

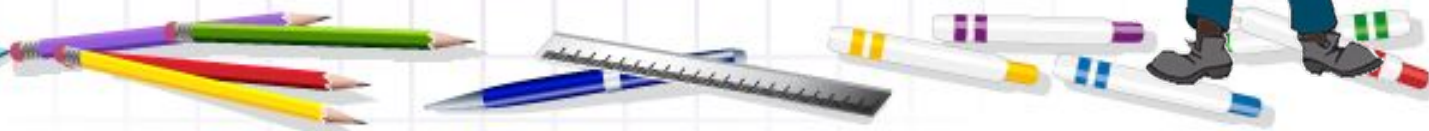
## **Тема урока:** «Еще одна формула корней квадратного уравнения»

### **Цель урока:**

Вывести формулу (II) нахождения корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом; формировать умения применять формулы I и II для решения квадратных уравнений

## **Девиз урока:**

«Думать - коллективно!  
Решать - оперативно!  
Отвечать - доказательно!  
Бороться - старательно!  
И открытия нас ждут обязательно! »



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0 \quad ax^2 = 0$$

$$ax^2 + c = 0.$$

Не всегда уравнения  
Разрешают сомнения  
Но итогом сомнения  
Может быть озаренье

**9. Какие уравнения называются  
неполными квадратными  
уравнениями?**

**10. Сколько корней может иметь  
уравнение каждого вида?**



**Разложение  
левой части на множители;**

**Метод выделения  
полного квадрата;**

**Применение  
теоремы  
Виета**

**Способы  
решения  
квадратных  
уравнений**

**Графически**

**Введение  
новой переменной**

**По сумме коэффициентов  
квадратного  
уравнения**

**Применение формул корней квадратного  
уравнения;**

# Метод выделения полного квадрата

$$x^2 - 10x + 16 = 0 \quad x^2 - 2 \cdot 5x + 25 - 25 + 16 = 0,$$

$$(a+b)^2 = \text{[blue box]}$$

$$(a-b)^2 = \text{[blue box]}$$

$$(x-5)^2 - 9 = 0,$$

$$(x-5)^2 = 9,$$

$$x-5 = -3; x-5 = 3,$$

$$x_1 = 2; x_2 = 8$$

Ответ:  $x_1 = 2; x_2 = 8.$



# Графический способ

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$ax^2 = -bx - c.$$

$$y = ax^2$$

парабола

Графиком функции является

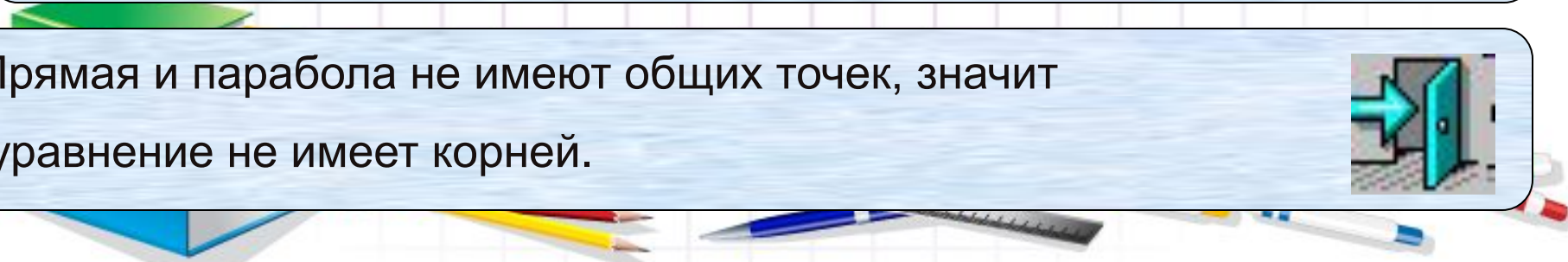
$$y = -bx - c$$

прямая

Прямая и парабола имеют только одну общую точку, значит уравнение имеет одно решение;

Прямая и парабола имеют две общие точки, абсциссы этих точек являются корнями квадратного уравнения;

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет корней.

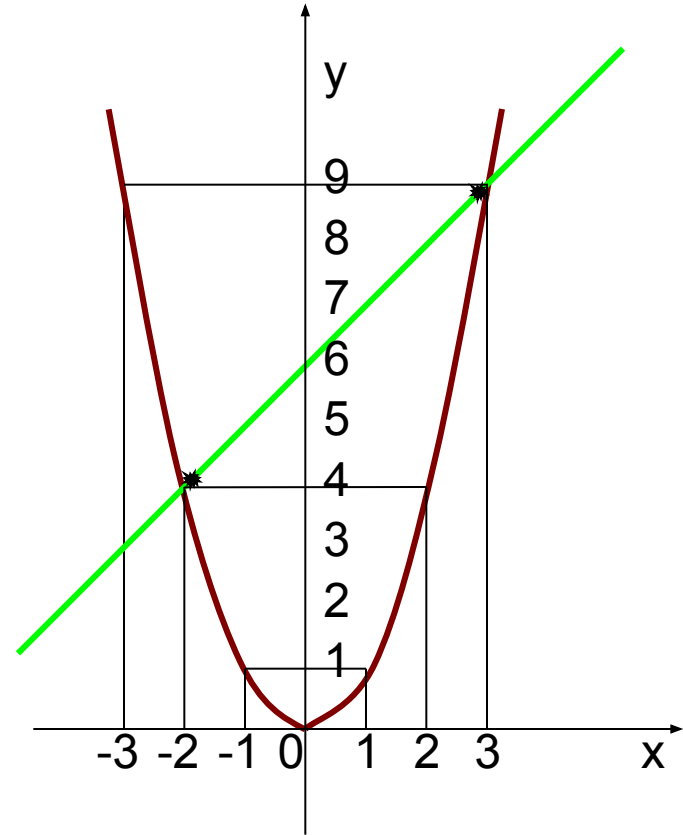


$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 = x + 6$$

Прямая и парабола имеют две общие точки с координатами (-2;4) и (3;9).

Ответ: -2 и 3.

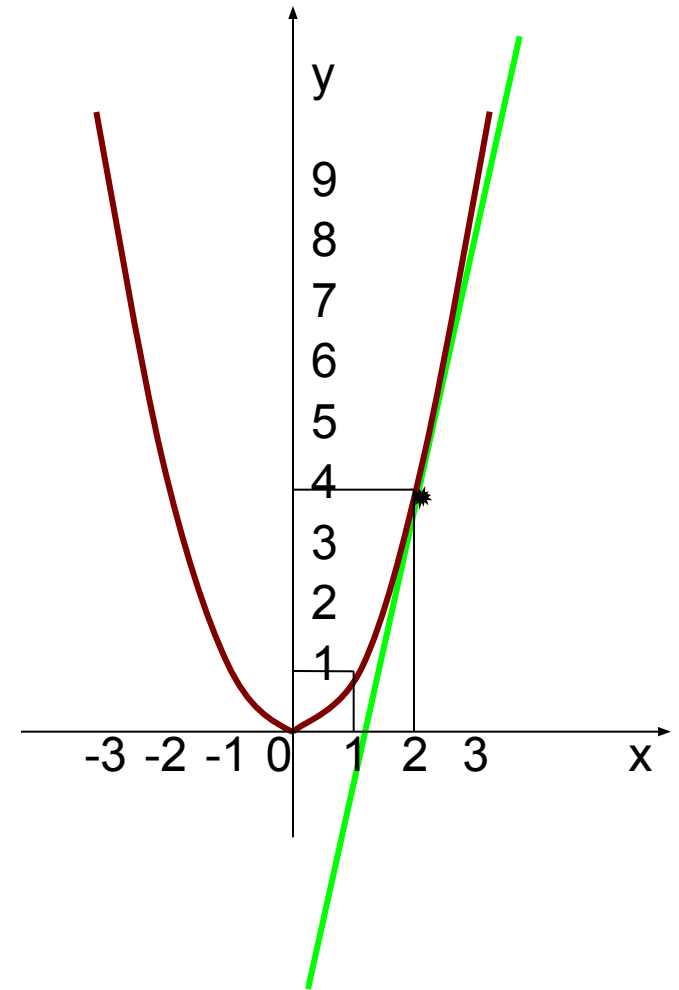


$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 = 4x - 4$$

Прямая и парабола имеют одну общую точку с координатами (2;4).

Ответ: 2.

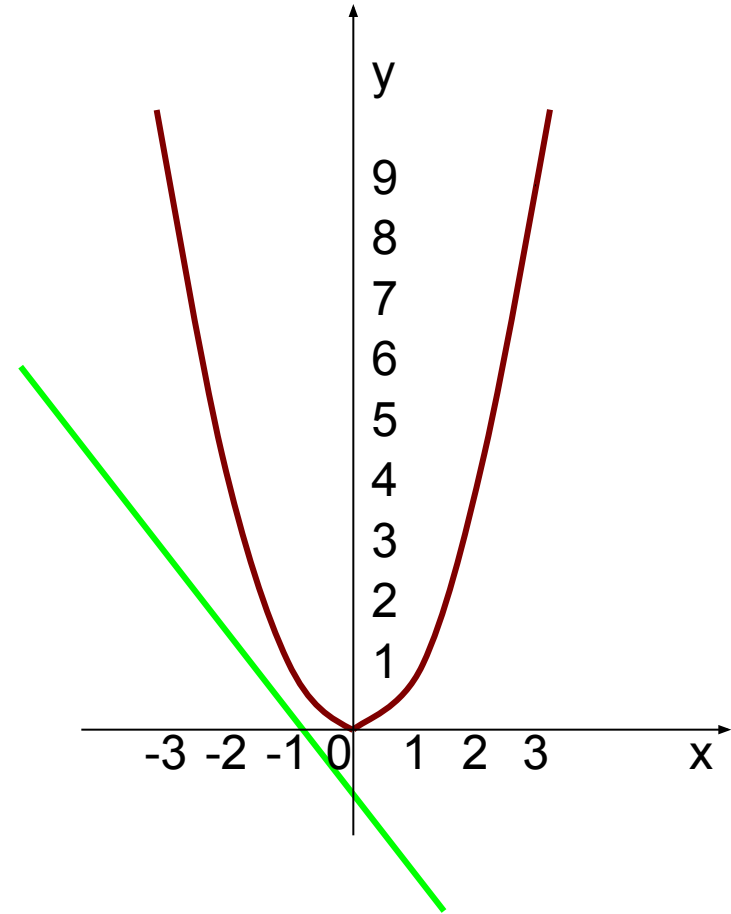


$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 = -2x - 3$$

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет действительных корней.

Ответ: нет корней.





$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

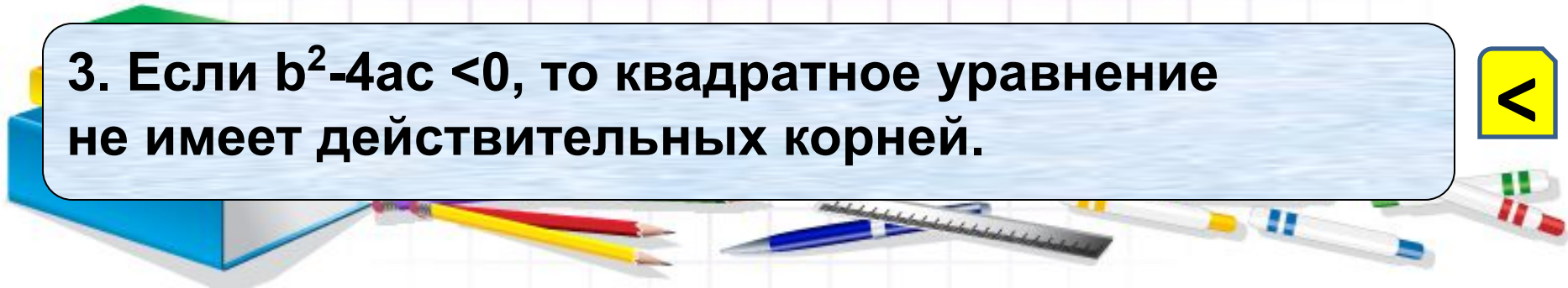
1. Если  $b^2 - 4ac > 0$ , то квадратное уравнение имеет два различных действительных корня



2. Если  $b^2 - 4ac = 0$ , то квадратное уравнение имеет два совпадающих действительных корня.



3. Если  $b^2 - 4ac < 0$ , то квадратное уравнение не имеет действительных корней.



# Проблемная ситуация

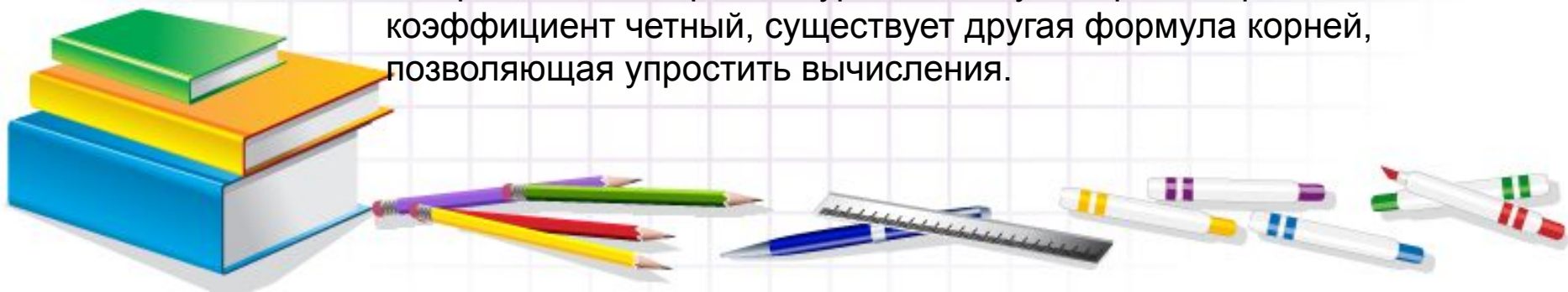
Решите уравнение:

$15x^2 - 34x + 15 = 0$ . Используя формулу нахождения корней квадратного уравнения, получаем:

$$D = (-34)^2 - 4 \cdot 15 \cdot 15 = 1156 - 900 = 256.$$

$$x_1 = \frac{34 - \sqrt{256}}{2 \cdot 15} = \frac{34 - 16}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \quad x_2 = \frac{34 + \sqrt{256}}{2 \cdot 15} = \frac{34 + 16}{30} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

для решения квадратных уравнений, у которых второй коэффициент четный, существует другая формула корней, позволяющая упростить вычисления.



## Изучение нового материала

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$D = b^2 - 4ac$  – неотрицательное число

$b$  – четное число,  $b = 2k$

Оказывается, если  $b$  четное число, то данную формулу можно упростить

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-2k \pm \sqrt{(2k)^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} = \\ &= \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{\cancel{2}(-k \pm \sqrt{k^2 - ac})}{\cancel{2}a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$a = 1: x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c}$$

$$x^2 + 2kx + c = 0$$

## Изучение нового материала

Мы получили, что корнями уравнения

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

является пара чисел:

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Преимущества данной формулы, на первый взгляд, не так и заметны, но на самом деле при вычислении используются числа поменьше, под знаком корня квадратного нам не надо доумножать на 4, в знаменателе мы делим только на коэффициент  $a$ .

Самым удобным использование полученной формулы, представляется при равенстве старшего коэффициента единице.

Для уравнения

$$x^2 + 2kx + c = 0$$

корнями будут служить пара чисел:

$$x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - ac}$$

## Первичное закрепление изученного материала

После вывода формулы возвращаемся к решенному уравнению и применяем новую формулу:

$$15x^2 - 34x + 15 = 0 ; \quad 15x^2 - 2 \cdot 17x + 15 = 0$$

$$D = (-17)^2 - 15 \cdot 15 = 289 - 225 = 64;$$

$$x_1 = \frac{17 - \sqrt{64}}{15} = \frac{17 - 8}{15} = \frac{3}{5}$$

$$x_2 = \frac{17 + \sqrt{64}}{15} = \frac{17 + 8}{15} = \frac{5}{3}$$

Решить уравнение двумя способами:

$$x^2 + 34x + 280 = 0$$

# Проверка

Мы сравнили, формулы корней квадратного уравнения на конкретном примере.

**Пример 1.** Решить уравнение:

$$x^2 + 34x + 280 = 0$$

**Решение.**

**Способ 1.** Решим данное уравнение формулой, которой использовали раньше:

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-34 \pm \sqrt{34^2 - 4 \cdot 280}}{2} = \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 1120}}{2} = \\ &= \frac{-34 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-34 \pm 6}{2} = -20; -14\end{aligned}$$

**Способ 2.** Решим с помощью формулы полученной на данном уроке:

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 280}}{1} = -17 \pm \sqrt{289 - 280} = \\ &= -17 \pm \sqrt{9} = -17 \pm 3 = -20; -14\end{aligned}$$

Ребята, согласитесь, вторым способом найти решение оказалось гораздо проще. У данного способа только один недостаток, в том что, в случае нечетного коэффициента  $b$ , этот способ не применим.



# физминутка

Выполним задание,  
Задержим дыхание.  
Раз, два, три, четыре –  
Снова дышим:  
Глубже, шире...  
глубоко вдохнули.  
спину потянули,  
руки вверх подняли  
радугу нарисовали  
повернулись на восток,  
продолжаем наш урок

Решите уравнения:

1.  $3x^2+17x-6=0;$

2.  $5x^2+38x-16=0;$

3.  $24x^2+58x-5=0;$

4.  $6x^2-27x+12=0$

5.  $x^2+8x+10=0$

