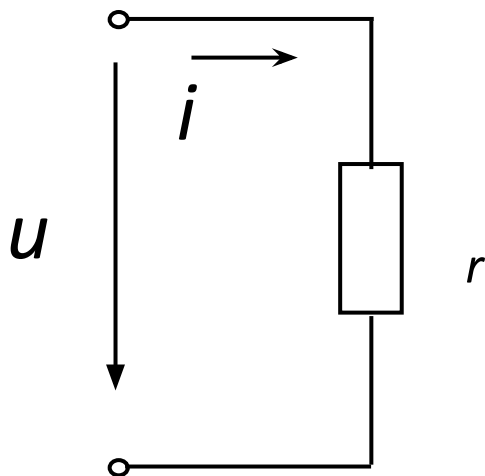


# **ЛЕКЦИЯ №3**

## **НЕРАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ТОКА**

# 1. Активная нагрузка



Будем полагать, что напряжение на зажимах цепи изменяется по синусоидальному закону (всегда стремятся).

$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

$$u = i \cdot r;$$

$r$  - Активное сопротивление переменному току

Отсюда выражение для мгновенного значения тока

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_M \cdot \sin \omega t}{r} = I_M \cdot \sin \omega t;$$

**ВЫВОД:** Ток через активную нагрузку совпадает по фазе с приложенным синусоидальным напряжением.

$$I_M = \frac{U_M}{r} \quad - \text{ амплитуда тока}$$

Обычно левую и правую части делят на

$$\sqrt{2}$$

и переходят к действующим значениям

$$\boxed{I = \frac{U}{r};} \quad - \text{ Закон Ома для цепи с активной нагрузкой}$$

## Мгновенная мощность

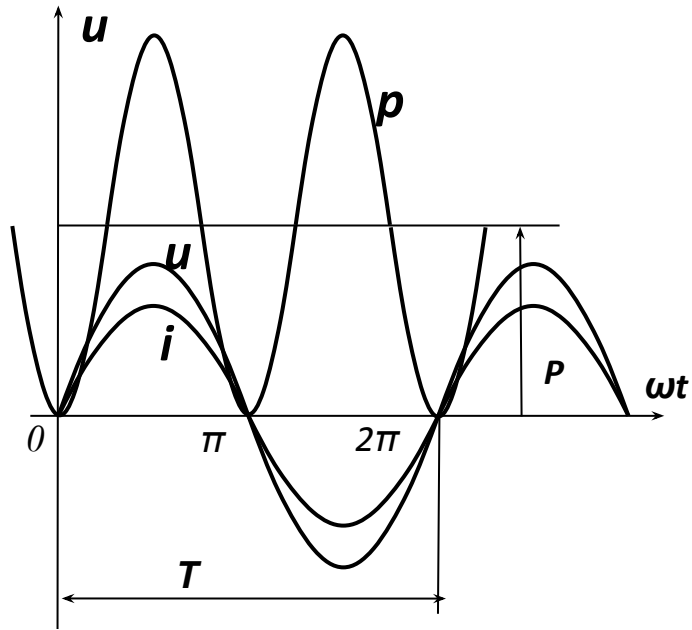
$$p = u \cdot i = U_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin \omega t = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega t);$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] =$$
$$\frac{1}{2} [\cos(\omega t - \omega t) - \cos(\omega t + \omega t)] = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\omega t];$$

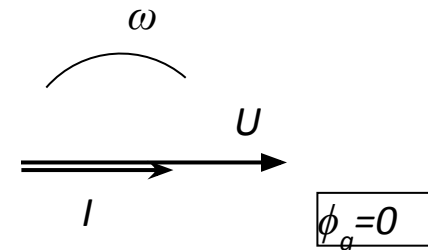
**ВЫВОД:**

- 1) В цепи с активным сопротивлением мощность изменяется по периодическому закону с двойной частотой относительно приложенного напряжения.
- 2) Мощность всегда положительна. Это означает, что поступающая от сети электроэнергия необратимо преобразуется в другой вид энергии (в данном случае – в тепло)

## Диаграмма мгновенных значений



## Векторная Диаграмма



Справа – векторная диаграмма. Длина вектора равна действующему значению.

Ток совпадает по направлению с напряжением.

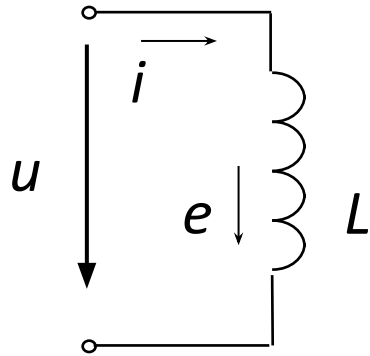
## АКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ

Мощность в цепи переменного тока принято оценивать по среднему значению за период. Такая мощность называется активной.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_M \cdot I_M \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt = U \cdot I; \quad (Вт);$$

(Произведение действующих значений.)

## 2. Индуктивная нагрузка



$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

По закону ЭМИ  $e = -\frac{d\psi}{dt};$

$$\psi = L \cdot i \text{ -потокосцепление}$$

$$L \text{ - индуктивность, Гн}$$

По закону ЭМИ в катушке будет индуцироваться ЭДС, которая называется ЭДС самоиндукции. При отсутствии ферромагнитных материалов потокосцепление пропорционально току, а коэффициентом пропорциональности является индуктивность.

$$e = -L \frac{di}{dt};$$

По II-му закону Кирхгофа  $e = -u; \quad u = -e;$

$$U_M \cdot \sin \omega t = L \frac{di}{dt} \quad - \text{разделим переменные}$$

$$\boxed{di = \frac{U_M}{L} \cdot \sin \omega t \cdot dt} \quad - \text{Дифференциальное уравнение}$$

Интегрируя левую и правую части дифференциального уравнения получим

$$i = -\frac{U_M}{\omega \cdot L} \cos \omega \cdot t = \frac{U_M}{\omega \cdot L} \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) = I_M \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right);$$

**ВЫВОД:**

*Ток через индуктивную нагрузку отстает по фазе от приложенного синусоидального напряжения на угол  $\frac{\pi}{2}$ ;*



$$I_M = \frac{U_M}{\omega \cdot L} \text{ - амплитуда тока}$$

$$\omega \cdot L = X_L \text{ - индуктивное сопротивление, Ом;}$$

разделим левую и правую части делят на

$$\sqrt{2}$$

и перейдем к действующим значениям

$$\boxed{I = \frac{U}{X_L}}$$

– Закон Ома для цепи с индуктивной нагрузкой

## Мгновенная мощность

$$\begin{aligned} p &= u \cdot i = U_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= U_M \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \\ &= -U_M \cdot I_M \cdot \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -U \cdot I \cdot \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right); \end{aligned}$$

**ВЫВОД:**

1) В цепи с индуктивным сопротивлением мощность изменяется по периодическому закону с двойной частотой относительно приложенного напряжения.

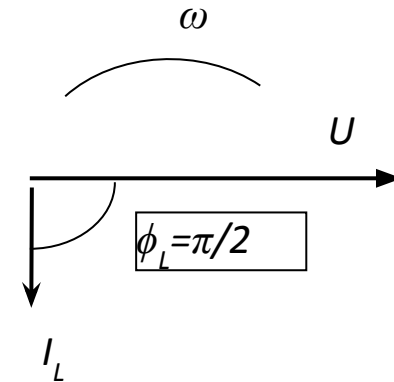
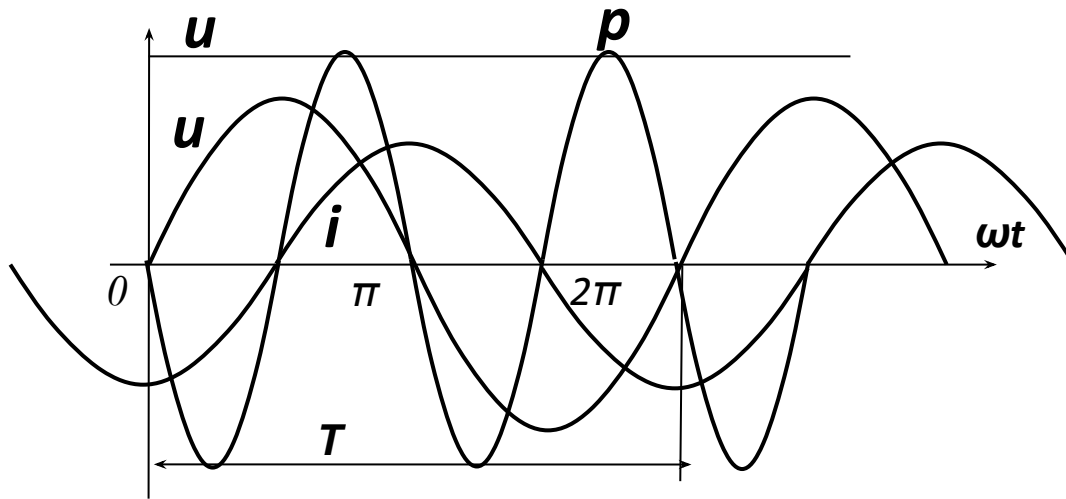
2) Анализ показывает:

– когда ток и напряжение совпадают по направлению – мощность положительна;

– когда ток и напряжение не совпадают по направлению – мощность отрицательна;

## Диаграмма мгновенных значений

## Векторная Диаграмма

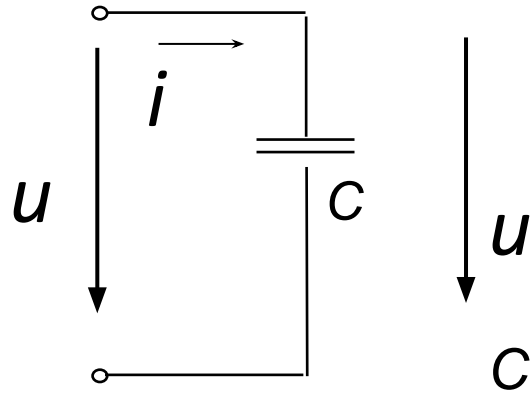


Для данной цепи активная мощность  $P = 0$ ;

Для количественной оценки мощности вводят понятие

Реактивной мощности  $Q = I^2 \cdot X_L$ ; Вар.

### 3. Ёмкостная нагрузка



$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

$$u = u_C;$$

$$q = C \cdot u_C - \text{электрический заряд, Кл}$$

$$C - \text{емкость, Ф}$$

ток равен изменению заряда

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (U_M \cdot \sin \omega t) =$$

$$= \omega \cdot C \cdot U_M \cdot \cos \omega t =$$

$$= \frac{U_M}{\omega \cdot C} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_M \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

**ВЫВОД:**

Ток через ёмкостную нагрузку опережает по фазе приложенное синусоидальное напряжение на угол  $\frac{\pi}{2}$ ;

$$I_M = \frac{U_M}{\frac{1}{\omega \cdot C}} \quad \text{- амплитуда тока}$$

$$\boxed{\frac{1}{\omega \cdot C} = X_C} \quad \text{- ёмкостное сопротивление, Ом;}$$

разделим левую и правую части на

$$\sqrt{2}$$

и перейдем к действующим значениям

$$\boxed{I = \frac{U}{X_C}} \quad \text{- Закон Ома для цепи с емкостной нагрузкой}$$

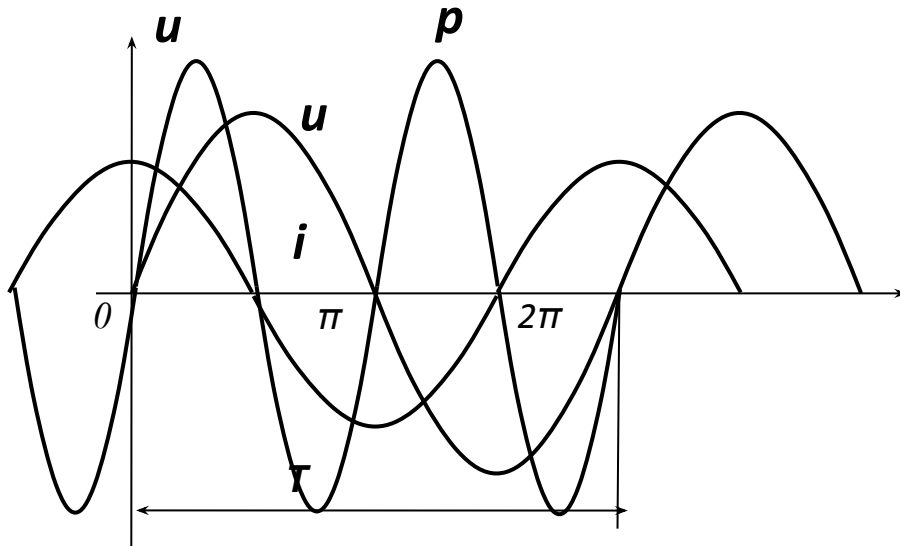
## Мгновенная мощность

$$p = U \cdot I \cdot \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

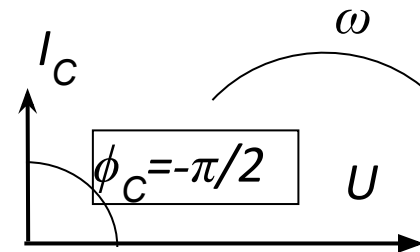
**ВЫВОД:**

*В цепи с ёмкостным сопротивлением мощность изменяется по периодическому закону с двойной частотой относительно приложенного напряжения.*

## Диаграмма мгновенных значений



## Векторная Диаграмма



Для данной цепи активная мощность  $P = 0$ ;

Для количественной оценки мощности вводят понятие

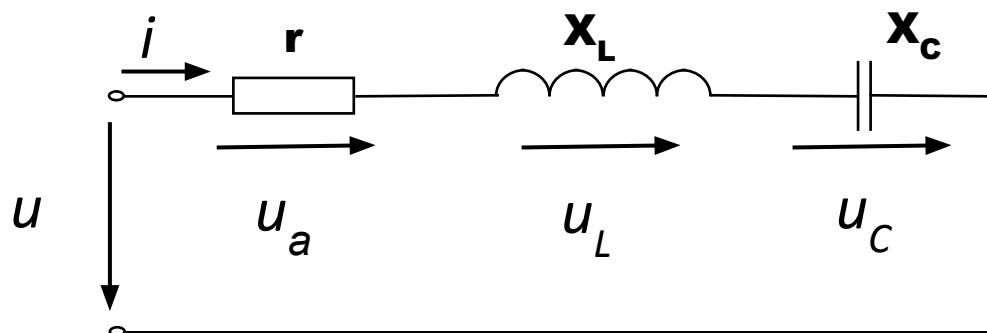
Реактивной мощности  $Q = I^2 \cdot X_C$ ; ВАр.

**ЗАМЕЧАНИЕ:**  $X_L$  и  $X_C$  назыв-ся реактивные сопротивления

## 4. Неразветвленная цепь переменного тока

с

*r, L, C* нагрузками



$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

По II закону Кирхгофа

$$u = u_a + u_b + u_C;$$

Все напряжения и токи изменяются по синусоидальному закону, поэтому можно от синусоидальных величин перейти к вращающимся векторам.

$$\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_b + \vec{U}_C;$$



$\vec{U}_a = \vec{I} \cdot r$  – вектор активного напряжения;

$\vec{U}_L = \vec{I} \cdot X_L$  – вектор индуктивного напряжения;

$\vec{U}_C = \vec{I} \cdot X_C$  – вектор ёмкостного напряжения;

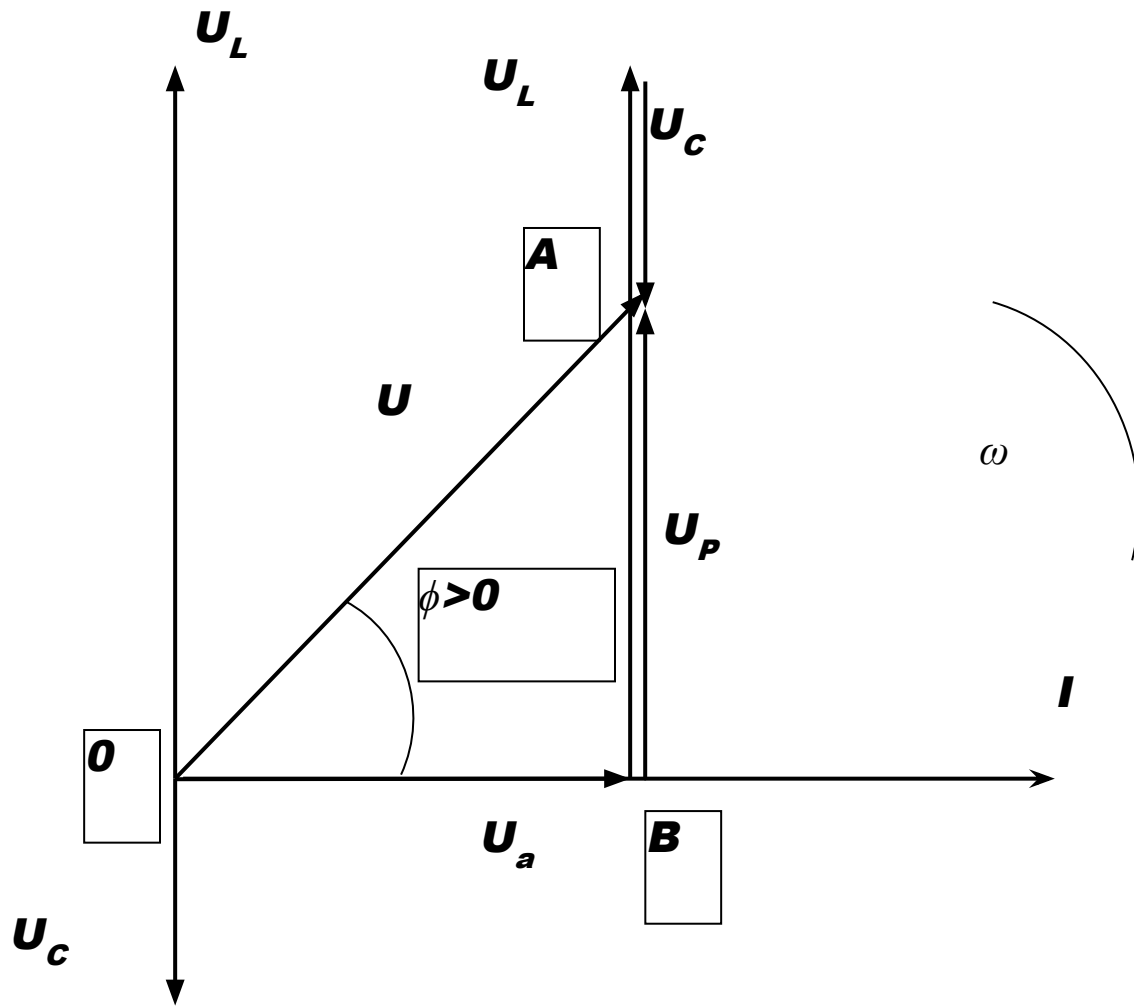
Дальше для анализа этой цепи переходим к трем частным случаям.

a)  $X_L > X_C$ ;  $\vec{U}_L > \vec{U}_C$ ;

*– в цепи преобладает индуктивное сопротивление.*

Построим Векторную Диаграмму напряжений и тока.

За исходный вектор выбираем ТОК



$\vec{U}_P = \vec{U}_L - \vec{U}_C$  – вектор реактивного напряжения

$\Delta OAB$  – треугольник напряжений

По теореме Пифагора

$$\begin{aligned}U &= \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \\&= \sqrt{U_a^2 + (U_L - U_C)^2} = \\&= \sqrt{I^2 \cdot r^2 + (I \cdot X_L - I \cdot X_C)^2} = \\&= I \cdot Z;\end{aligned}$$

$$I = \frac{U}{Z}$$

Закон Ома для цепи переменного тока

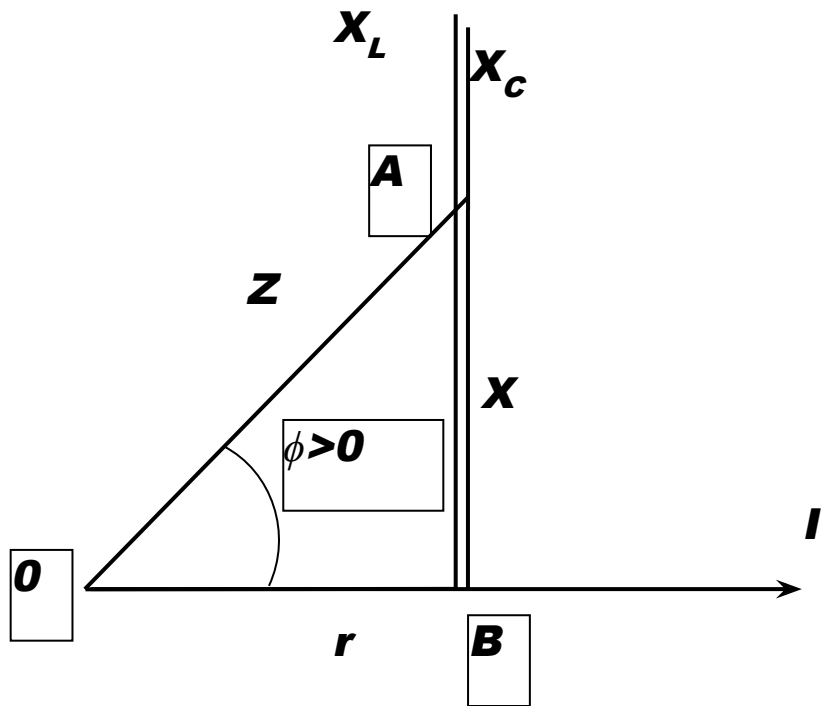
$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2}$$

– полное сопротивление последовательной цепи

## Треугольник сопротивлений

$\Delta OAB$

Разделив все стороны треугольника напряжения на ток, можно перейти к подобному треугольнику сопротивлений (не векторная величина)



$$\cos \varphi = \frac{r}{Z};$$

$$\sin \varphi = \frac{X}{Z};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{r};$$

$$X = (X_L - X_C);$$

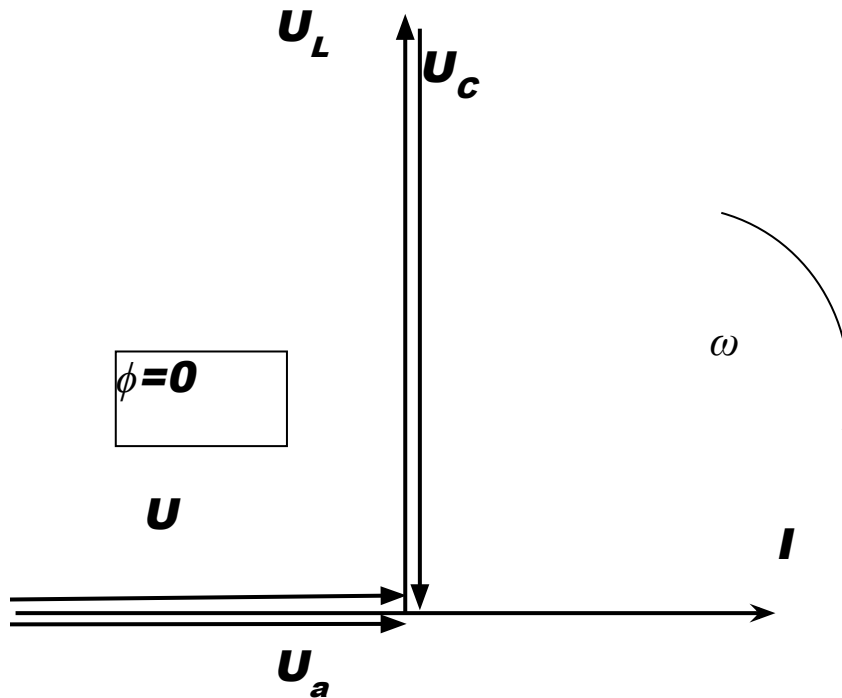
$$\varphi = \arccos \frac{r}{Z} = \arcsin \frac{X}{Z} = \operatorname{arctg} \frac{X}{r};$$

Эти соотношения будут использоваться при выполнении домашних заданий.

## 5. Резонанс напряжений

$X_L = X_C$ ; – условие резонанса напряжений

$$\vec{U}_L = -\vec{U}_C;$$



Особенности резонанса напряжений:

1) Полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению

$$Z = \sqrt{r^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{r^2 + 0^2} = r;$$

2) Приложенное напряжение и ток в цепи совпадают по фазе

$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{r}{r} = 1; \quad \varphi = 0;$$

3) Ток в цепи достигает максимальное значение

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{r} = I_{МАКС};$$

4) Напряжение на зажимах цепи равно напряжению на активном сопротивлении

$$U = I \cdot Z = I \cdot r = U_a;$$

5) Напряжения на индуктивности и емкости равны по величине и противоположны по направлению:

$$\vec{U}_L = -\vec{U}_C;$$

при этом если  $X_L = X_C \gg r$ , то  $|\vec{U}_L| = |\vec{U}_C| \gg U$ ;  
В цепи могут иметь место перенапряжения, что недопустимо.