



«Решение

тригонометрических

уравнений»

**Учитель математики МКОУ «Султанянгиюртовская СОШ
имени Ю.Акаева» Шамхалова Макка Алхасовна.**

«Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».

* Ответьте на вопросы:

* 1) каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $|a| > 1$

* 2) при каком значении a уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$ имеют решения?

* 3) назовите частные случаи решения уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, если $a = -1; 0; 1$

* 4) чему равен $\arccos(-a)$?

* 5) в каком промежутке находится $\operatorname{arctg} a$?

* 6) в каком промежутке находится $\operatorname{arcctg} a$?

1 вариант	2 вариант
$\sin(-\pi/3)$	$\cos(-\pi/4)$
$\cos 2\pi/3$	$\sin \pi/3$
$\operatorname{tg} \pi/6$	$\operatorname{ctg} \pi/6$
$\operatorname{ctg} \pi/4$	$\operatorname{tg} \pi/4$
$\cos(\pi/6)$	$\sin(-\pi/6)$
$\sin 3\pi/4$	$\cos 5\pi/6$

1 вариант		2 вариант	
	ОТВЕТЫ		ОТВЕТЫ
$\sin (-\pi/3)$	$-\sqrt{3}/2$	$\cos (-\pi/4)$	$\sqrt{2}/2$
$\cos 2\pi/3$	$-1/2$	$\sin \pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\operatorname{tg} \pi/6$	$\sqrt{3}/3$	$\operatorname{ctg} \pi/6$	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \pi/4$	1	$\operatorname{tg} \pi/4$	1
$\cos (-\pi/6)$	$\sqrt{3}/2$	$\sin (-\pi/6)$	$-1/2$
$\sin 3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\cos 5\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$

количество верных ответов	оценка
6	5
5	4
4	3
< 4	2

$\sin x = a$	
$\cos x = a$	
$\operatorname{tg} x = a$	

$\sin x = a$	
$\cos x = a$	
$\operatorname{tg} x = a$	

$$1) \cos x = 1/2, \quad x = \pm \pi/6 + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = \sqrt{3}/2, \quad x = \pi/3 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \cos x/3 = \sqrt{2}/2, \quad x/3 = \pm \pi/4 + 2\pi k; \quad x = \pm 3\pi/4 + 2\pi k/3, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \sin 2x = 1/3, \quad x = (-1/2)^n \arcsin 1/3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$5) \cos x = 4/3, \quad x = \pm \arccos 4/3 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$6) \operatorname{tg} x = -1, \quad x = -\pi/4 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

1) $\cos x = 1/2$, $x = \pm \pi/6 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Верно : $\cos x = 1/2$, $x = \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $\sin x = \sqrt{3}/2$, $x = \pi/3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Верно : $\sin x = \sqrt{3}/2$, $x = (-1)^k \pi/3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\cos x/3 = \sqrt{2}/2$, $x/3 = \pm \pi/4 + 2\pi k$; $x = \pm 3\pi/4 + 2\pi k/3, k \in \mathbb{Z}$

Верно : $\cos x/3 = \sqrt{2}/2$, $x/3 = \pm \pi/4 + 2\pi k$; $x = \pm 3\pi/4 + 6\pi k, k \in \mathbb{Z}$

4) $\sin 2x = 1/3$, $x = (-1/2)^n \arcsin 1/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Верно : $\sin 2x = 1/3$, $x = (-1)^{n/2} \arcsin 1/3 + \pi n/2, n \in \mathbb{Z}$

5) $\cos x = 4/3$, $x = \pm \arccos 4/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

6) $\operatorname{tg} x = -1$, $x = -\pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Верно : $\operatorname{tg} x = -1$, $x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$* A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$$

$$* A \sin^2 x + B \sin x + C = 0$$

На оценку	задания
«3»	$2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$ $3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$
«4»	$\cos 2x + \cos x = 0$ $\cos 2x + \sin x = 0$
«5»	$\sqrt{2} \sin (x/2) + 1 = \cos x$ $\sqrt{2} \cos(x/2) + 1 = \cos x$

На оценку	задания	
«3»	$2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$ $3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$	<p style="text-align: center;">ОТВЕТЫ</p> $(-1)^k \pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $(-1)^k \pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
«4»	$\cos 2x + \cos x = 0$ $\cos 2x + \sin x = 0$	$\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad \pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $(-1)^{k+1} \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
«5»	$\sqrt{2} \sin (x/2) + 1 = \cos x$ $3 \cos(x/2) + 1 = \cos x$	$2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \quad (-1)^{k+1} \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\pm \pi/3 + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$1. \quad A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x = D$$

$$A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x = D(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x - D \sin^2 x - D \cos^2 x = 0$$

$$(A - D) \sin^2 x + B \sin x \cos x + (C - D) \cos^2 x = 0.$$

$$2. \quad A \sin x + B \cos x = C$$

$$A \sin 2(x/2) + B \cos 2(x/2) = C$$

$$2A \sin(x/2) \cos(x/2) + B (\cos^2(x/2) - \sin^2(x/2)) = \\ = C (\sin^2(x/2) + \cos^2(x/2))$$

1. Решить уравнение $2 \sin x + \cos x = 2$, используя нужные методы

*** $\sin x = 2 \sin x/2 \cos x/2$**

*** $\cos x = \cos^2 x/2 - \sin^2 x/2$**

*** $2 = 2 * 1 = 2 * (\sin^2 x/2 + \cos^2 x/2)$**

На оценк у	1 вариант	2 вариант
«3»	$3 \sin x + 5 \cos x = 0$	$2 \cos x + 3 \sin x = 0$
«4»	$3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$	$2 \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$
«5»	$2 \sin x - 5 \cos x = 3$	$2 \sin x - 3 \cos x = 4$

	1 вариант	2 вариант
«3»	- $\arctg 5/3 + \pi k, k \in Z.$	- $\arctg 2/3 + \pi k, k \in Z.$
«4»	$\pi/2 + \pi k;$ - $\arctg 1,5 + \pi n, k, n \in Z.$	$\pi k;$ $\arctg 0,5 + \pi n, k, n \in Z.$
«5»	$\arctg (-1 \pm \sqrt{5}) + \pi k, k \in Z.$	$\arctg (2 \pm \sqrt{11}) + \pi k, k \in Z.$

12. Домашняя работа

* Решить уравнения, выбирая наиболее рациональный способ решения.

$$1) \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 2$$

*

$$1) \cos x/2 - \sin x/2 = \sqrt{6}/2$$

*

$$1) 2 \cos x + 5 \sin x + 2 = 0$$

*

$$1) 2 \cos x + 3 \sin x = 3$$

**“Уравнение - это золотой
ключ, открывающий все
математические сезамы”.**