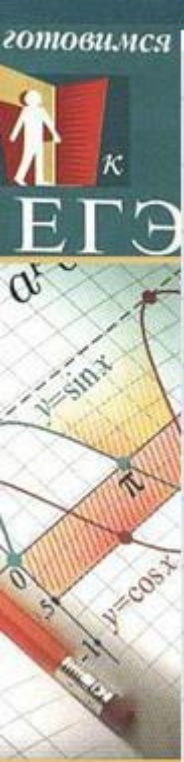




Презентация к уроку

Решение некоторых логарифмических неравенств группы С₃

Составлена учащимися 11 «а»
класса МБОУ СОШ № 37 г.
Улан-Удэ



Решение логарифмических неравенств, содержащих модуль под знаком логарифма.

$$\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+3}^2(x-3)^2 \geq 2;$$



Решение:

Преобразуем неравенство к виду:

$$\log_{x+3}(x+3)(3-x) - \frac{1}{4} \log_{x+3}^2 |x-3| \geq 2$$

ОДЗ:
$$\begin{cases} (x+3)(3-x) > 0 \\ x > -3 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-3; -2) \cup (-2; 3);$$

На всей области допустимых значений $|x-3| = -x+3$, т.к. $x-3$ всегда отрицательное.



Следовательно, имеем:

$$\log_{x+3}(3-x) - \frac{1}{4} \log_{x+3}^2(3-x) \geq 1$$

пусть $\log_{x+3}(3-x) = b$, тогда

$$b^2 - 4b + 4 \leq 0$$

$$(b-2)^2 \leq 0 \Rightarrow$$

$$b=2$$



Решим уравнение замены:

$$\log_{x+3}(3-x)=2$$

$$\log_{x+3}(3-x)=\log_{x+3}(x+3)^2$$

$$x^2+7x+6=0$$

$$D=25$$

$$x_1=-1$$

$$x_2=-6 \quad (\text{не удовл. ОДЗ})$$

Учитывая ОДЗ: $x=-1$

Ответ:

$$x=-1$$



Задания для самостоятельного решения.

$$\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$$

$$\log_{x+1}(19 + 18x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+1}^2(x - 19)^2 \geq 2$$



**Решение логарифмических
неравенств, содержащих модуль
в основании.**

$$\log_{|x+3|}(x^2 + 4x + 2) \leq 2;$$



Решение:

$$\log_{|x+3|} (x^2 + 4x + 2) \leq 2$$

Рассмотрим две системы:

$$1) \begin{cases} 0 < |x+3| < 1; \\ x^2 + 4x + 2 \geq (|x+3|)^2; \\ |x+3| > 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} |x+3| > 1; \\ x^2 + 4x + 2 \leq |x+3|^2; \\ x^2 + 4x + 2 > 0; \end{cases}$$

Решим первую систему:

$$1) \begin{cases} |x+3| > 0; \\ |x+3| < 1; \\ 4x+2 \geq 6x+9; \\ |x+3|^2 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty); \\ (|x+3|)^2 < 1^2; \\ 4x+2 \geq 6x+9; \\ |x+3|^2 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty); \\ x \in (-4; -2); \\ x \leq -3,5; \\ x \neq -3; \end{cases} \Rightarrow x \in (-4; -3,5].$$



Решим вторую систему:

$$2) \begin{cases} |x+3| > 1; \\ x^2 + 4x + 2 \leq |x+3|^2; \\ x^2 + 4x + 2 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+3)^2 - 1 > 0; \\ 4x + 2 \leq 6x + 9; \\ x \in (-\infty; -2 + \sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{3}; +\infty); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -4) \cup (-2; +\infty); \\ x \geq -3,5; \\ x \in (-\infty; -2 - \sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{3}; +\infty); \end{cases} \Rightarrow x \in (-2 + \sqrt{2}; +\infty);$$

Из 1 и 2 следует: $x \in (-4; -3,5] \cup (-2 + \sqrt{2}; +\infty);$

Ответ: $x \in (-4; -3,5] \cup (-2 + \sqrt{2}; +\infty);$



Задания для самостоятельного решения.

$$1) \log_{|x+3|} (2 + 4x + x^2) \leq 2;$$

$$2) \log_{|x-2|} (4 + 4x - 2x^2) \leq 2;$$

$$3) \log_{|x+2|} (2 \cdot |x-5| - 5) \geq 1;$$

$$4) \log_{|x+2|} (3 \cdot |x+1| - 5) \geq 1;$$

$$5) \log_{|x+2|} (4 + 7x - 2x^2) \leq 2;$$



**Решение логарифмических неравенств,
содержащих показательную функцию под
знаком логарифма.**

$$\log_{x+1} \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq 1$$



Первый способ.

Решение:

$$\log_{x+1} \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq 1 \Leftrightarrow$$

Рассмотрим две системы:

$$1) \begin{cases} 0 < x+1 < 1; \\ (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) > 0; \\ \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) > 0; \\ \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \geq x+1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+1 > 1; \\ 2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 > 0; \\ \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) > 0; \\ \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq x+1; \end{cases}$$



Решим первую систему:

$$1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty); \\ x \in (-\infty; \infty); \\ -1 < x < 0; \\ x \in (-\infty; -\log_3 2] \cup (0; \infty); \end{cases} \Rightarrow x \in (-1; -\log_3 2);$$

Решим вторую систему:

$$2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty); \\ x \in (-\infty; \infty); \\ x > 0; \\ x \in [-\log_3 2; 1]; \end{cases} \Rightarrow x \in (0; 1];$$

Из 1 и 2 следует: $x \in (-1; -\log_3 2) \cup (0; 1];$

Ответ: $x \in (-1; -\log_3 2) \cup (0; 1];$



Второй способ.

Решение:

$$\log_{x+1} \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq 1;$$

$$\frac{\log_2 \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) - \log_2 (x+1)}{\log_2 (x+1) - \log_2 1} \leq 0;$$

$$\begin{cases} \frac{\log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) - (x+1)}{x+1-1} \leq 0; \\ \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) > 0; \\ 2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 > 0; \\ x+1 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -\log_3 2] \cup (0; 1]; \\ x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty); \\ x \in (-\infty; \infty); \\ x > -1; \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-1; -\log_3 2) \cup (0; 1];$$

Ответ:

$$x \in (-1; -\log_3 2) \cup (0; 1];$$



Задания для самостоятельного решения.

1) $\log_x \log_3 (3 \cdot 9^x - 5 \cdot 3^x + 3) \leq 1;$

2) $\log_{x+2} \log_3 (2 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 3) \leq 1;$

3) $\log_{x-1} \log_3 (4^x - 4 \cdot 3^x + 5) \geq 1;$

4) $\log_x \log_2 (2 \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x + 3) \geq 1;$

5) $\log_{x+1} \log_2 (4 \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x + 2) \geq 1;$



Решение логарифмических неравенств, содержащих показательную функцию в основании логарифма

$$\frac{\log_{7^{x+5}} 49}{\log_{7^{x+5}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}$$



$$\frac{\log_{7^{x+5}} 49}{\log_{7^{x+5}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} 7^{x+5} \neq 0; \\ 7^{x+5} \neq 1; \\ -49x \neq 1; \\ -49x \neq 0; \\ \log_{\frac{1}{7}} 7^x \neq 0; \\ \log_{\frac{1}{7}} 7^x \neq 1; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \neq 0; \\ x \neq -\frac{1}{49}; \\ x \neq -1; \\ x \neq -5; \end{array} \right.$$



Решение:

$$\frac{\log_{7x+5} 49}{\log_{7x+5} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x};$$

$$\frac{\frac{1}{x+5} \log_7 7^2}{\frac{1}{x+5} \log_7 7^2 + \log_7 (-x)} \leq \frac{1}{\log_7 7 + \log_7 (-x)};$$

$$\frac{2}{2 + \log_7 (-x)} \leq \frac{1}{\log_7 (-x)};$$



Пусть $\log_7(-x) = t$, тогда

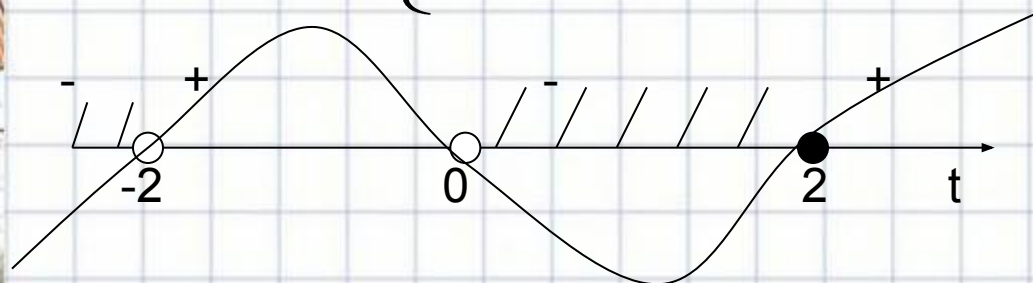
$$\frac{2}{2+t} \leq \frac{1}{t};$$

$$\frac{2t - 2 - t}{(2+t)t} \leq 0;$$

$$\frac{t - 2}{(2+t)t} \leq 0; \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 2; \\ t \neq 0; \\ t \neq -2; \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 2; \\ t \neq 0; \\ t \neq -2; \end{cases}$$



$$t \in (-\infty; -2), (0; 2];$$

Решим неравенство замены:

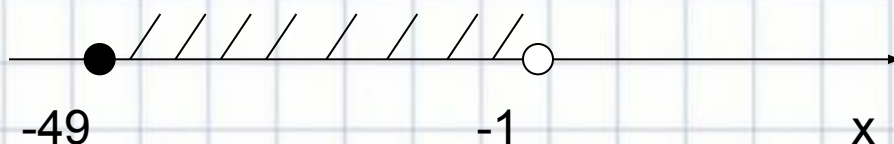
$$1. \log_7(-x) \geq -2$$

$$x \leq -\frac{1}{49};$$



2. $0 \leq \log_7(-x) \leq 2;$

$$-49 \leq x \leq -1;$$

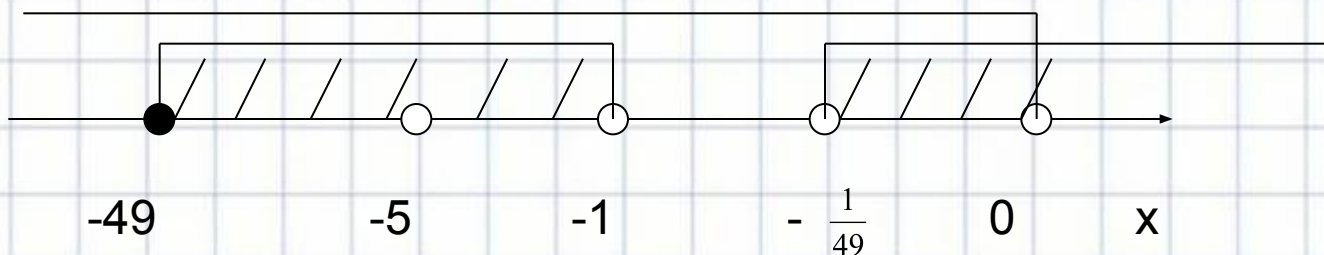


$$x \in [-49; -1);$$

Из 1 и 2 следует $x \in [-49; -1), \left(-\frac{1}{49}; +\infty\right);$



**С учетом ОДЗ найдем
общее решение:**



$$x \in [-49; -5), (-5; -1), \left(-\frac{1}{49}; 0\right);$$

Ответ: $x \in [-49; -5), (-5; -1), \left(-\frac{1}{49}; 0\right);$



Задания для самостоятельного решения:

$$1. \frac{\log_{2x+4} 4}{\log_{2x+4} (-8x)} \leq \frac{1}{\log_5 \log_{\frac{1}{2}} 2^x};$$

Ответ: $[-8; -4), (-4; -1), \left(-\frac{1}{8}; 0\right);$

$$2. \frac{\log_{5x+3} 25}{\log_{5x+3} (-25x)} \leq \frac{1}{\log_5 \log_{\frac{1}{5}} 5^x};$$

ОТВЕТ: $[-25; -3), (-3; -1), \left(-\frac{1}{25}; 0\right);$