понятия центра тяжести и центра масс системы, положение которых совпадают только в однородном поле тяжести.

13.3. Дифференциальные уравнения движения системы

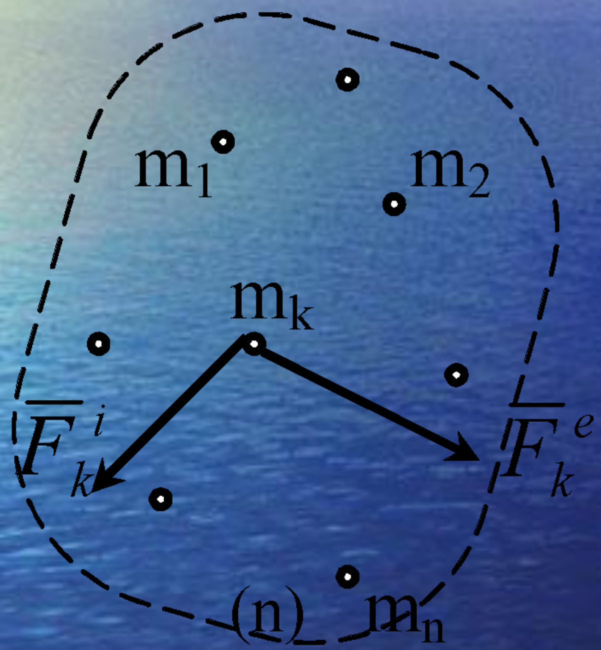

Рис.13.2. Механическая система

$$m\overline{a} = \sum_n \overline{F}_k$$

$$\left.\begin{aligned}
m_1\overline{a}_1 &= \overline{F}_1^e + \overline{F}_1^i \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_k\overline{a}_k &= \overline{F}_k^e + \overline{F}_k^i \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_n\overline{a}_n &= \overline{F}_n^e + \overline{F}_n^i
\end{aligned}\right\}$$

14. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ

14.1. Движение центра масс механической системы

$$\left.\begin{array}{l} m_1\overline{a}_1 = \overline{F}_1^e + \overline{F}_1^i \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ m_k\overline{a}_k = \overline{F}_k^e + \overline{F}_k^i \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ m_n\overline{a}_n = \overline{F}_n^e + \overline{F}_n^i \end{array}\right\}$$

$$\Downarrow \sum$$

$$\sum_n m_k\overline{a}_k = \sum_n \overline{F}_k^e + \sum_n \overline{F}_k^i$$

$$\sum_n \overline{F}_k^i = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\overline{r}_c = \frac{\sum_n m_k\overline{r}_k}{M} \quad \Rightarrow \quad \sum_n m_k\overline{r}_k = M\overline{r}_c$$

$$\Downarrow \frac{d^2}{dt^2}$$

$$\sum_n m_k\overline{a}_k = M\overline{a}_c \quad \Leftarrow \quad \sum_n m_k\frac{d^2\overline{r}_k}{dt^2} = M\frac{d^2\overline{r}_c}{dt^2}$$

$$\Downarrow$$

$$M\overline{a}_c = \sum_n \overline{F}_k^e$$

Теорема о движении центра масс механической системы: ***произведение массы механической системы на ускорение ее центра равно геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему***

Механический смысл данной теоремы: ***центр масс механической системы движется как материальная точка, имеющая массу всей системы и подверженная воздействию всех внешних сил, приложенных к самой системе***

$$\left.\begin{aligned} M\ddot{x}_c &= \sum_n F_{kx}^e \\ M\ddot{y}_c &= \sum_n F_{ky}^e \\ M\ddot{z}_c &= \sum_n F_{kz}^e \end{aligned}\right\}$$

Практическое значение:

1) Теорема дает теоретическое обоснование методам динамики точки. Видно, что результаты решения задачи о движении тела, представленного в виде точки, относятся к конкретной точке тела - центру масс.

2) Решение задач на основе выражений теоремы позволяет исключить из рассмотрения внутренние силы системы. Это означает, что действие внутренних сил не влияет на движение центра масс механической системы.

Закон сохранения движения центра масс механической системы:

1) $$\sum \vec{F}_k^e = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_c = 0$$

$$\vec{a}_c = d\vec{V}_c \big/ dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{V}_c = const}$$

т.е. ***центр масс системы движется с постоянной по модулю и направлению скоростью, т.е. равномерно и прямолинейно.***

2) $$\sum \vec{F}_k^e \neq 0 \text{ , но } \sum F_{kx}^e = 0 \quad \Rightarrow \quad a_{cx} = 0$$

$$\Downarrow$$

т.е. ***проекция скорости центра масс на эту координатную ось не меняется со временем.***

$$\boxed{V_{cx} = const}$$