

# Арифметическая и геометрическая прогрессии

Автор: Грицан Т. А.



**Закончился 20 -ый век.  
Куда стремится человек?**

**Изучен космос и моря,**

**Строенье звёзд и вся**

**Земля,**

**Но математиков зовёт**

**Известный лозунг:**

**«Прогрессио**

**движение**

**вперёд!»**



# Оглавление

*Арифметическая прогрессия*

*Геометрическая прогрессия*

*Сравнение прогрессий*

*Решение задач*

*Проверь себя*

*Контрольное тестирование*



# Арифметическая прогрессия

*это числовая последовательность, в которой каждое последующее число, начиная со второго, получается из предыдущего увеличением его на определённое число.*

*Имеет вид:*

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \dots, a_1+(n-1)d, \dots$$



# Арифметическая прогрессия

Из определения арифметической прогрессии следует, что  $d = a_{n+1} - a_n$

Прогрессию называют арифметической потому, что каждый её член, начиная со второго, является средним арифметическим двух соседних с ним членов:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$$



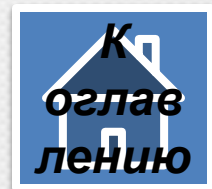
# Арифметическая прогрессия

**Формула  $n$ -го члена прогрессии:**

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

**Сумма первых  $n$  членов прогрессии:**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$



The background features a collage of mathematical elements. In the top left, a portion of a silver and black calculator is visible. In the bottom right, a pair of black-rimmed glasses is shown. The background is filled with various mathematical equations and numbers written in different colors (green, yellow, orange, red, purple) on a light-colored surface. Some visible equations include  $2=2$ ,  $3+3=6$ ,  $7-2=5$ ,  $9-2=7$ ,  $10$ ,  $5$ ,  $4$ , and  $5=5$ .

# **Геометрическая прогрессия**

# Геометрическая прогрессия

*это последовательность чисел, в которой каждое последующее число, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на определённое число.*

*Имеет вид:*

$$b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3, \dots, b_1q^{n-1}, \dots$$



# Геометрическая

## прогрессия

*Из определения геометрической прогрессии следует, что  $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$*

*Прогрессию называют геометрической потому, что каждый её член, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов:*

$$b_{n+1} = \sqrt{b_n \cdot b_{n+2}}$$

# Геометрическая

## прогрессия

**Формула  $n$ -го члена прогрессии:**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

**Формула  $n$ -го члена прогрессии:**

$$S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1 - q}, S_n = \frac{b_1 (1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

# Геометрическая прогрессия

**Сумма бесконечной  
геометрической прогрессии при**  
 $|q| < 1$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

# Сравнение арифметической и геометрической прогрессий



# Сравнение определений арифметической и геометрической прогрессий

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предшествующему члену,

сложенному с одним и тем же числом,

умноженному на одно и то же число,

называется **арифметической** прогрессией  
геометрической

# Сравнение характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий

Прогрессию называют **арифметической**  
**геометрической**  
потому, что каждый её член, начиная со  
второго, является **средним арифметическим**  
**средним геометрическим**  
двух соседних с ним членов:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}$$

$$b_{n+1} = \sqrt{b_n \cdot b_{n+2}}$$

# Формулы

## Арифметическая прогрессия

$$1. a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$2. a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2};$$

$$3. d = a_{n+1} - a_n;$$

$$4. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$5. S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

$$1. b_n = b_1 q^{(n-1)};$$

$$2. b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}};$$

$$3. q = \frac{b_{n+1}}{b_n};$$

$$4. S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1};$$

$$5. S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1;$$

$$6. S_n = \frac{b_1}{1 - q}, |q| \neq 1;$$

# Решение задач





# Задача 1

Дано:  $(a_n)$  - арифметическая прогрессия,  $a_1 = 5$   $d = 3$ .

Найти:  $a_6$ ;  $a_{10}$ .

Решение: используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_6 = a_1 + 5 d = 5 + 5 \cdot 3 = 20$$

$$a_{10} = a_1 + 9 d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

**Ответ: 20; 32**

# Задача 2

**Дано:**  $(b_n)$  - геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5, \quad q = 3.$$

**Найти:**  $b_3$ ;  $b_5$ .

**Решение:** используя формулу  $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_3 = b_1 q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

**Ответ:** 45; 405.

# Задача 3

**Дано:**  $(a_n)$  - арифметическая прогрессия,  $a_4 = 11$ ,  $d = 2$ .

**Найти:**  $a_1$ .

**Решение:** используя формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_4 = a_1 + 3d ; a_1 = a_4 - 3d = 11 - 3 \cdot 2 = 5$$

**Ответ: 5.**

# Задача 4

*Дано:  $(b_n)$  - геометрическая прогрессия,  $b_4 = 40$ ,  $q = 2$ .*

*Найти:  $b_1$ .*

**Решение:** используя формулу

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_4 = b_1 q^3 ; b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

**Ответ: 5.**

# Задача 5

Дано:  $(a_n)$  - арифметическая прогрессия

$$a_4 = 12,5; a_6 = 17,5.$$

Найти:  $a_5$

**Решение:** используя свойство  $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$   
арифметической прогрессии имеем:

$$a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = \frac{12,5 + 17,5}{2} = 15$$

**Ответ: 15**

# Задача 6

Дано:  $(b_n)$  - геометрическая прогрессия ,  
 $b_n > 0$ ,  $b_4 = 6$ ;  $b_6 = 24$ .

Найти:  $b_5$

**Решение:** используя свойство  
геометрической прогрессии имеем:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$b_5^2 = b_4 \cdot b_6 = 6 \cdot 24 = 144 \Rightarrow b_5 = \sqrt{144} = 12$$

**Ответ: 12**

# Магический квадрат

*Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом(constanta) называют магическим квадратом.*

*Из каждых девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.*

# Магический квадрат

*Пусть дана арифметическая прогрессия:  $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+8d$ , где  $a$  и  $d$  натуральные числа. Расположим её члены в таблицу.*

*Нетрудно видеть, что получился магический квадрат, константа  $C$  которого равна  $3a+12d$ .*

$a+3d$	$a+8d$	$a+d$
$a+2d$	$a+4d$	$a+6d$
$a+7d$	$a$	$a+5d$

*Действительно, сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и по каждой диагонали квадрата равна  $3a+12d$ .*



# Легенда о создателе шахмат

Индийский раджа, познакомившись с игрой в шахматы, решил наградить изобретателя этой игры и предложил тому самому выбрать награду. Изобретатель пожелал за первую клетку шахматной доски получить одно зернышко пшеницы, за вторую – два зернышка, за третью – четыре, за четвертую – восемь, за пятую – 16 и т. д. Удивившись скромности изобретателя, раджа распорядился немедленно выдать награду. Однако выполнить приказ раджи оказалось невозможно.

# Легенда о создателе шахмат



# Легенда о создателе шахмат

Подсчитаем, сколько зерен пшеницы нужно было бы выдать изобретателю шахмат.

Количество зерен, запрошенные за каждую из 64 клеток шахматной доски составляют геометрическую прогрессию с первым членом, равным 1, и знаменателем, равным 2.

2. Найдем всех 64 членов этой прогрессии:

$$S_{64} = \frac{1 - 1 \cdot 2^{64}}{1 - 2} = 2^{64} - 1 \approx 1,8 \cdot 10^{19}$$

# Проверь себя



# Задание №1

$(a_n)$ -арифметическая прогрессия,  
 $a_1 = 10; d = -0,1$ . Найди  $a_4$ .

## Задание №2

$(b_n)$ -арифметическая прогрессия,  
 $b_1 = 5; q = -3$ . Найди  $b_3$ .

# Задание №3

Зная разность  $d=3,5$  и пятый член  $a_5=12$  арифметической прогрессии, найдите первый член этой прогрессии

# Задание №4

Зная знаменатель  $q=2$  и третий член  $b_3=1,2$  геометрической прогрессии, найдите первый член этой прогрессии



# Задание №5

Найдите сумму первых членов  $n$  арифметической, зная, что  $a_1=13$ ,  $a_n=67$ ,  $n=25$  геометрической, найдите первый член этой прогрессии

# Задание №6

Найдите сумму первых ста  
натуральных чисел

# Задание №7

Найдите сумму первых  $n$  членов  
геометрической прогрессии, зная, что  
 $b_1=3, b_n=192, q=2.$

# Задание №8

Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, если  $b_1=6$ ,  
 $q=-1/3$ .

# Задание №9

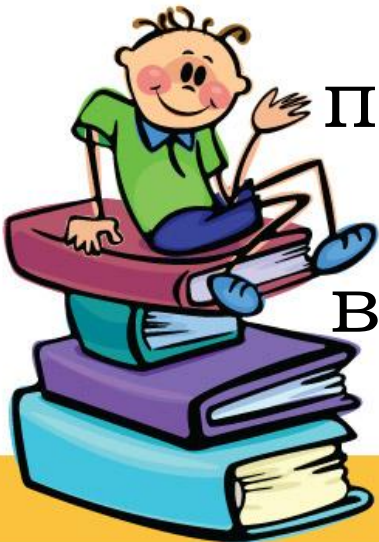
Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, если  
 $S=6$ ,  $q=2/3$ .

# Задание №10

Найдите знаменатель бесконечной геометрической прогрессии, если  
 $b_1=12$ ,  $S=18$ .

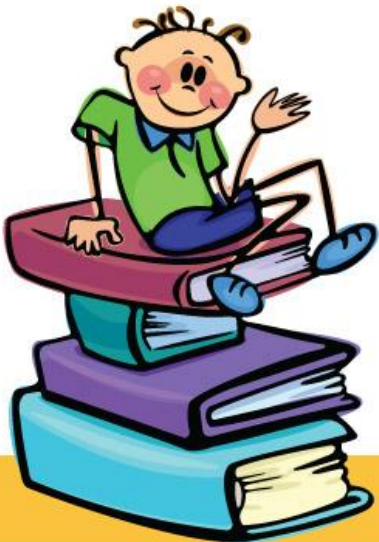
# Контрольное тестирование

Вам предлагается  
10 вопросов тестового  
характера с выбором одного  
правильного ответа. Переход  
к следующему вопросу с  
помощью кнопки «Далее». На  
последнем слайде будет  
выставлена итоговая оценка  
за тест.



# Вопрос №1

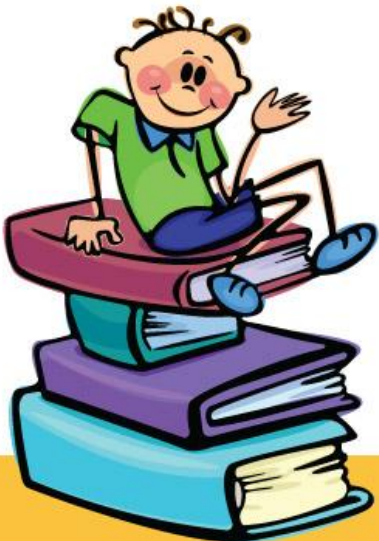
Дана арифметическая прогрессия 1, 7, 13, ... . Найти сумму первых шести её членов.





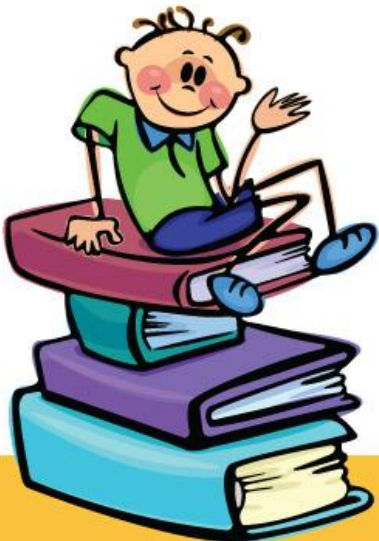
## Вопрос №2

Дана геометрическая прогрессия 4, 2, 1, ... . Найти сумму первых пяти её членов.



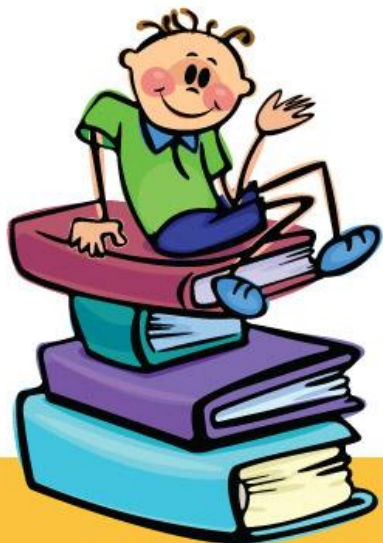
# Вопрос №3

Дана геометрическая прогрессия  
 $24, 6, 3/2, \dots$ . Найти сумму всех её  
членов.



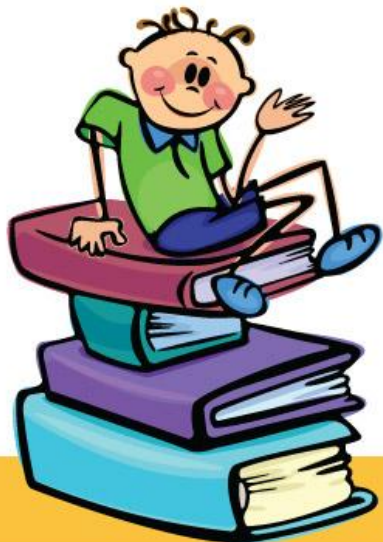
## Вопрос №4

Дана арифметическая прогрессия с первым членом  $a_1=5$ . Найти разность этой прогрессии, если сумма первых семнадцати её членов равна 51.



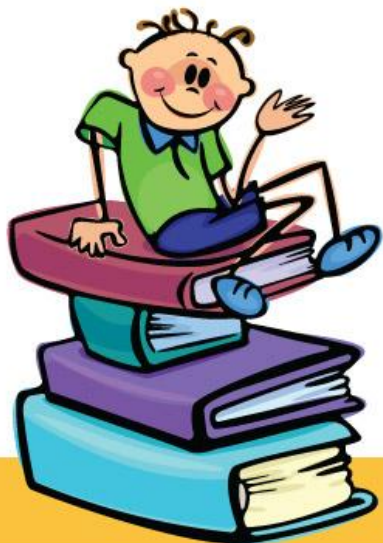
## Вопрос №5

Дана арифметическая прогрессия с разностью  $d=2$ . Найти первый член этой прогрессии, если сумма первых двадцати её членов равна 20.



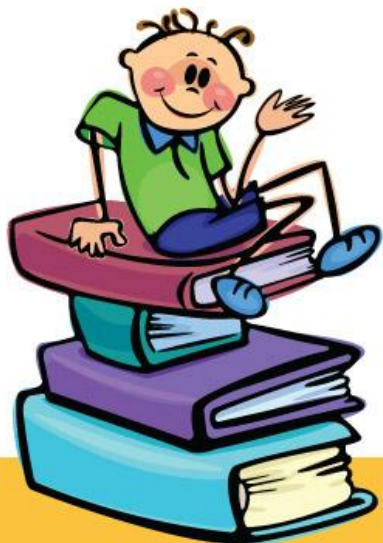
## Вопрос №6

Арифметическая прогрессия задана формулой  $a_n = 5n - 7$ . Какое из следующих чисел является членом этой прогрессии?



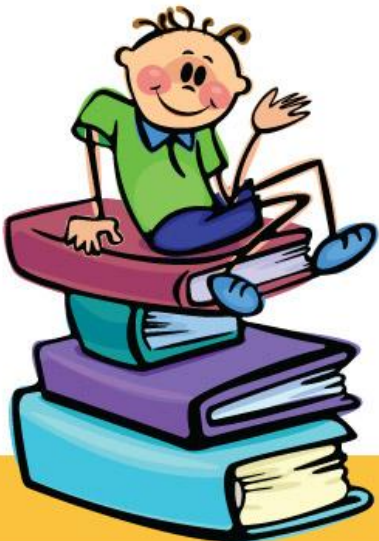
## Вопрос №7

Геометрическая прогрессия задана формулой  $b_n = 3 \cdot 2^n$ . Какое из следующих чисел не является членом этой прогрессии?



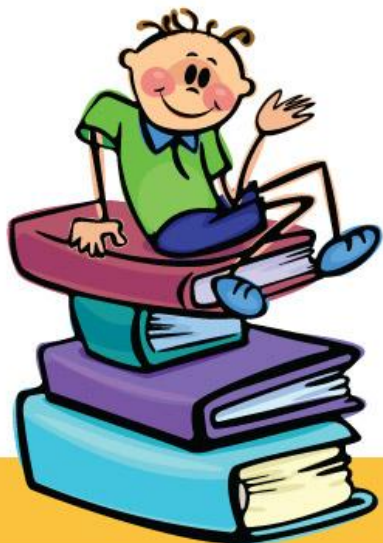
## Вопрос №8

$(b_n)$  - геометрическая прогрессия.  
 $a_4 = -1$ ,  $a_7 = 27$ . Найдите знаменатель этой прогрессии?



## Вопрос №9

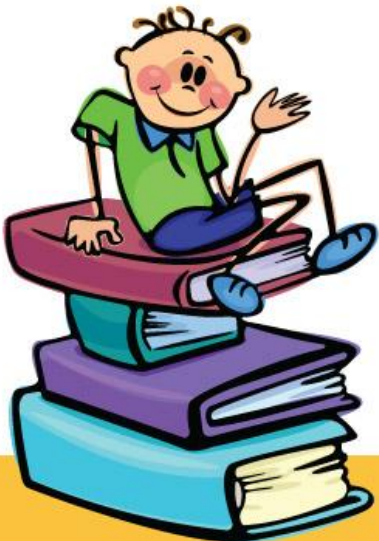
$(a_n)$  - арифметическая прогрессия.  
 $a_6=3$ ,  $a_9=18$ . Найти разность этой  
прогрессии?



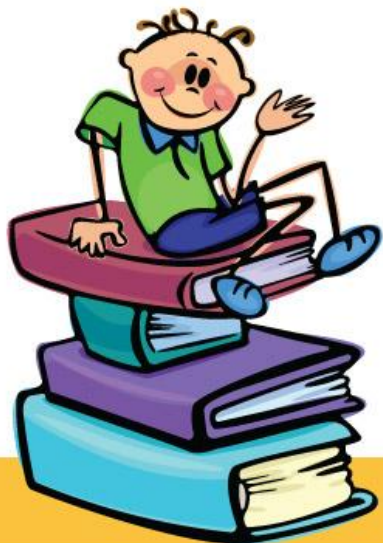


# Вопрос №10

Записаны первые три члена геометрической прогрессии  $-8, 4, -2$ . Какое из следующих утверждений о данной последовательности является верным?



# Результаты тестирования



**Для выхода нажмите Esc**