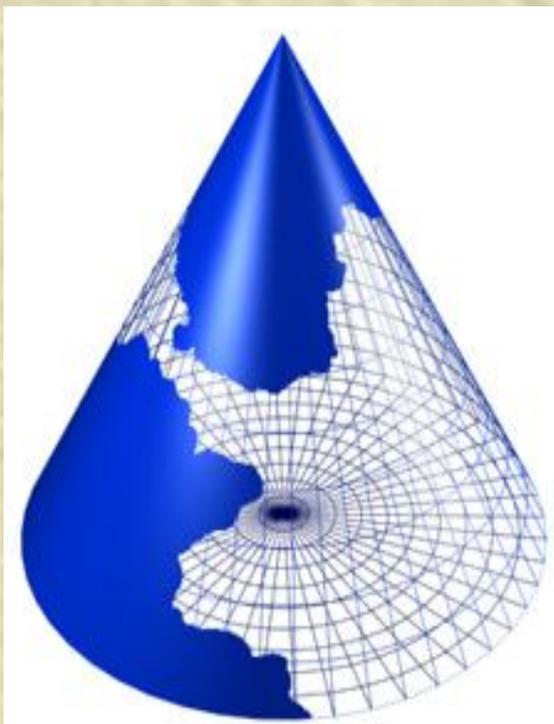


КОНУС

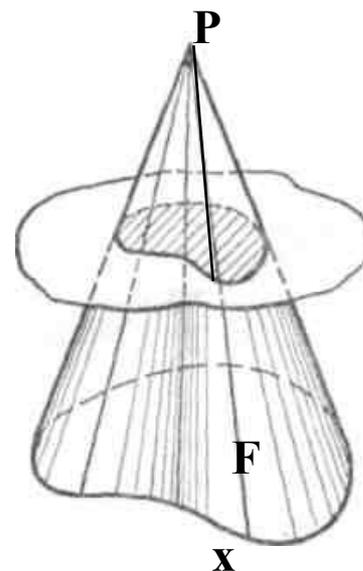
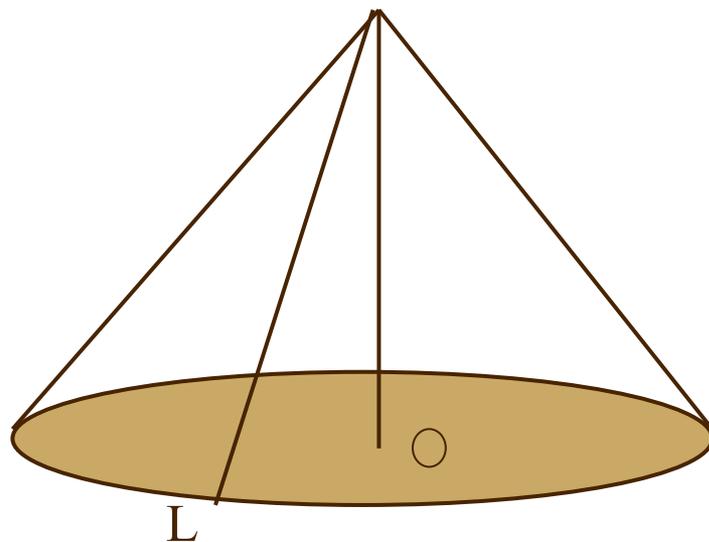


Историческая справка о конусе

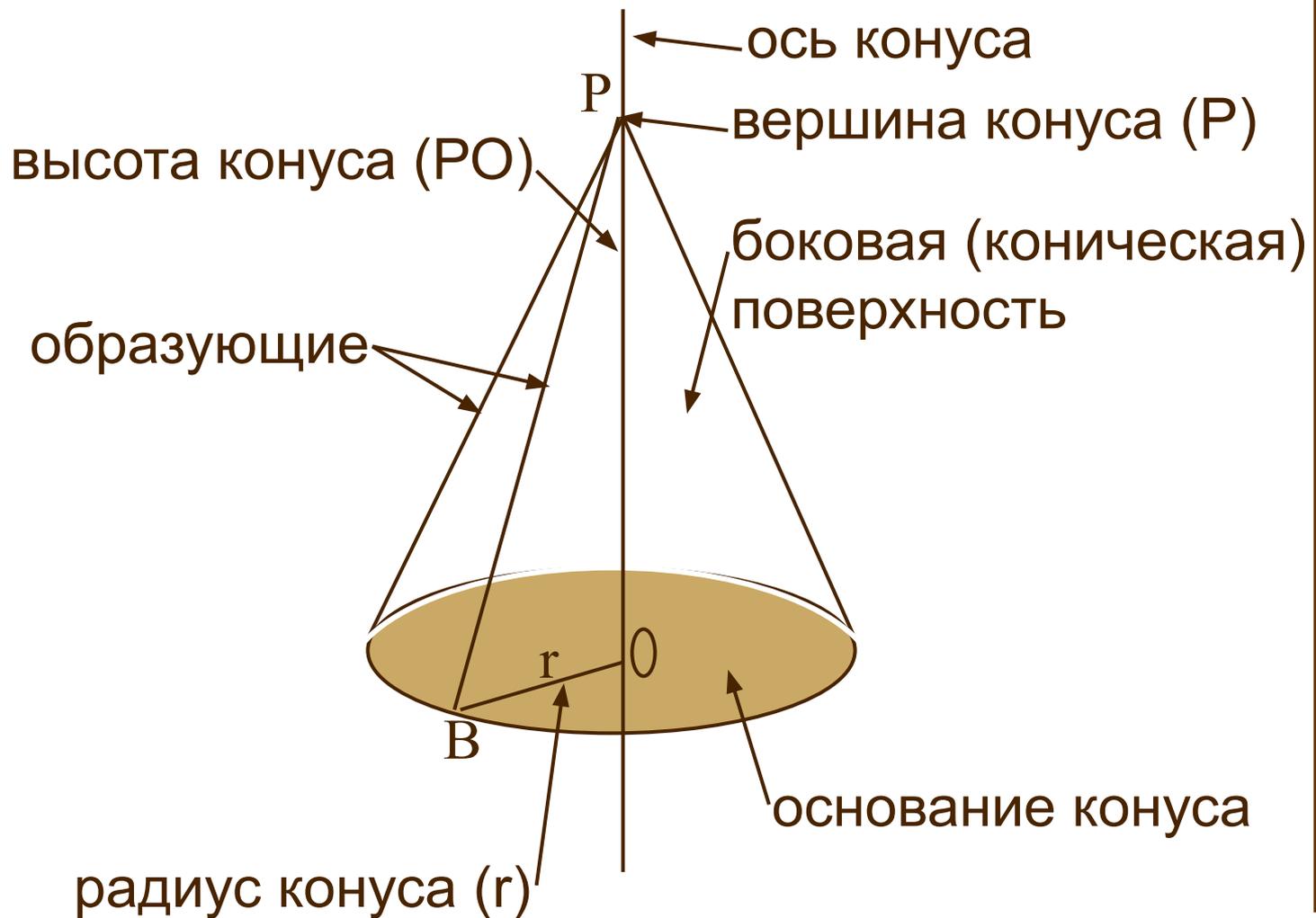
- Конус в переводе с греческого «konos» означает «сосновая шишка».
- С конусом люди знакомы с глубокой древности.
- Много сделала для геометрии школа Платона (428–348 гг. до н. э.).
- Школе Платона, в частности, принадлежит:
 - а) исследование свойств призмы, пирамиды, цилиндра и конуса;
 - б) изучение конических сечений.

ПОНЯТИЕ КОНУСА

Определение: тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей L , называется конусом.



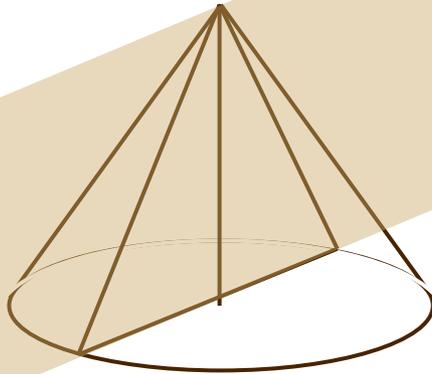
ЭЛЕМЕНТЫ КОНУСА



КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

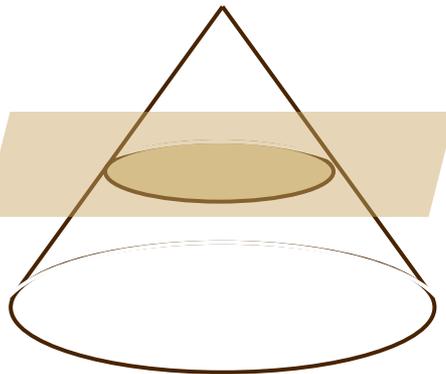
ОСЕВОЕ СЕЧЕНИЕ

В сечении равнобедренный треугольник, основание которого диаметр основания конуса, а боковые стороны – образующие конуса.



СЕЧЕНИЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЕ ОСИ КОНУСА

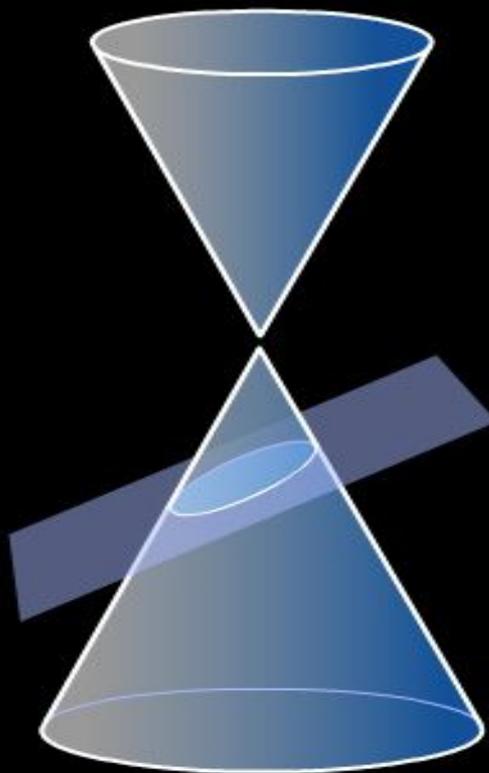
Сечение, перпендикулярное к оси конуса представляет собой круг, секущая плоскость перпендикулярна оси конуса.



$$PO_1M_1 \sim POM$$

$$r_1 = PO_1/PO * r$$

Рис.1



ЭЛЛИПС



Рис.2



парабола

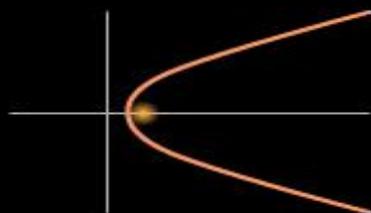
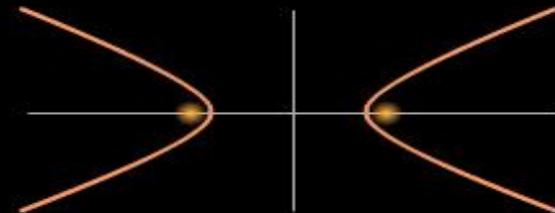


Рис.3



гипербола

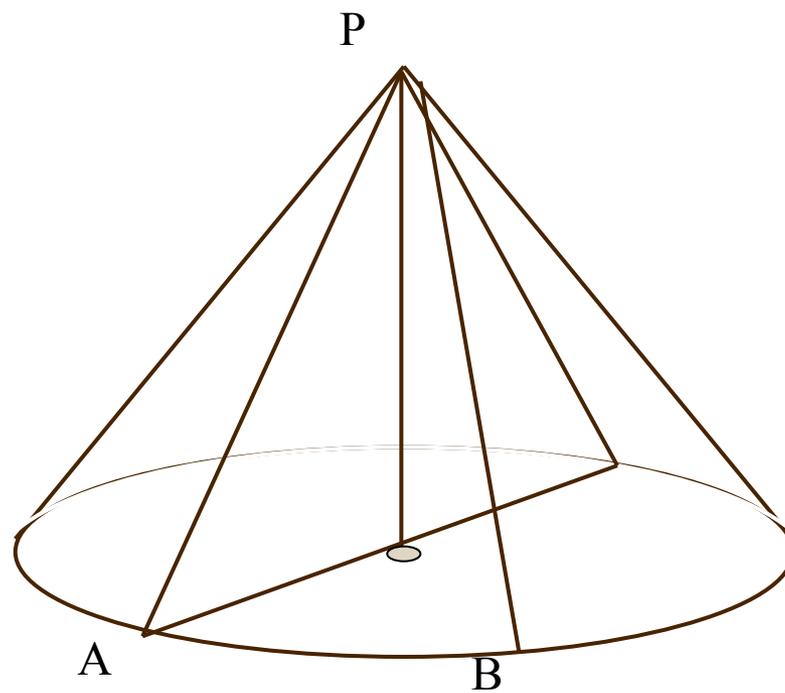


Площадь боковой поверхности конуса

За площадь боковой поверхности конуса принимается площадь его развертки (конической поверхности).

$$1) S_{\text{бок}} = \frac{\pi l^2}{360} \alpha$$

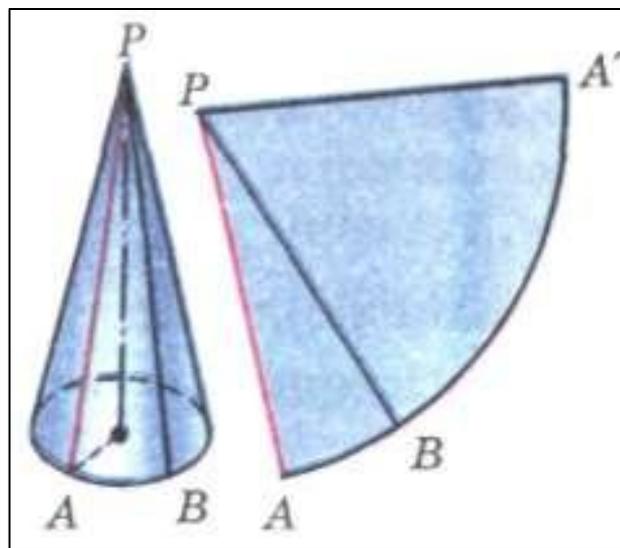
$$2) S_{\text{бок}} = \pi r l$$



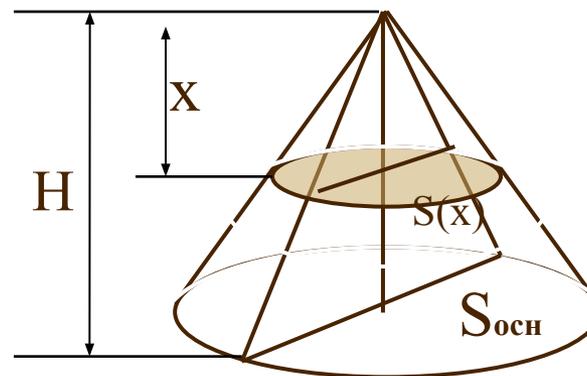
Площадь полной поверхности конуса

Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую. Площадью полной поверхности конуса называется сумма площадей боковой поверхности и основания.

$$S_{\text{кон}} = \pi r (l+r)$$

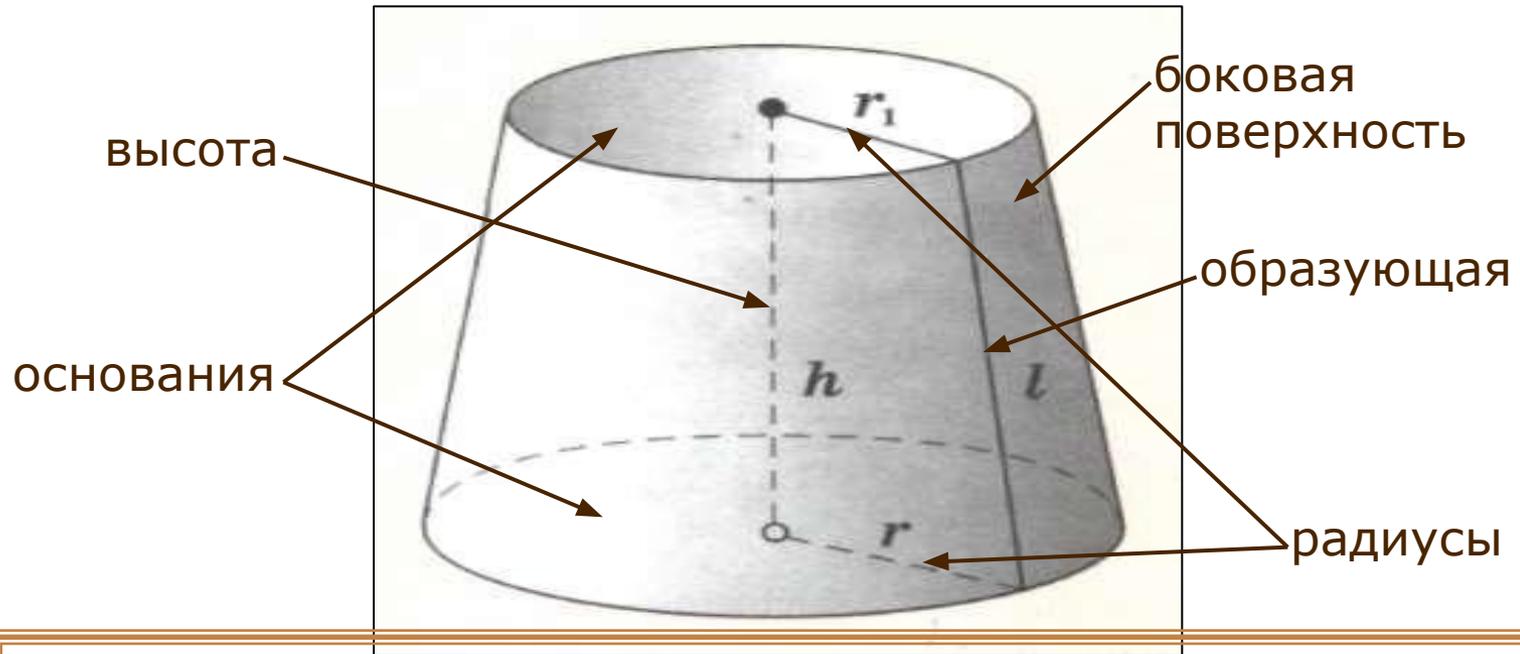


ОБЪЕМ КОЛУСА



$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Усеченный конус



Усеченным конусом называется пересечение конуса с полупространством, содержащим основание конуса и ограниченным плоскостью, которая параллельна плоскости основания конуса и пересекает данный конус.

Решение задач по теме конус

Задача 1.

Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади его основания к площади боковой поверхности.

Решение:

Пусть радиус основания конуса равен R , тогда площадь основания $S_{\text{осн}} = \pi R^2$, а высота конуса $2R$.

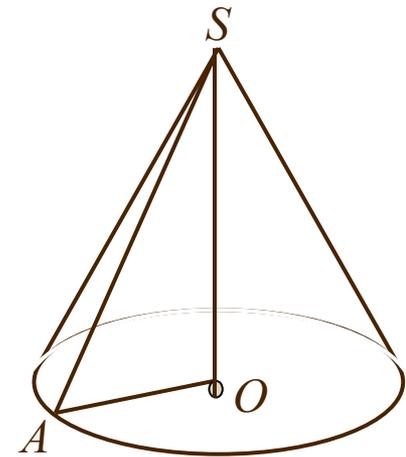
В $\triangle SOA$:

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = R\sqrt{5}$$

Итак, $l = SA = R\sqrt{5}$

Тогда $S_{\text{бок}} = \pi Rl = \pi R^2 \sqrt{5}$

Искомое отношение: $\frac{S_{\text{осн}}}{S_{\text{бок}}} = \frac{\pi R^2}{\pi R^2 \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$



Задача 2

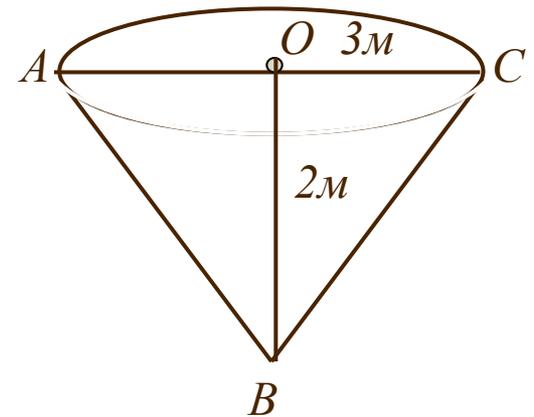
Авиационная бомба среднего калибра дает при взрыве воронку диаметром 6 м и глубиной 2 м. Какое количество земли (по массе) выбрасывает эта бомба, если 1 м³ земли имеет массу 1650 кг?

Решение:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi * 3^2 * 2 = 6 \pi (\text{м}^3)$$

$$P = 1650 * 6 * 3,14 \approx 31086 \text{ кг} \approx 31 \text{ т.}$$

Ответ: P = 31 т.



Задача 3

Смолу для промышленных нужд собирают, подвешивая конические воронки к соснам. Сколько воронок диаметром 10 см с образующей 13 см нужно собрать, чтобы заполнить 10-литровое ведро?

Дано:

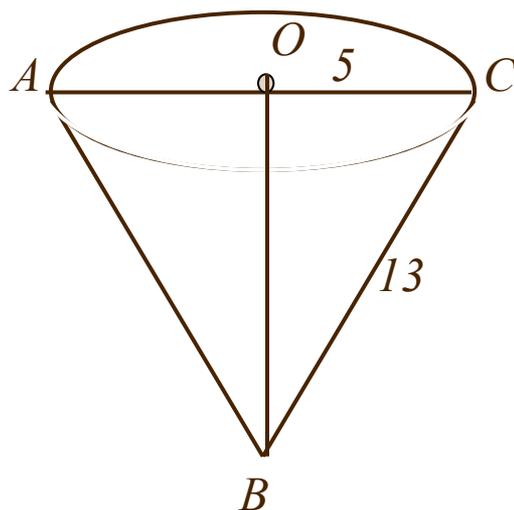
коническая воронка

D = 10 см

L = 13 см

V – ?

Решение.



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi * 25 * 12 = 100 \pi (\text{см}^3) =$$

$$= 100 \pi \text{ см}^3 = 0,1\pi \text{ дм}^3.$$

$$(H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12)$$

$$n = \frac{10}{0,1} = \frac{100}{\pi} = \frac{100}{3,14} \approx 31,8$$

Ответ: $n \approx 32$ воронок.

Задача 3. (Объем конуса)

«... Читал я где-то, что царь однажды воинам своим велел снести земли по горсти в кучу. И гордый холм возвысился, и царь мог с высоты с весельем озирать и дол, покрытый белыми шатрами, и море, где бежали корабли.»

А.С. Пушкин «Скупой рыцарь»

Это одна из немногих легенд, в которой при кажущемся правдоподобии нет и зерна правды. Докажите геометрически, что если бы какой-нибудь древний деспот вздумал осуществить такую затею, он был бы обескуражен мизерностью результата. Перед ним высилась бы настолько жалкая куча земли, что никакая фантазия не смогла бы раздуть ее в легендарный «гордый холм».

1 горсть $\approx \frac{1}{5}$ литров = 0,2 дм³.

Войско в 100 000 воинов считалось очень внушительным.

$$V = 0,2 * 100\ 000 = 20\ 000\ \text{дм}^3 = 20\ \text{м}^3.$$

Угол откоса $\angle 45^\circ$, иначе земля начнет осыпаться.

Возьмем угол откоса наибольшим возможным, т. е. 45°

Дано: конус

$$V = 20\ \text{м}^3$$

$$a = 45^\circ$$

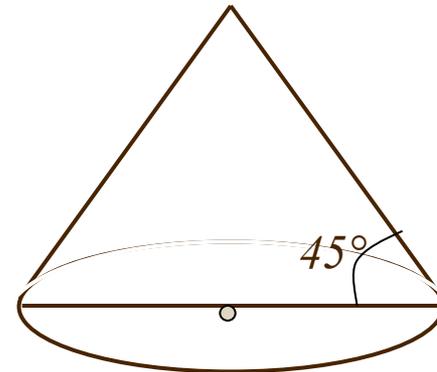
Найти: H конуса

Решение:

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Так как $H = R$, то:

$$H = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 * 20}{3,14}} \approx 2,7\ \text{м}.$$



Список литературы:

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. / Геометрия для 10-11 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики – 3-е издание, перераб. – М.: Просвещение, 1992. – 464с.
2. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений / Атанасян Л. С., Бутузов В.Ф., Кадомцев и др. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2005. – 206с.
3. Крамор В. С. / Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии. – 3-е изд., испр. И доп. – М.:Мнемозина, 2004. – 336 с.
4. Смирнова И. М. / Геометрия: Учебное пособие для 10-11 классов гуманитар. Профиля. – М.: Просвещение, 1997. – 159 с.
5. Математика. – репринтное издание «Математического энциклопедического словаря» 1988 г.- М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. - с.
6. <http://ru.wikipedia.org/wiki/>