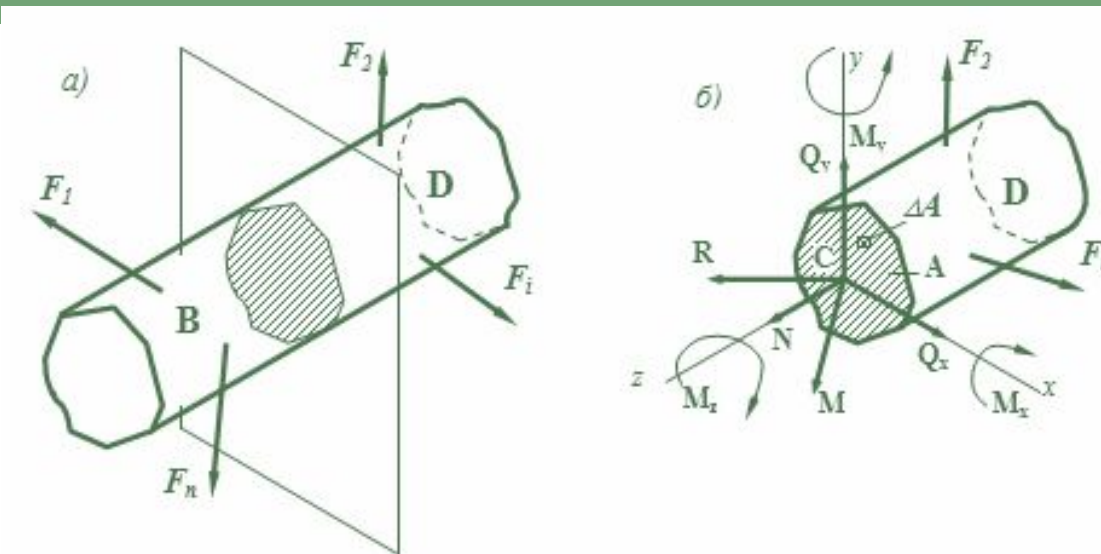




Кручение

Внутренние силовые факторы – результат действия внешних сил



Растяжение (сжатие)

продольная сила

N

Сдвиг (срез)

поперечная сила

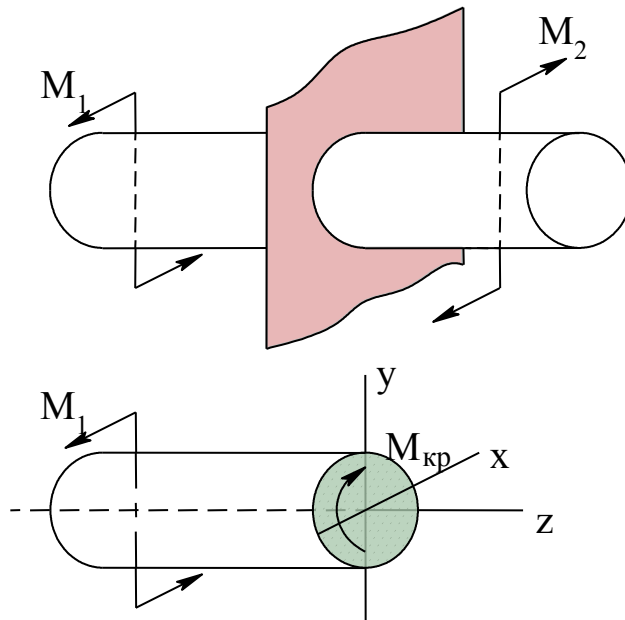
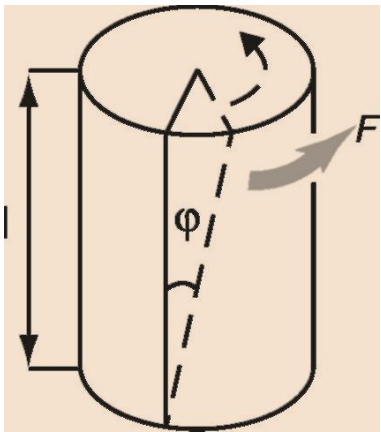
Q

1. Кручение

Кручение - деформация бруса, при которой под действием внешних моментов (пар сил) происходит взаимный поворот его поперечных сечений относительно друг друга вокруг его оси.

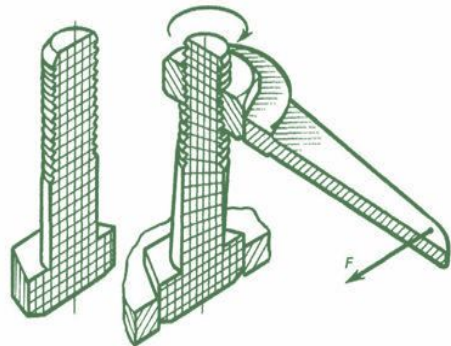
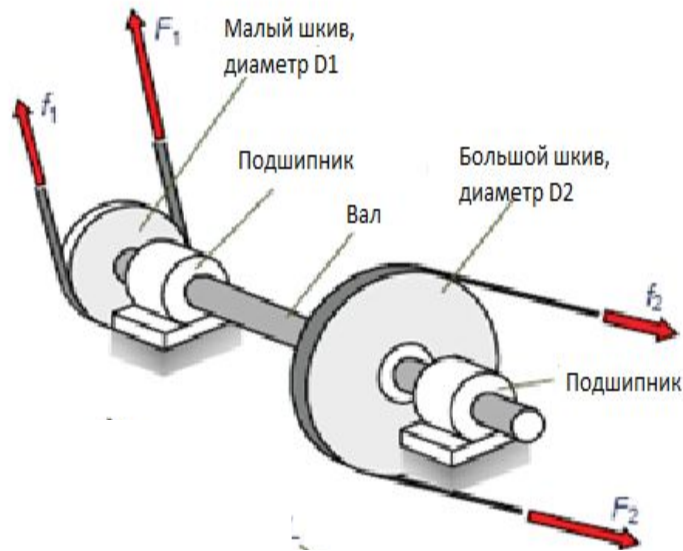


в сечении возникает только крутящий момент $M_{кр}$



Внешние силовые факторы - **вращающие** или **скручивающие моменты** M

Внутренние усилия - **крутящие моменты** $M_{кр}$



- на кручение работают валы и оси, на которых размещены шкивы или другие вращающиеся детали, пружины
- деформацию кручения испытывают болты, винты, отвертки

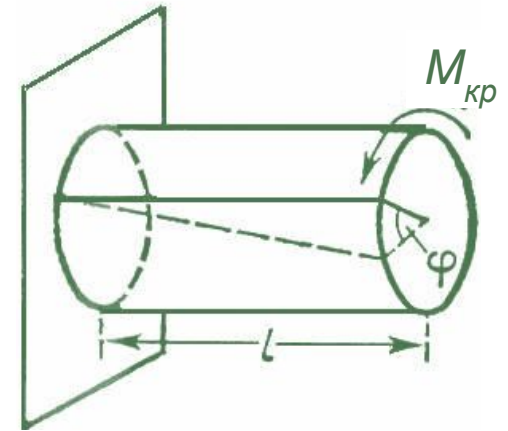
2. Деформации при кручении

Угол закручивания φ - угол, на который поперечное сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению

$$\varphi = \frac{M_{кр} \delta l}{J_{\rho} G}$$

Относительный угол закручивания θ - угол закручивания на единицу длины вала мера жесткости при кручении

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_{кр} \delta}{J_{\rho} G}$$



где $M_{кр}$ – крутящий момент, Н·м

l – длина участка вала, м

J_{ρ} – полярный момент инерции, м⁴

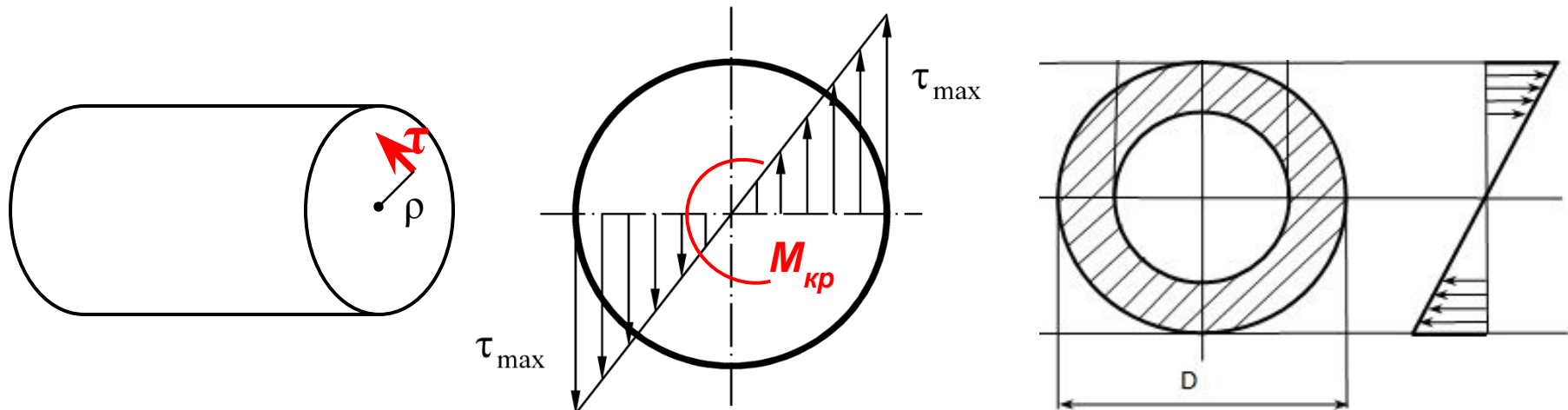
G – модуль сдвига, Па

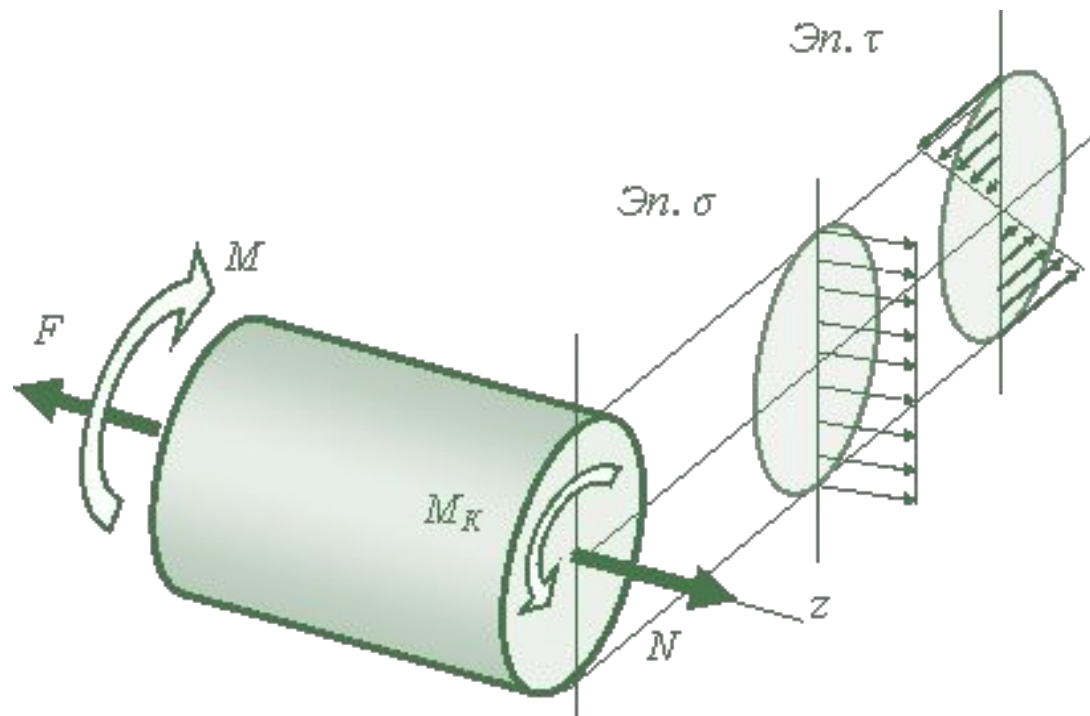
3. Напряжения при кручении

- В поперечном сечении возникают **касательные напряжения τ** , направленные перпендикулярно радиусу.
- Максимальные касательные напряжения **τ_{\max}** возникают в точках контура поперечного сечения:

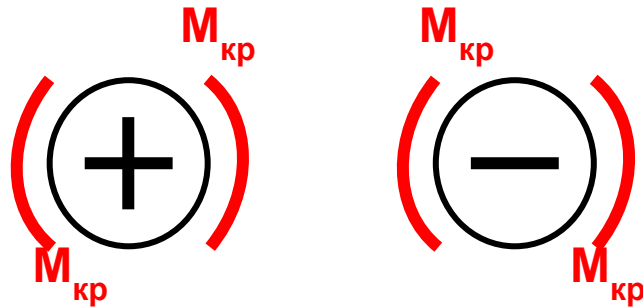
$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\rho}}$$

где W_{ρ} – полярный момент сопротивления поперечного сечения





4. Построение эпюр крутящих моментов



$M_{кр} > 0$, если он стремится повернуть рассматриваемое сечение вала против часовой стрелки, при рассмотрении его со стороны отброшенной части вала



внешние скручивающие моменты M определяется аналогично, но при рассмотрении с внешней стороны вала

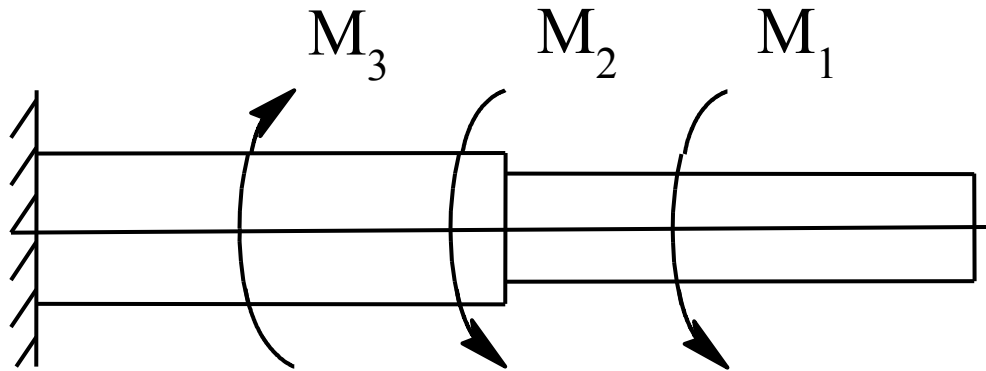
Пример 1. Построить эпюру крутящих моментов

$$M_1 = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_3 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Эпюра $M_{\text{кр}}$



5. Условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\hat{\epsilon}\delta}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{\hat{\epsilon}\delta}]$$

где τ_{\max} – максимальное напряжение в опасном сечении вала, Па

$[\tau_{\text{кр}}]$ – допускаемое напряжение при кручении, Па

$M_{\text{кр}}$ – крутящий момент, Н·м

W_{ρ} – полярный момент сопротивления поперечного сечения, м³

6. Условие жесткости при кручении

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta_0]$$

где θ - угол закручивания, *рад/м*

$[\theta_0]$ - допускаемый угол закручивания, *рад/м*

$M_{кр}$ – крутящий момент, Н·м

J_{ρ} – полярный момент инерции, м⁴

G – модуль сдвига, Па

7. Расчеты на прочность и жесткость при кручении

- Проверочный расчет

$$\tau = \frac{\dot{I} \hat{e}\delta_{\max}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{\hat{e}\delta}]$$

$$\theta = \frac{M \hat{e}\delta_{\max}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta_0]$$

- Проектный расчет

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \dot{I} \hat{e}\delta_{\max}}{\pi [\tau_{\hat{e}\delta}]}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \dot{I} \hat{e}\delta_{\max}}{\pi (1 - \tilde{n}^4) [\tau_{\hat{e}\delta}]}}$$

- Определение допускаемого момента

$$[\dot{I}] \leq [\tau_{\hat{e}\delta}] W_{\rho}$$

Пример 2. Определить диаметр вала D , передающего вращающий момент $M = 464 \text{ Нм}$, если допустимое напряжение кручения $[\tau_{кр}] = 30 \text{ МПа}$

Решение

1) В сечении вала возникает крутящий момент: $M_{кр} = M = 464 \text{ Н}$

2) Из условия прочности при кручении:

$$\tau = \frac{M}{W_{\rho}} \leq [\tau]$$

находим полярный момент сопротивления:

$$W_{\rho} = \frac{M}{[\tau]} = 464 / 30 \cdot 10^6 = 15,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

3) Определяем диаметр вала

Т.к. $W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3$, то $D = \sqrt[3]{\frac{W_{\rho}}{0,2}} = \sqrt[3]{\frac{15,6 \cdot 10^{-6}}{0,2}} \approx 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 43 \text{ мм}$

Принимаем $D = 45 \text{ мм}$