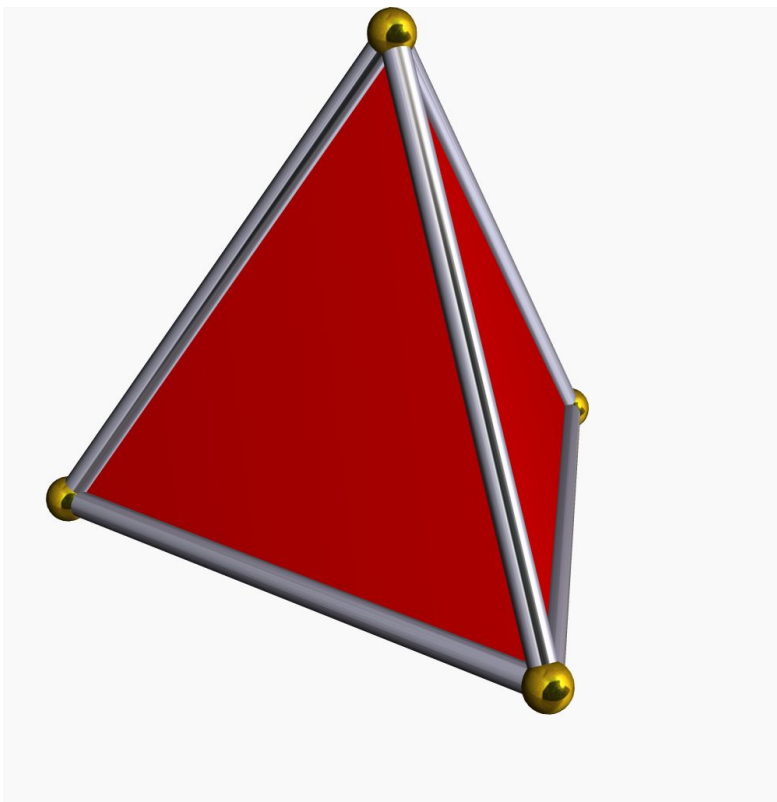


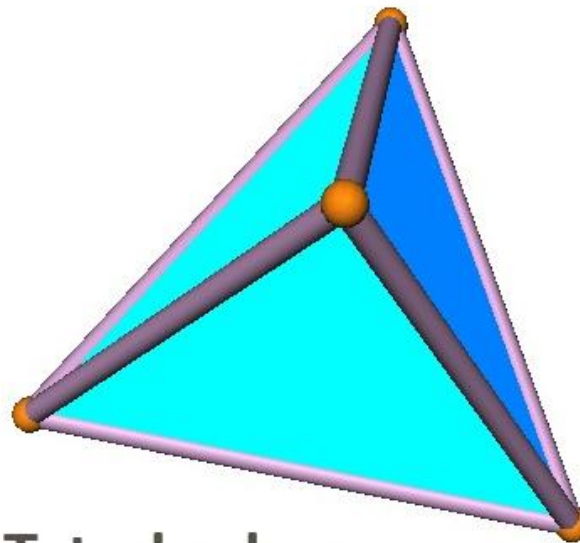
# Тетраэдр



# Тетраэдр



- Многогранник с четырьмя треугольными гранями, в каждой из вершин которого сходится по 3 грани. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер. Два ребра тетраэдра, которые не имеют общих вершин, называются противоположными.



Tetrahedron

# Свойства тетраэдра



- Параллельные плоскости, проходящие через пары скрещивающихся рёбер тетраэдра, определяют описанный около тетраэдра параллелепипед.
- Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с точкой пересечения медиан противоположной грани, называется его **медианой**, опущенной из данной вершины.
- Отрезок, соединяющий середины скрещивающихся рёбер тетраэдра, называется его **бимедианой**, соединяющей данные рёбра.
- Отрезок, соединяющий вершину с точкой противоположной грани и перпендикулярный этой грани, называется его **высотой**, опущенной из данной вершины.

# Теорема



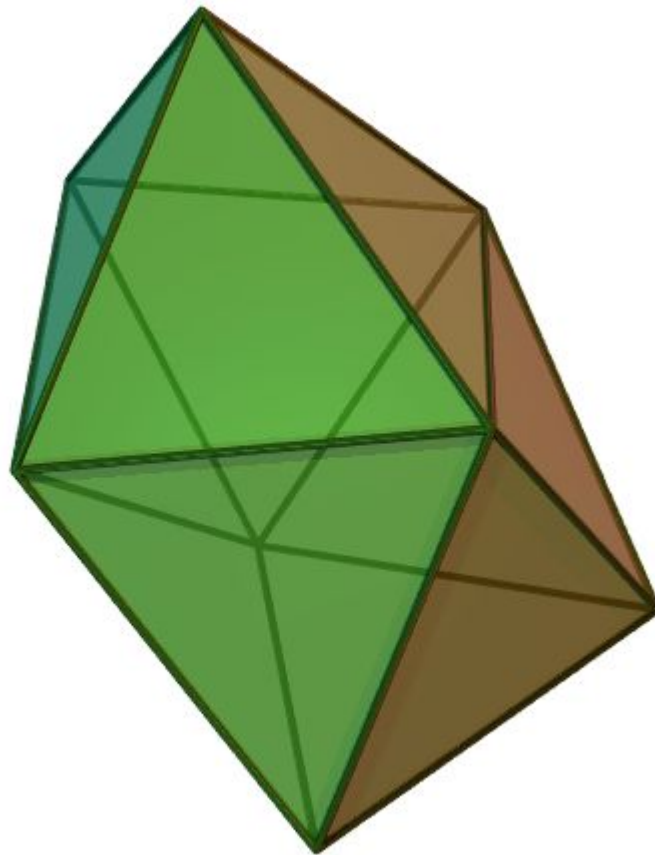
Все медианы и бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке. Эта точка делит медианы в отношении 3:1, считая от вершины. Эта точка делит бимедианы пополам.

# Выделяют:



- равногранный тетраэдр, у которого все грани - равные между собой треугольники;
- ортоцентрический тетраэдр, у которого все высоты, опущенные из вершин на противоположные грани, пересекаются в одной точке;
- прямоугольный тетраэдр, у которого все ребра, прилежащие к одной из вершин, перпендикулярны между собой;
- правильный тетраэдр, у которого все грани - равносторонние треугольники;
- каркасный тетраэдр — **тетраэдр**, отвечающий любому из условий:
  - Существует сфера, касающаяся всех ребер.
  - Суммы длин скрещивающихся ребер равны.
  - Суммы двугранных углов при противоположных ребрах равны.
  - Окружности, вписанные в грани, попарно касаются.
  - Все четырехугольники, получающиеся на развертке тетраэдра, — описанные.
  - Перпендикуляры, восстановленные к граням из центров вписанных в них окружностей, пересекаются в одной точке.
- соразмерный тетраэдр, все бивысоты которого равны;
- инцентрический тетраэдр, у которого отрезки, соединяющие вершины тетраэдра с центрами окружностей, вписанных в противоположные грани, пересекаются в одной точке.

# Равногранный тетраэдр



# Ортоцентрический тетраэдр

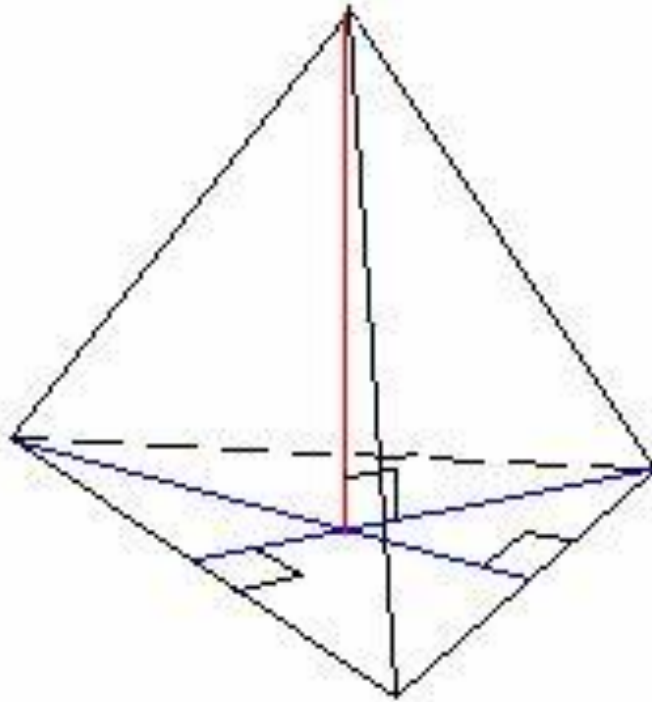
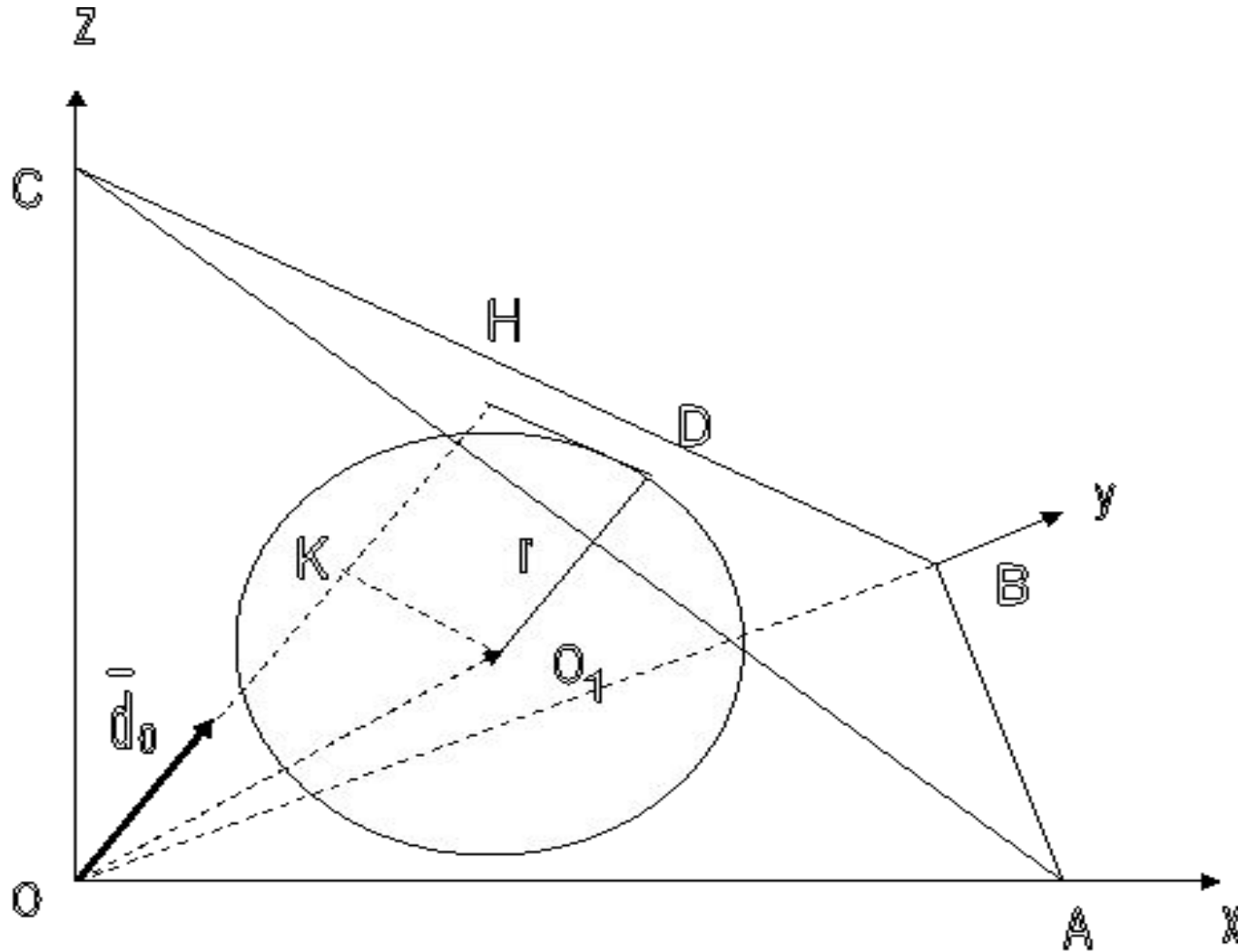


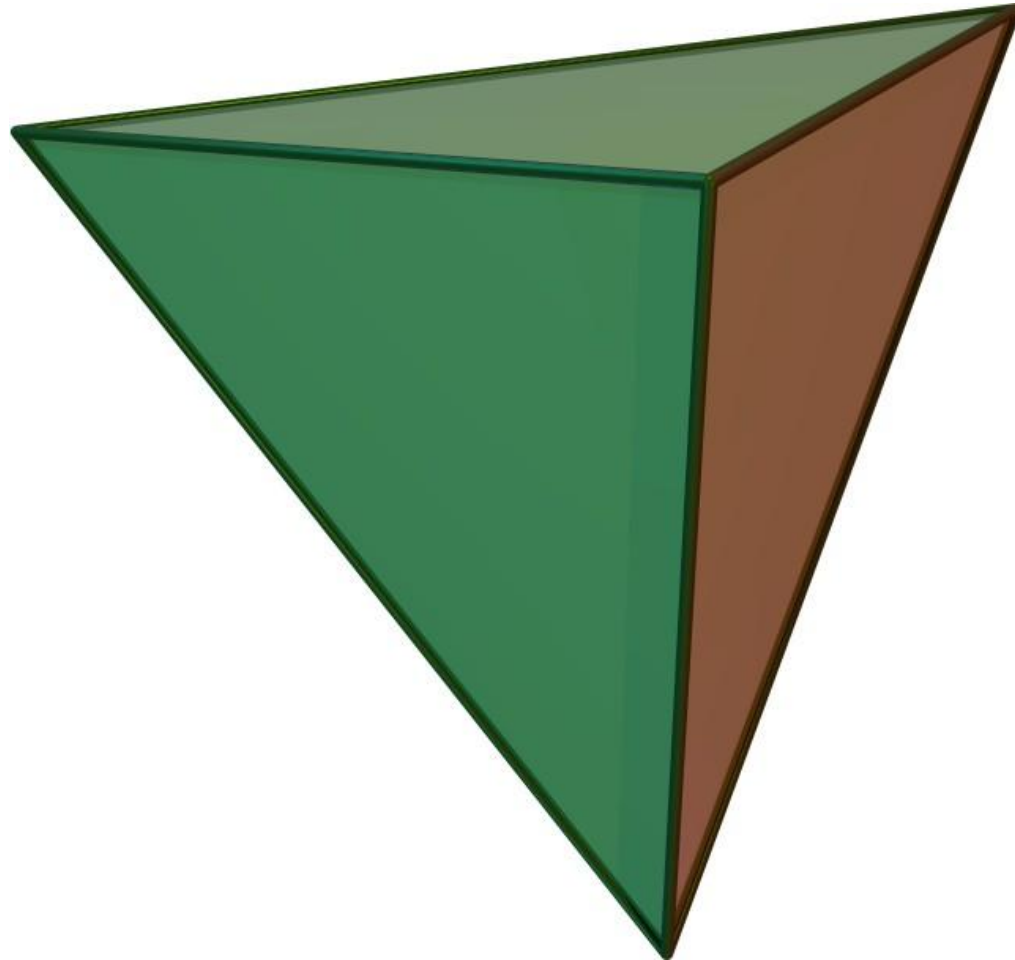
рис. 21

# Прямоугольный тетраэдр

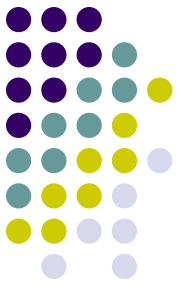
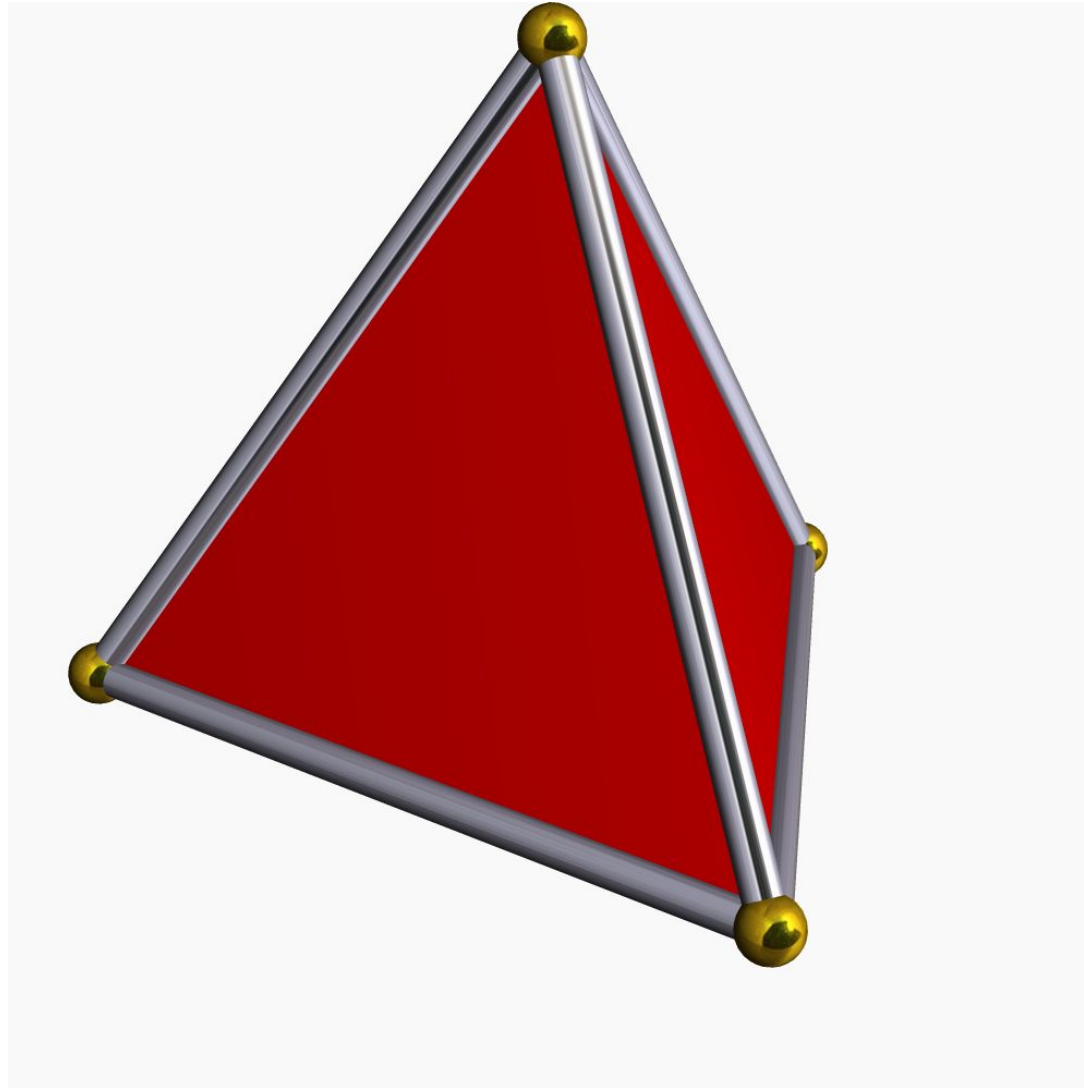




# Правильный тетраэдр



# Каркасный тетраэдр



# Соразмерный тетраэдр



- **Соразмерный тетраэдр** — тетраэдр, *бивысоты* которого равны.  
*Это определение можно заменить любым из следующих:*
- Проекция тетраэдра на плоскость, перпендикулярную любой бимедиане, есть ромб.
- Грани описанного параллелепипеда равновелики.
- Для каждой пары противоположных ребер тетраэдра плоскости, проведенные через одно из них и середину второго, перпендикулярны.
- В описанный параллелепипед соразмерного тетраэдра можно вписать сферу.

# Инцентрический тетраэдр



- Отрезки, соединяющие вершины тетраэдра с центрами окружностей, вписанных в противоположные грани, пересекаются в одной точке.
- Биссектрисы углов двух граней, проведенные к общему ребру этих граней, имеют общее основание.
- Произведения длин противоположных ребер равны.
- Треугольник, образованный вторыми точками пересечения трех ребер, выходящих из одной вершины, с любой сферой, проходящей через три конца этих ребер, является равносторонним



# Объем тетраэдра

- Объем тетраэдра (с учетом знака), вершины которого находятся в точках  $\Gamma_1(x_1, y_1, z_1)$   $\Gamma_2(x_2, y_2, z_2)$   $\Gamma_3(x_3, y_3, z_3)$   $\Gamma_4(x_4, y_4, z_4)$
- равен:

$$V = -\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$



# Тетраэдры в микромире

- Вода Вода, Лёд,  $H_2O$
- Молекула метана  $CH_4$
- Молекула аммиака  $NH_3$
- Алмаз Алмаз  $C$  - тетраэдр с ребром равным  $2,5220$  ангстрем
- Флюорит Флюорит  $CaF_2$ , тетраэдр с ребром равным  $3,8626$  ангстрем
- Сфалерит Сфалерит,  $ZnS$ , тетраэдр с ребром равным  $3,823$  ангстрем
- Комплексные ионы  $[BF_4]^-$ ,  $[ZnCl_4]^{2-}$ ,  $[Hg(CN)_4]^{2-}$ ,  $[Zn(NH_3)_4]^{2+}$ .

# Тетраэдры в технике



- Тетраэдр образует жёсткую, статически определимую конструкцию. Тетраэдр, выполненный из стержней, часто используется в качестве основы для пространственных несущих конструкций пролётов зданий, перекрытий, балок, ферм мостов и т.д. Стержни испытывают только продольные нагрузки.
- Прямоугольный тетраэдр используется в оптике. Если грани, имеющие прямой угол, покрыть светоотражающим составом или весь тетраэдр выполнить из материала с сильным светопреломлением, чтобы возникал эффект полного внутреннего отражения, то свет, направленный в грань, противоположную вершине с прямыми углами, будет отражаться в том же направлении, откуда он пришёл. Это свойство используется для создания [угловых отражателей](#)
- Прямоугольный тетраэдр используется в оптике. Если грани, имеющие прямой угол, покрыть светоотражающим составом или весь тетраэдр выполнить из материала с сильным светопреломлением, чтобы возникал эффект полного внутреннего отражения, то свет, направленный в грань, противоположную вершине с прямыми углами, будет отражаться в том же направлении, откуда он пришёл. Это