

Динамическое моделирование

Моделирование физических процессов

Динамическое моделирование описывает процесс развития моделирующей системы, которая характеризуется изменением величин во времени и пространстве.

В классической физике, механике, биологии и других науках процессы непрерывны и описываются с помощью дифференциальных уравнений.

Для описания изменяющихся процессов делают разбиение непрерывного времени на отрезки длиной Δx

Это по сути представление информации в дискретной форме, что соответствует представлению информации в компьютере.

Чем меньше величина Δt , тем выше точность вычисления значений функции, но в этом случае требуется больше вычислений.

Для определения оптимальной величины Δt используется следующий прием:

Отрезок $[t_0; T]$ проходят с некоторым шагом Δt

Затем с шагом $\frac{\Delta t}{2}$ в два раза меньшим.

Сравнение результатов позволяет составить представление о реальной точности результатов.

Моделирование физических процессов

В физике существует много процессов, в которых с течением времени меняются обычно неизменные параметры. Примеры: затухающие колебания, выравнивание температур при теплообмене и др.

Моделируются такие процессы с помощью метода, при котором изменение физических величин рассматривается за очень маленький промежуток времени, остальные параметры считаются неизменными.

Пример: задача на движение тела, которое описывается вторым законом Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

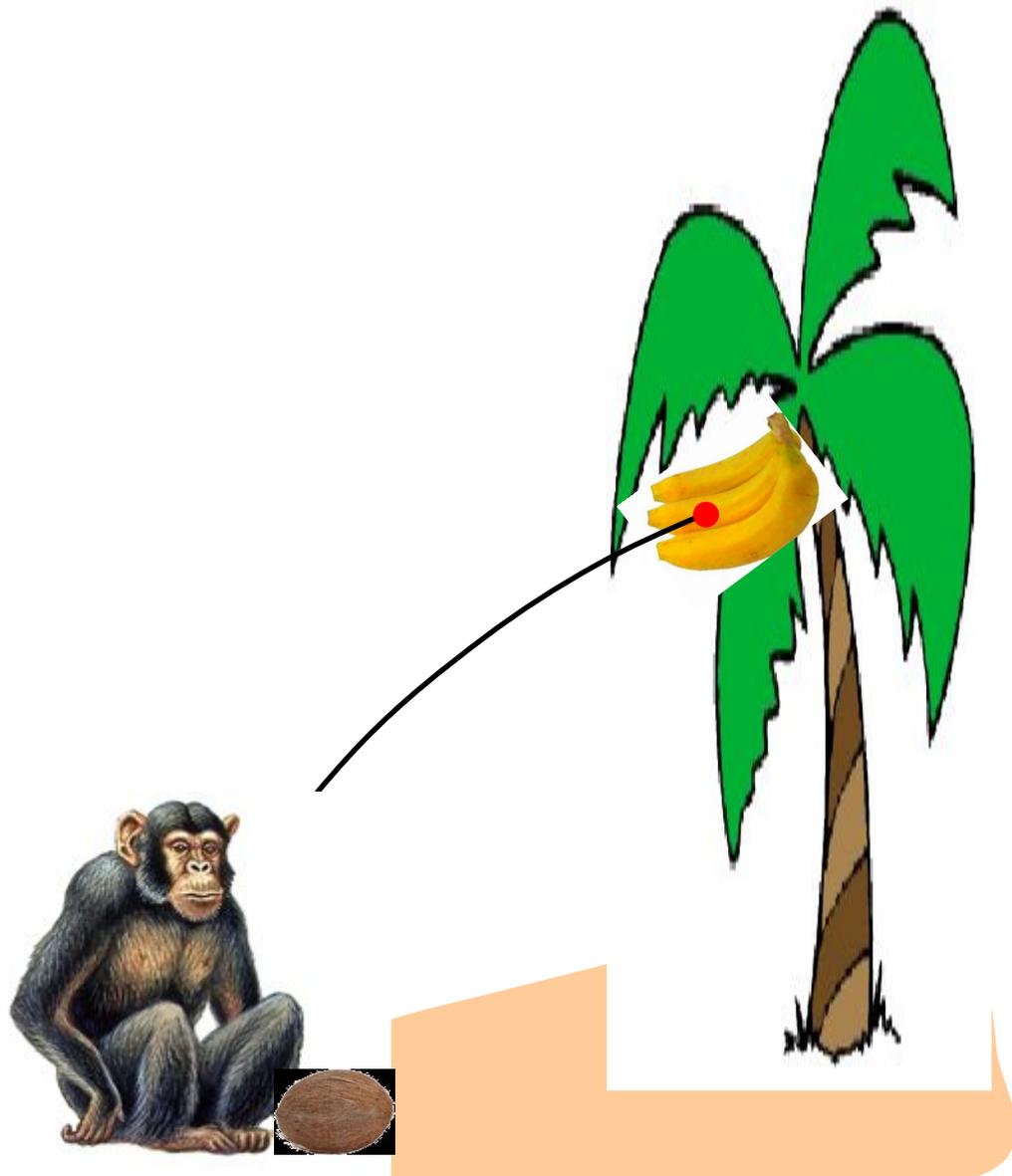
При описании реальных процессов сила и масса не постоянны и зависят от времени, скорости, пройденного пути. Например, чем с большей скоростью летит самолет, тем больше сила сопротивления, в полете вырабатывается топливо, значит масса самолета уменьшается.

Наличие зависимости силы или массы хотя бы от одного параметра делает ускорение величиной переменной.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \approx a(t); \frac{\Delta s}{\Delta t} \approx v(t)$$

Знаки приближенного равенства свидетельствуют о том, что чем меньше величина Δx , тем точнее значение скорости и ускорения.

Движение тела, под углом к горизонту



Задача. Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

Анализ задачи:

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

I. Постановка задачи

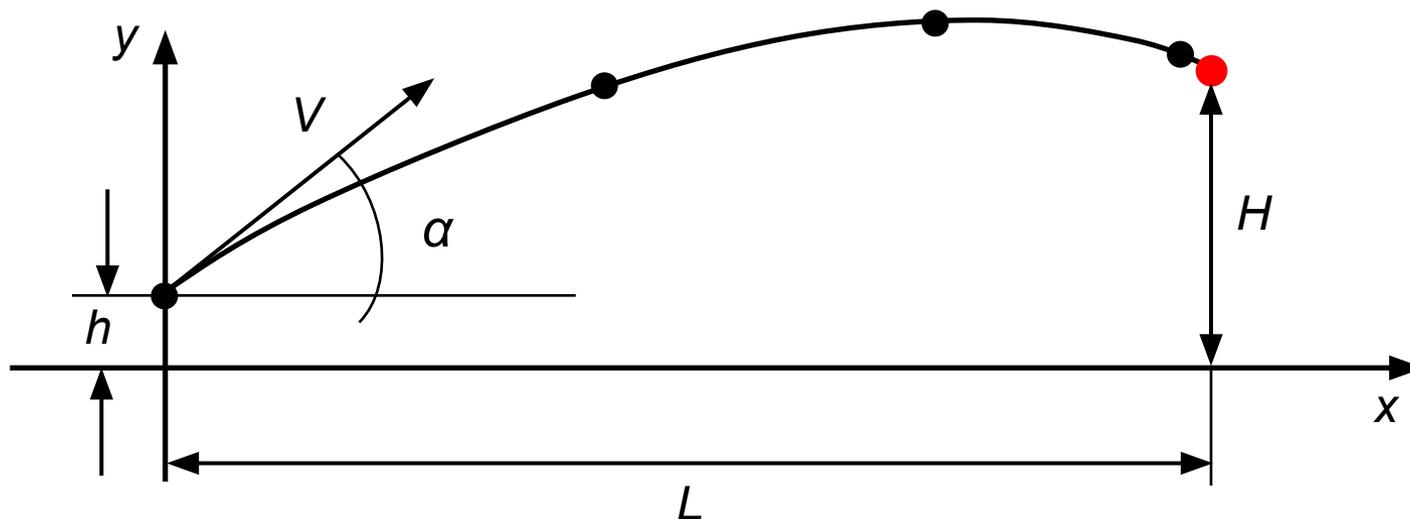
Допущения:

- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает банан с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить орех.

II. Разработка модели

Графическая модель



Формальная (математическая) модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t, \quad y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Задача: найти t , α , при которых

$$V \cos \alpha \cdot t = L, \quad h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

III. Тестирование модели

Математическая модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t$$

$$y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при $t=0$ координаты равны $(0, h)$
- при броске вертикально вверх ($\alpha=90^\circ$) координата x не меняется
- при некотором t координата y начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)

Решение данной задачи в Excel

Исследование движения тела брошенного под углом к горизонту					
Начальная скорость V_0 (м/сек)	Угол бросания α (град)	Максимальная дальность полета (м)	Максимальная высота подъема (м)	Время полета (сек)	Задать величину шага Δt (сек)
				10	1
Текущие значения					
Времени t_i	Дальности полета L_i	Высоты подъема H_i			

В ячейки максимальная дальность полета, максимальная высота подъема, время полета необходимо записать соответствующие формулы.

- Домашняя работа П2.
- **стр 14-17, уметь отвечать на вопросы стр 14**