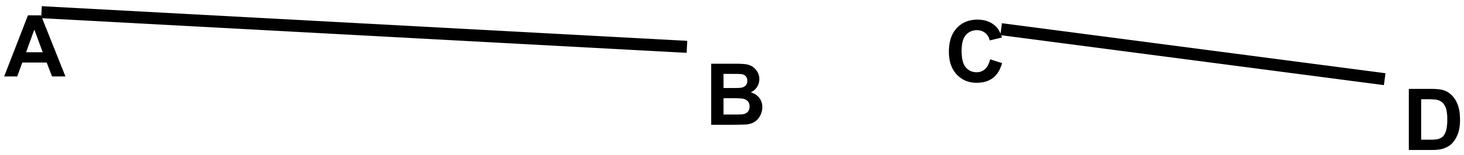
8 класс

Подобные треугольники

Пропорциональные отрезки



- Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е. $\frac{AB}{CD}$.

Пропорциональные отрезки

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1,

если $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

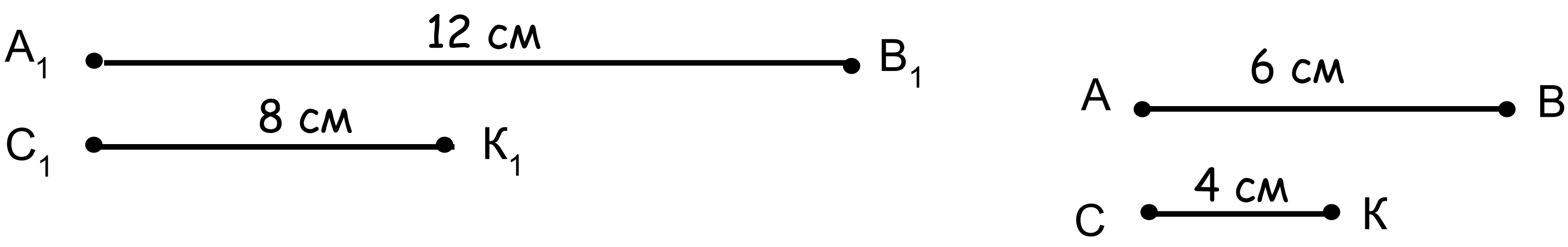
Пример

Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1,

2 1 3 1,5

$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Пропорциональные отрезки



$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} \qquad \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{C_1K_1}{CK}$$

Говорят, что отрезки A_1B_1 и C_1K_1 пропорциональны отрезкам AB и CK.

Пропорциональны ли отрезки AB и CK отрезкам EP и HT, если:

а) AB = 15 см, CK = 2,5 см, EP = 3 см, HT = 0,5 см ? **да**

б) AB = 12 см, CK = 2,5 см, EP = 36 см, HT = 5 см ? **нет**

в) AB = 24см, CK = 2,5 см, EP = 12 см, HT = 5 см ? **нет**

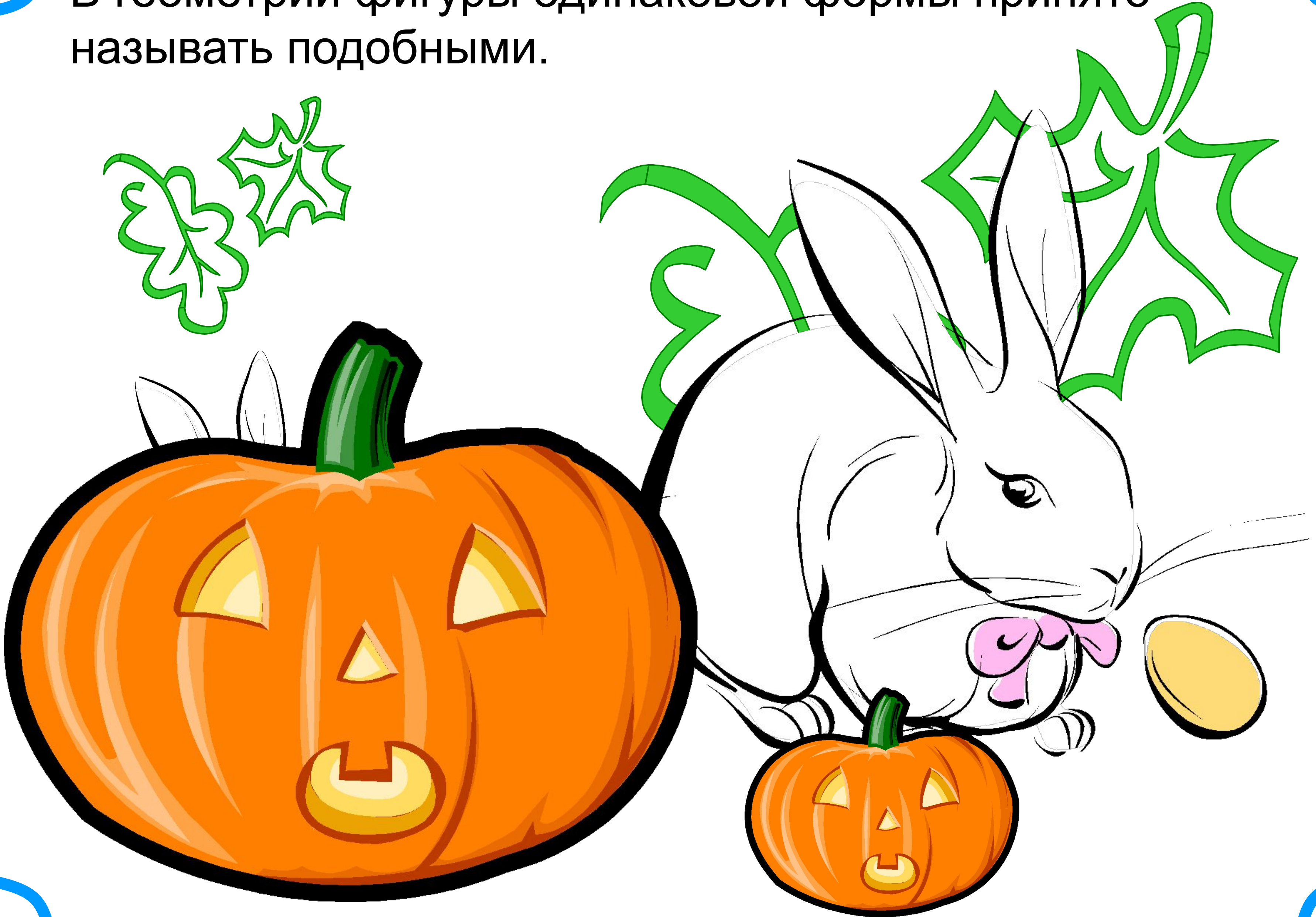
Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков.

Отрезки

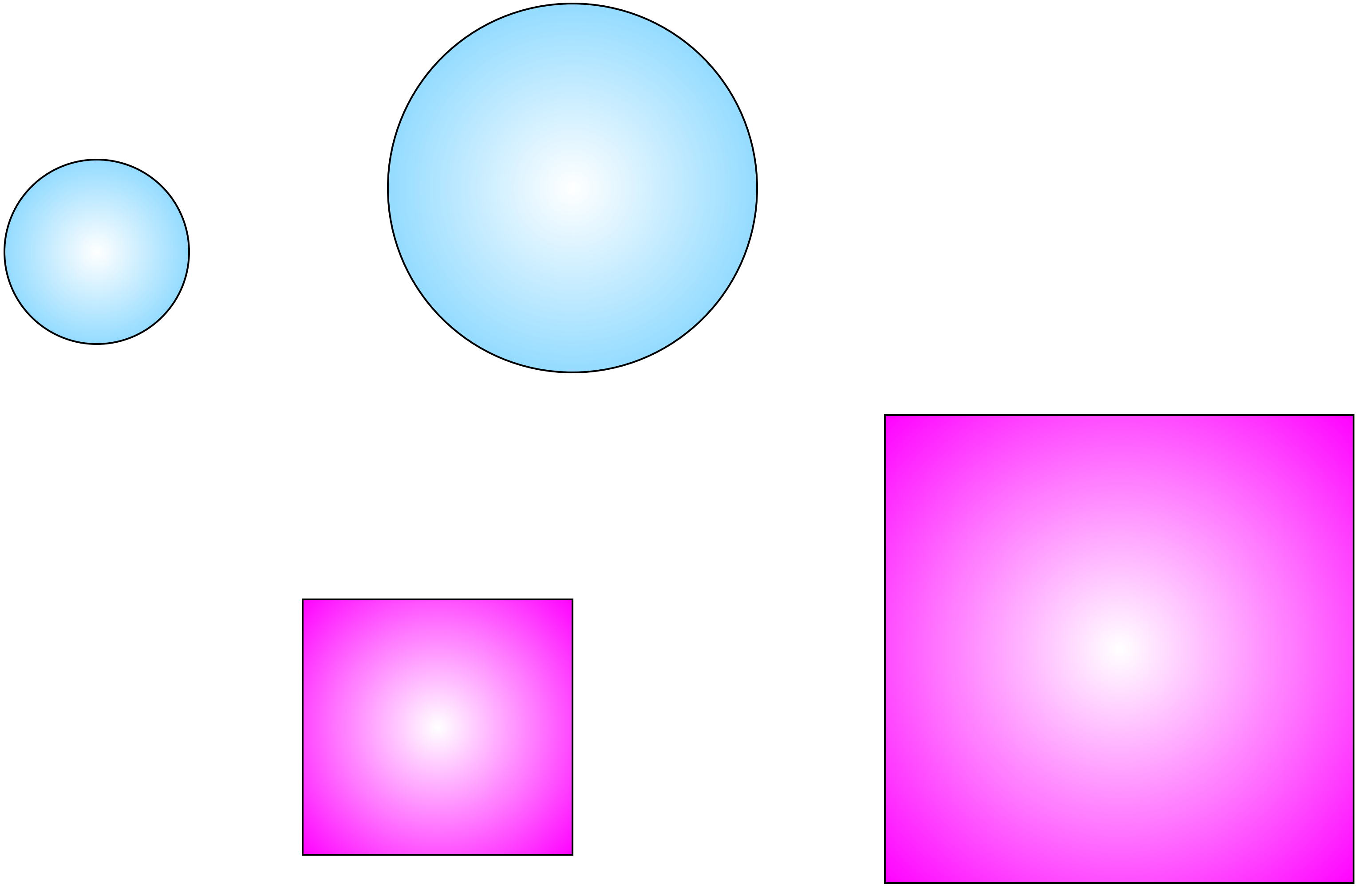
AB, CD и EF пропорциональны отрезкам A_1B_1, C_1D_1 и E_1F_1,

если $\frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

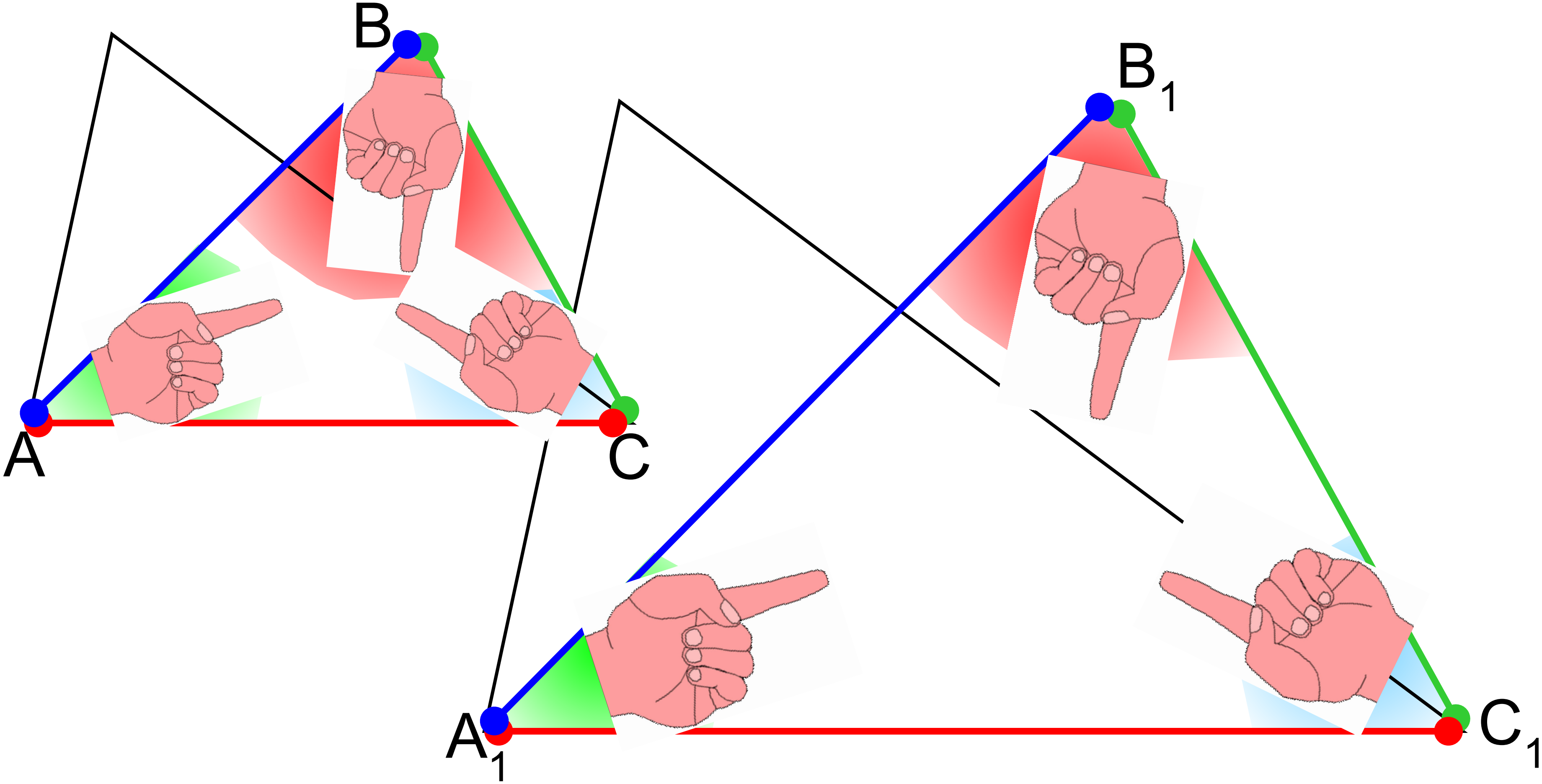
В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.



Подобными являются любые два круга, два квадрата.



Пусть у двух треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны $\angle A = \angle A_1, \ \angle B = \angle B_1, \ \angle C = \angle C_1$

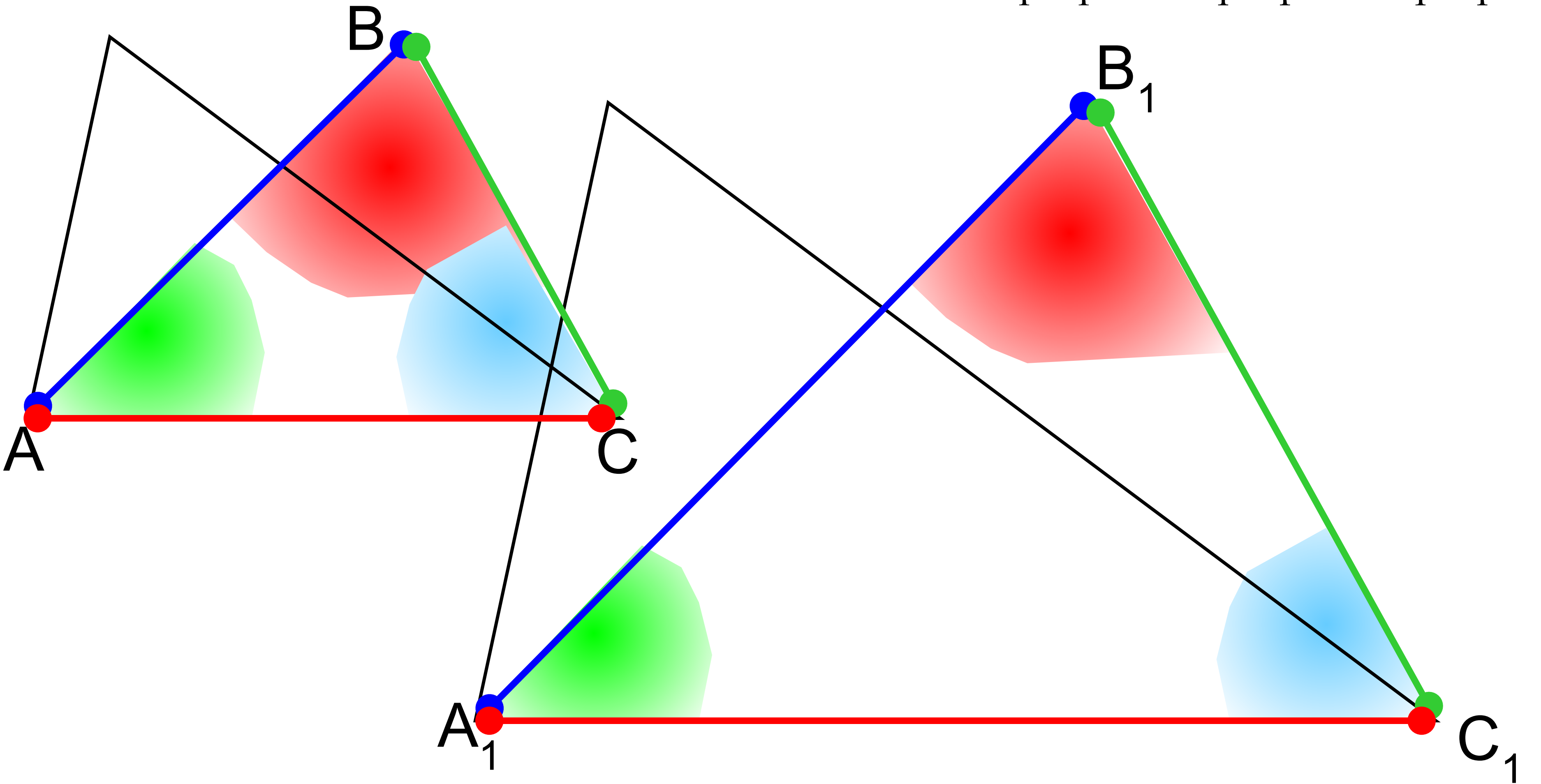


В этом случае стороны AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, CA и C_1A_1 называются **сходственными.**

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника соответственно пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

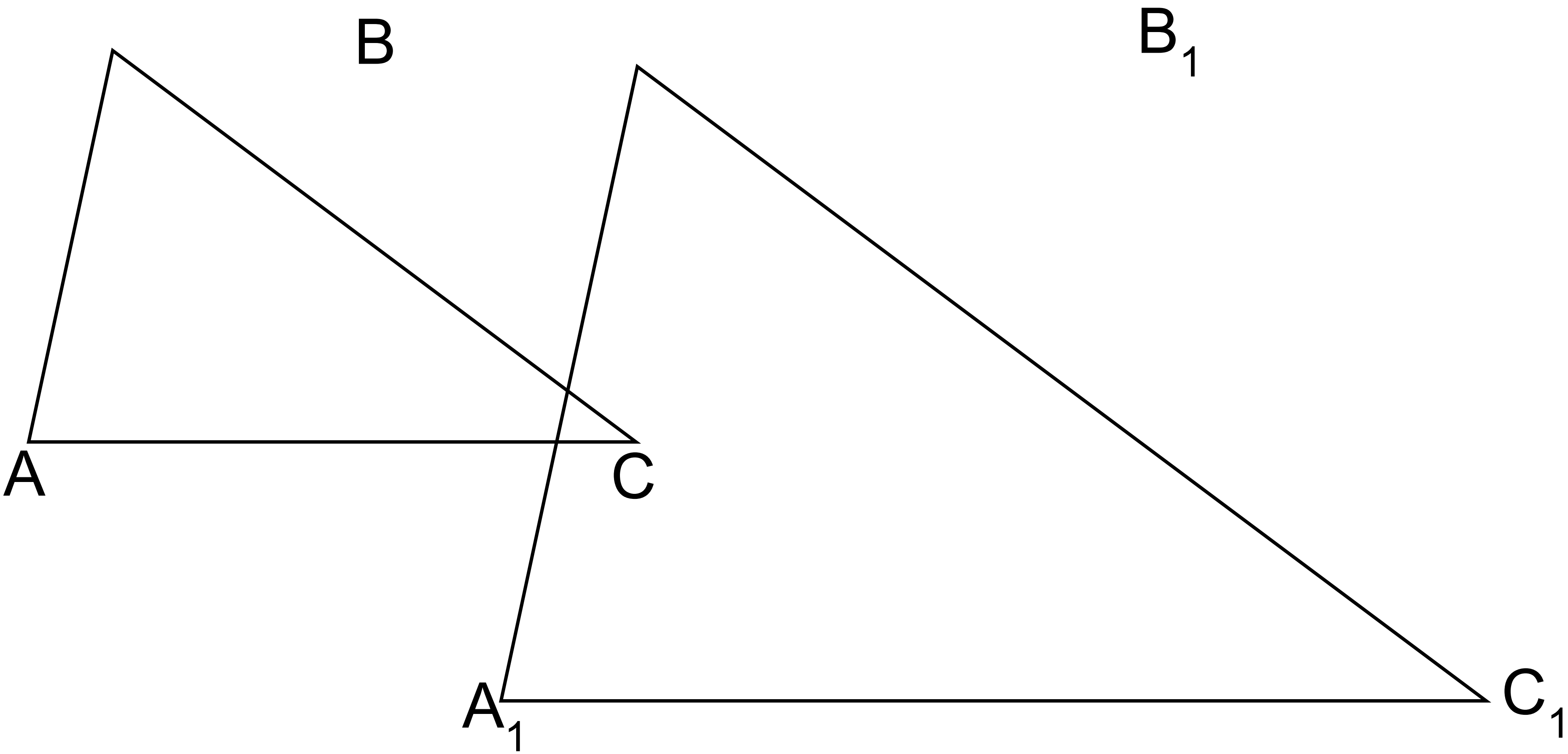
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число k, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \mathbf{k}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$



Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta ORV$

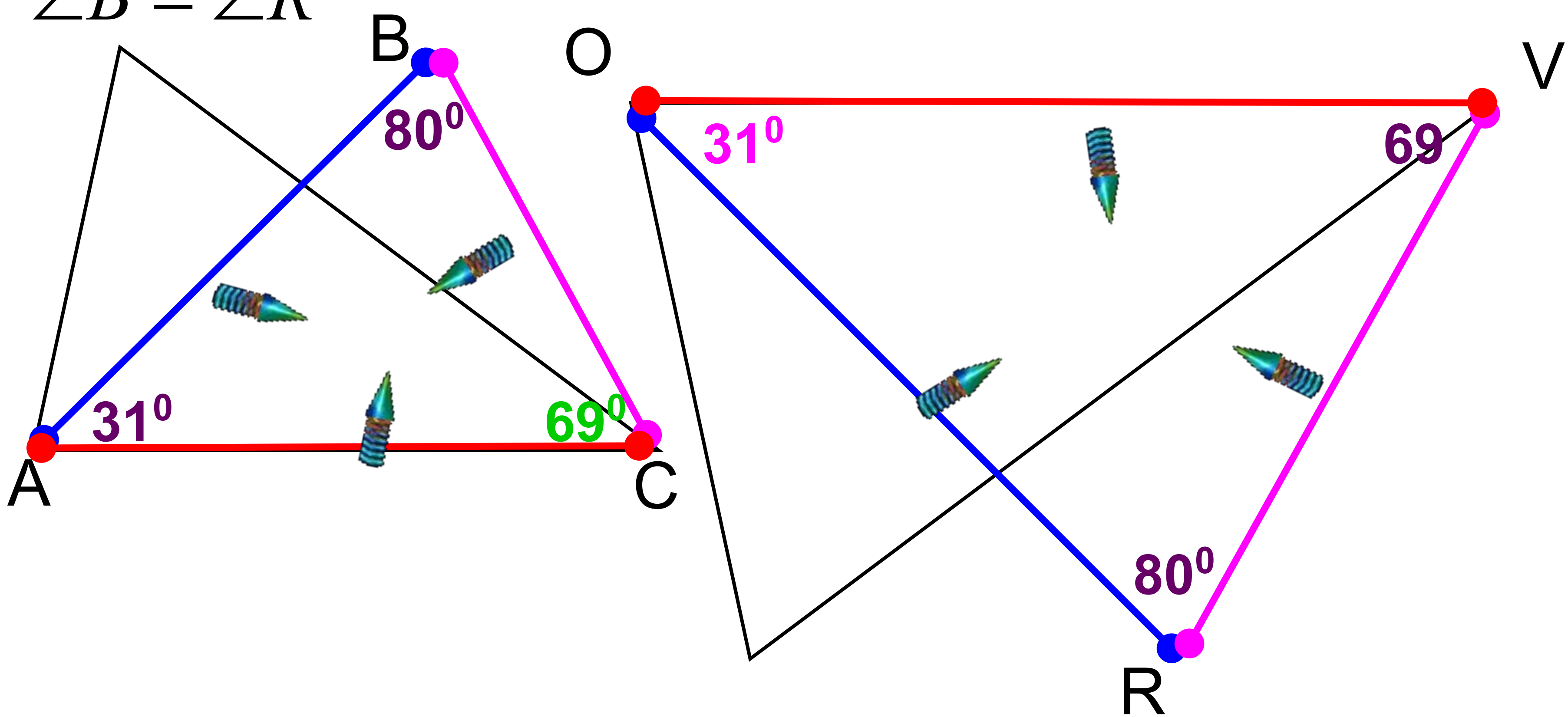
$\angle C = \angle V$

$\angle A = \angle O$

$\angle B = \angle R$

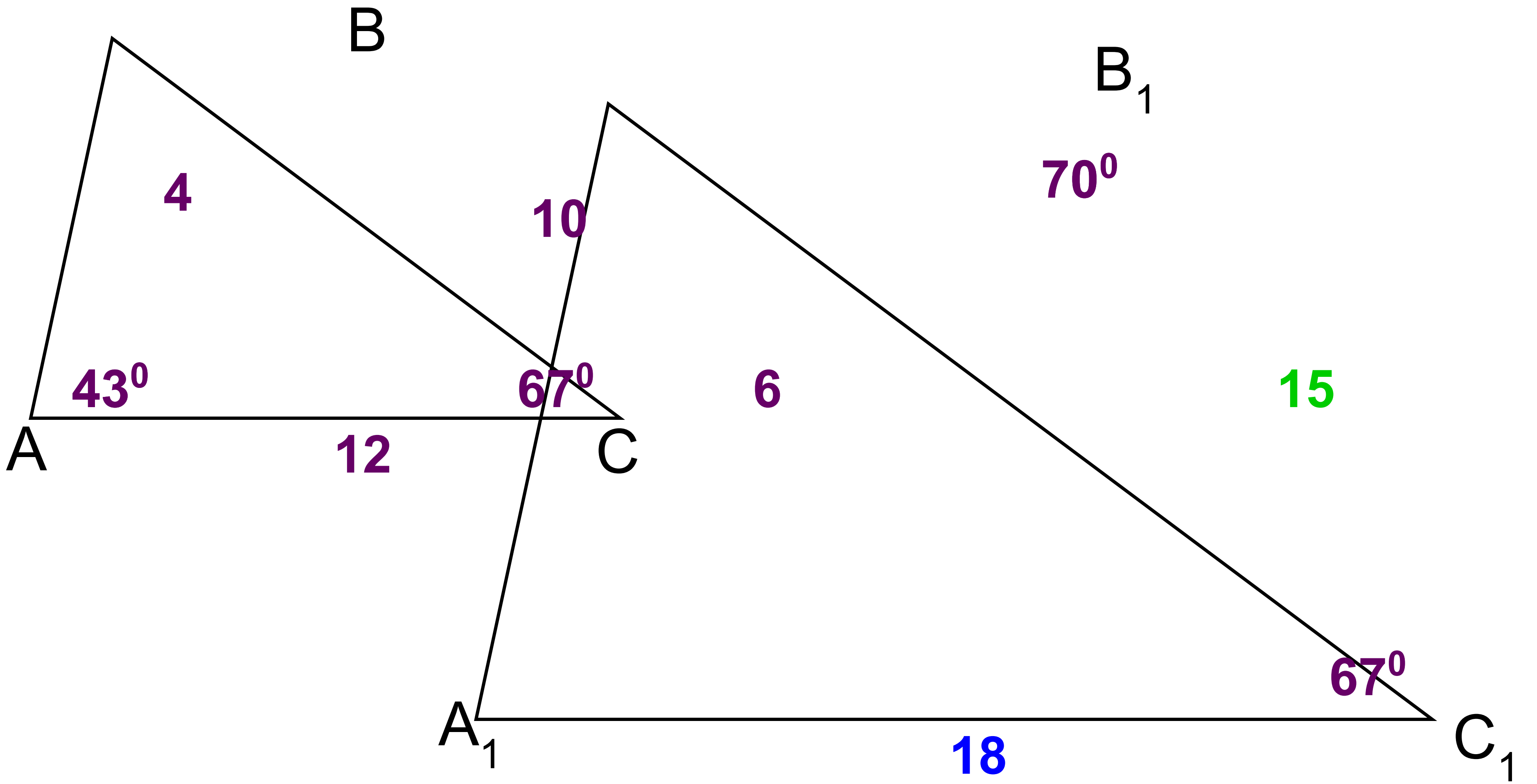
$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$

Найти все углы треугольников



Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

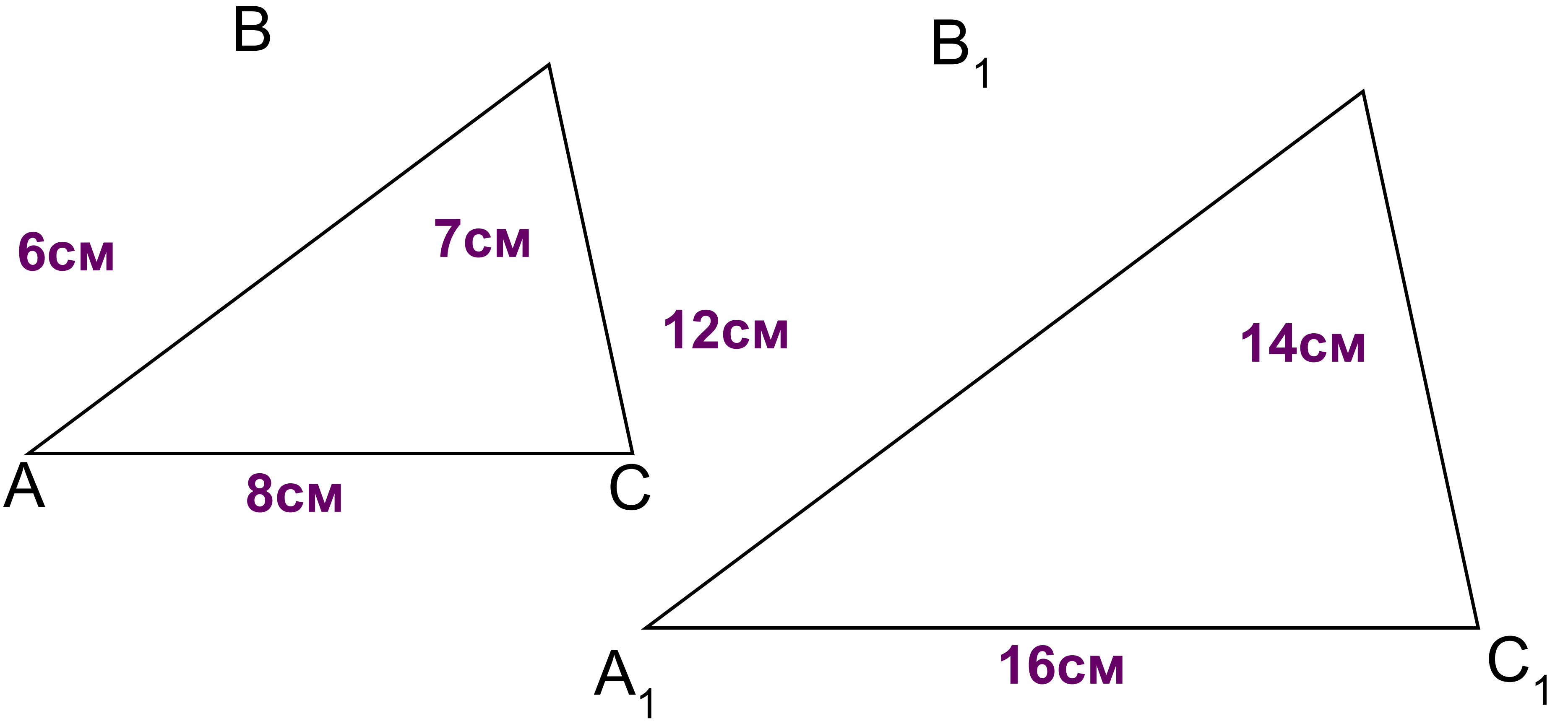
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$



Блиц-опрос

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y, z.

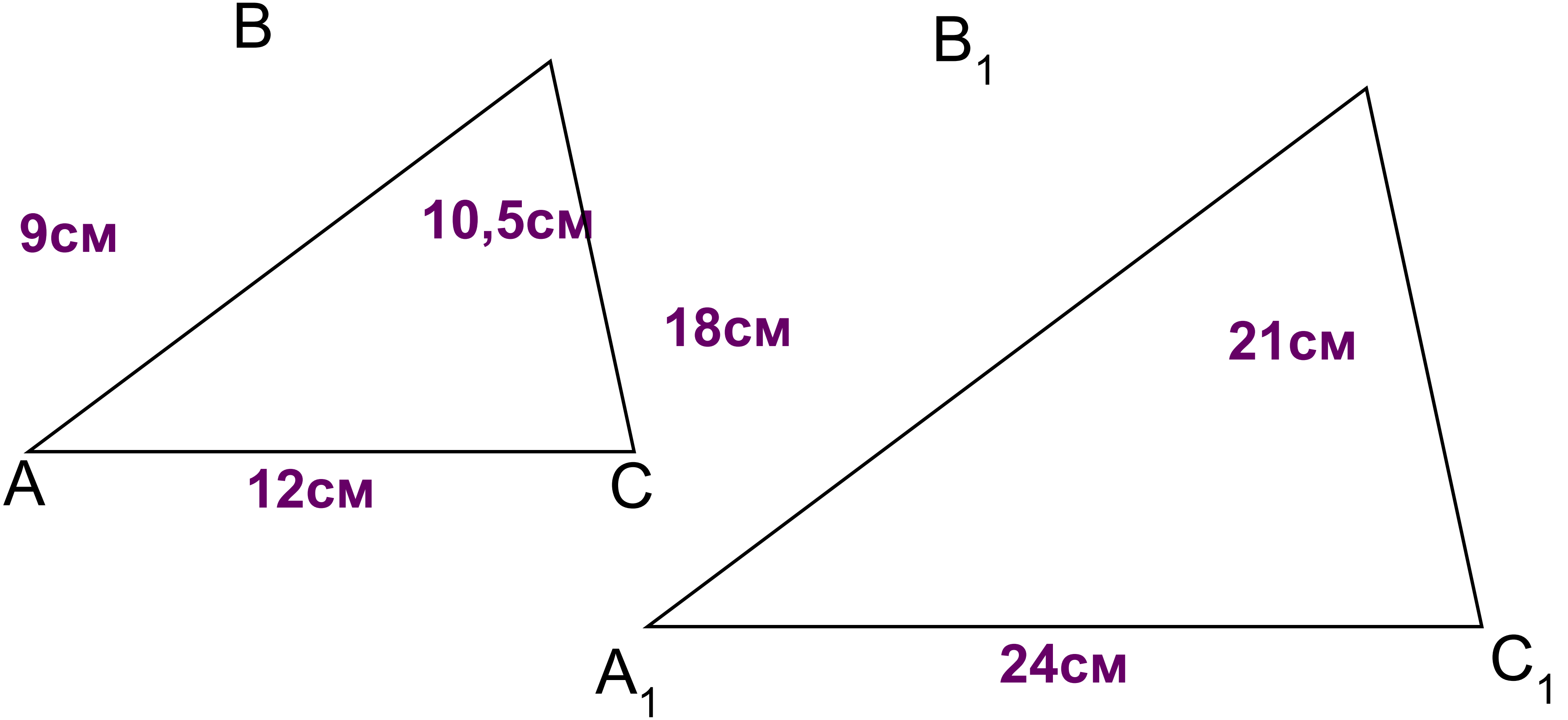
$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



Блиц-опрос

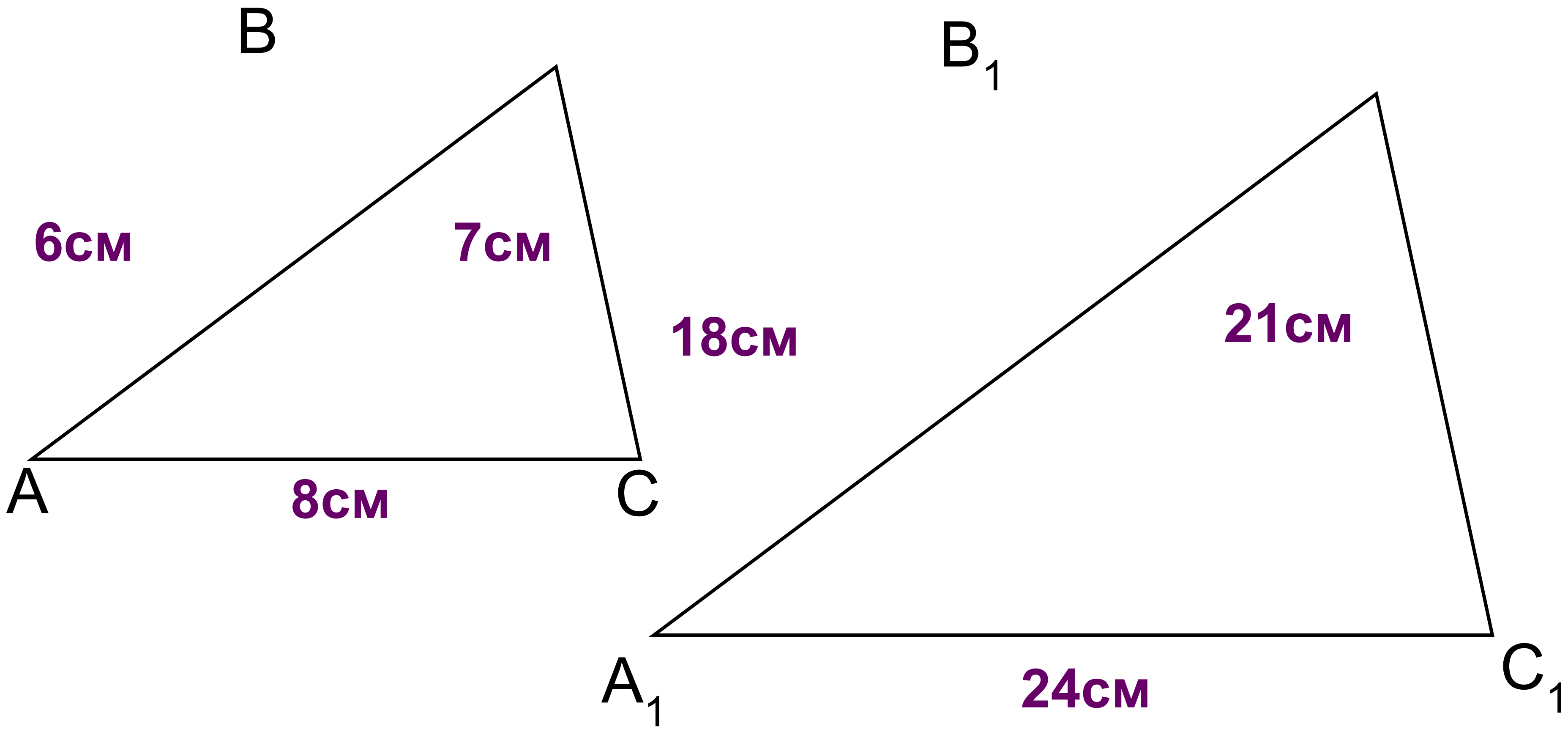
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y, z.

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



Блиц-опрос

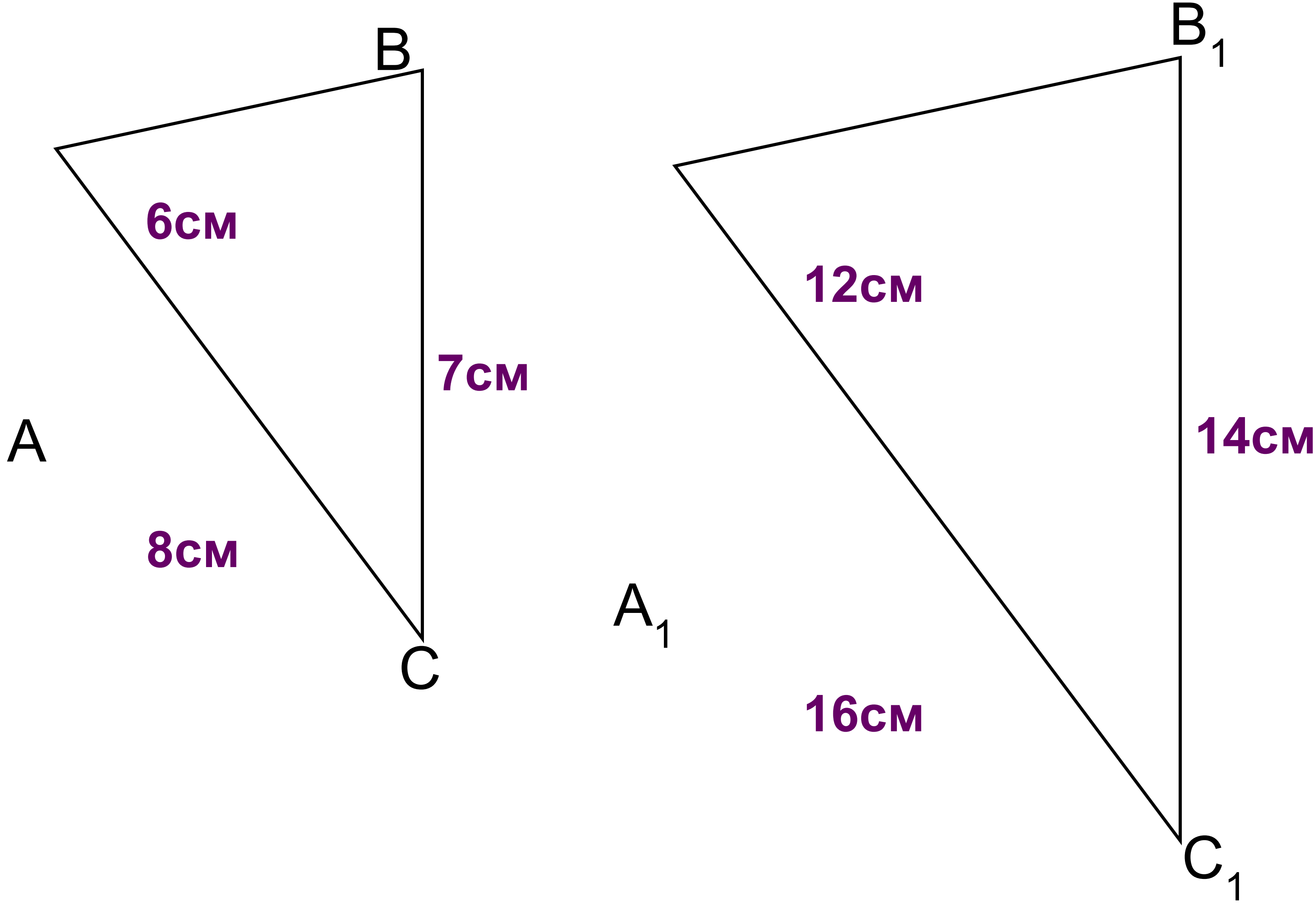
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y.



Блиц-опрос

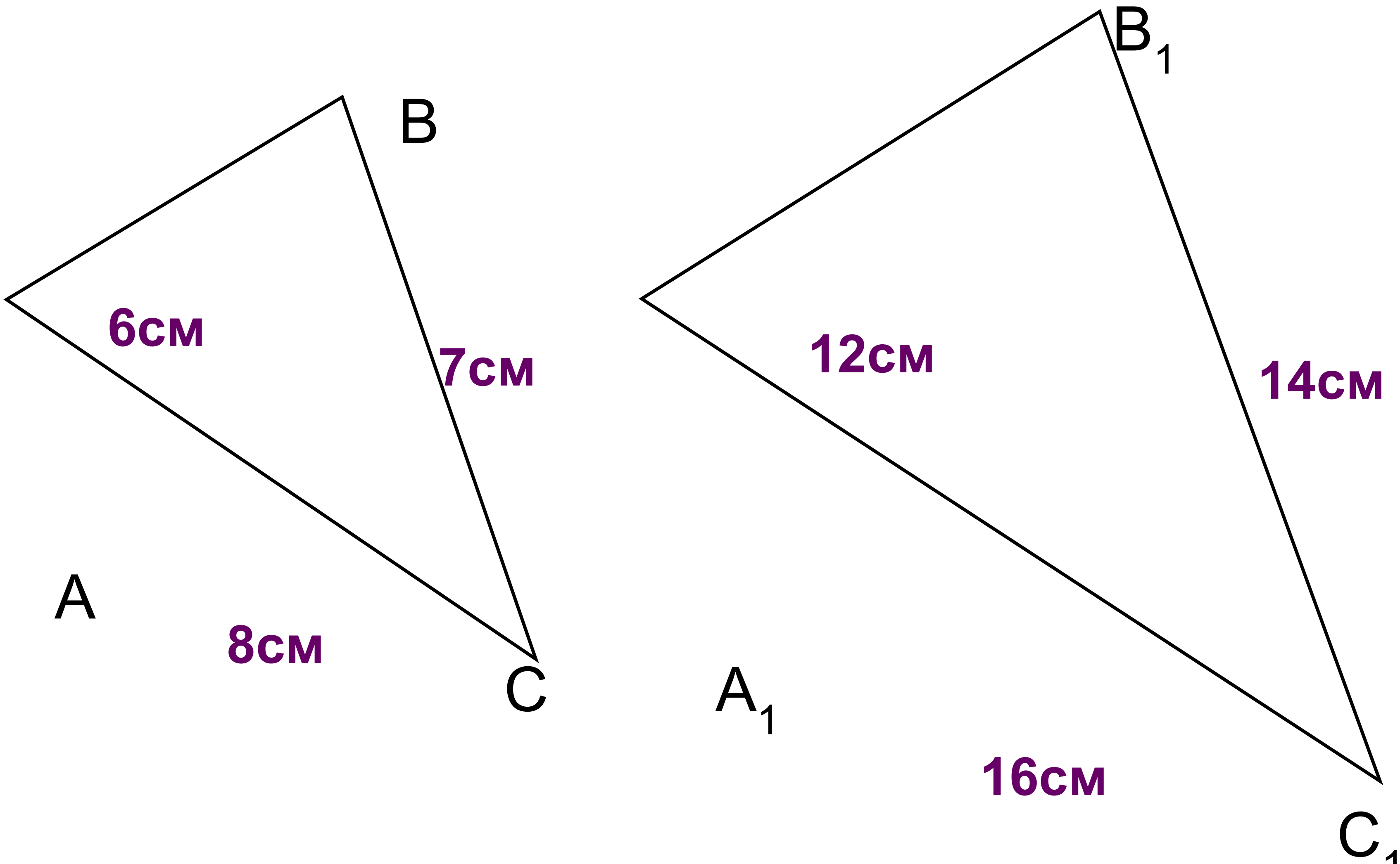
Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Найдите: x, y.



Блиц-опрос

Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ Найдите: x, y.



Даны отрезки: $AB = 12$ см, $CD = 8$ см, $EF = 15$ см, $KL = 30$ см, $MN = 16$ см, $PQ = 20$ см. Найдите среди них пары пропорциональных отрезков.

Решение.

1) Так как $\frac{AB}{EF} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, $\frac{MN}{PQ} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, то $\frac{AB}{EF} = \frac{MN}{PQ}$, т. е. отрезки AB и MN пропорциональны отрезкам EF и PQ.

2) Так как $\frac{CD}{MN} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, $\frac{EF}{\_\_} = \frac{15}{\_\_} = \_\_\_\_$, то $\frac{CD}{MN} = \_\_\_\_$, т. е. отрезки CD и ____ пропорциональны отрезкам MN и ____

3) Так как $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$, $\frac{KL}{\_\_} = \frac{30}{\_\_} = \frac{3}{2}$, то $\frac{\_\_}{\_\_} = \frac{\_\_}{\_\_}$, т. е. отрезки ____ и ____ пропорциональны отрезкам ____ и ____

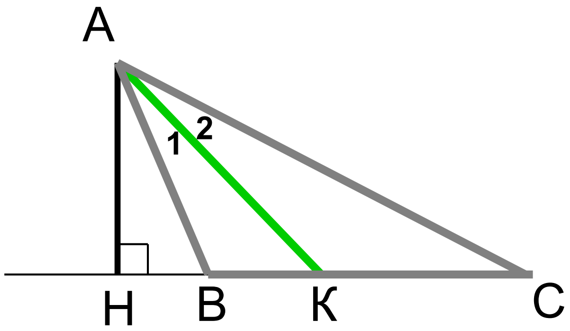
Ответ. ____

____

____

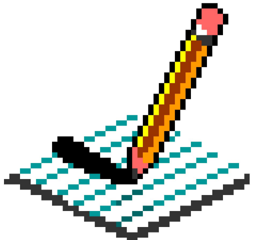
Свойство биссектрисы

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

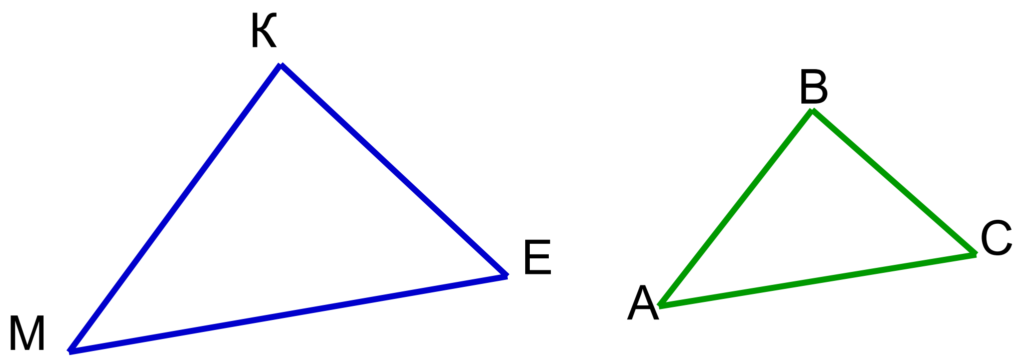


Дано: $\triangle$ АВС, АК – биссектриса.

Доказать: $\frac{ВК}{АВ} = \frac{КС}{АС}$



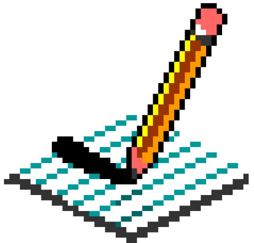
Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.



Дано: $\triangle$ МКЕ $\sim$ $\triangle$АВС,

К – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

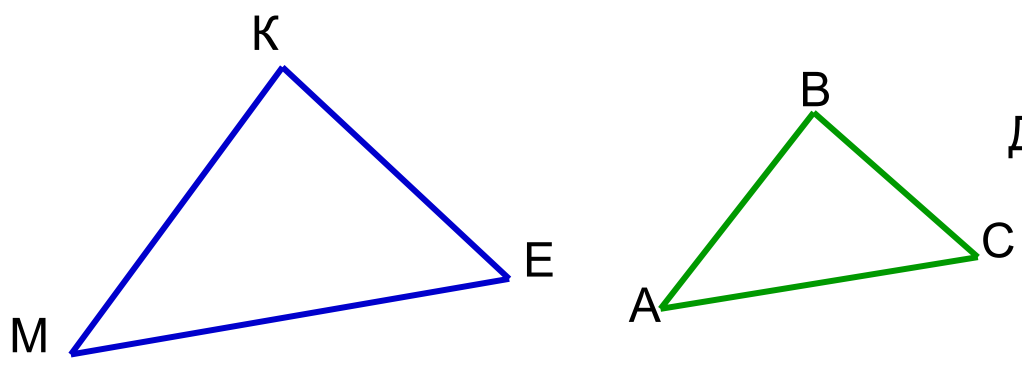


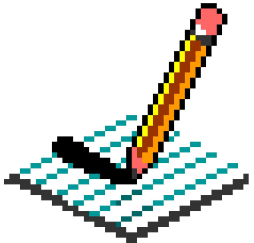
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Дано: $\triangle$ MKE ~ $\triangle$ ABC,

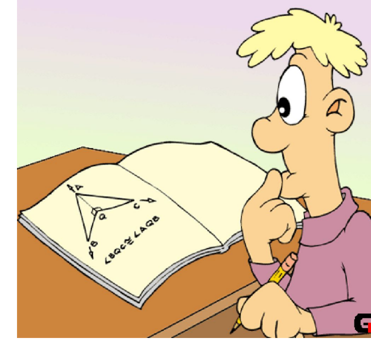
K – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$





Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2. Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

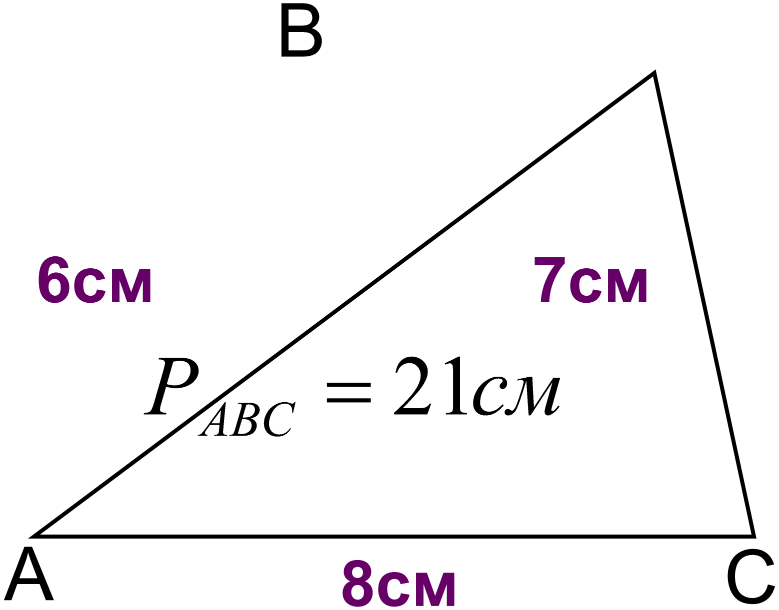
4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

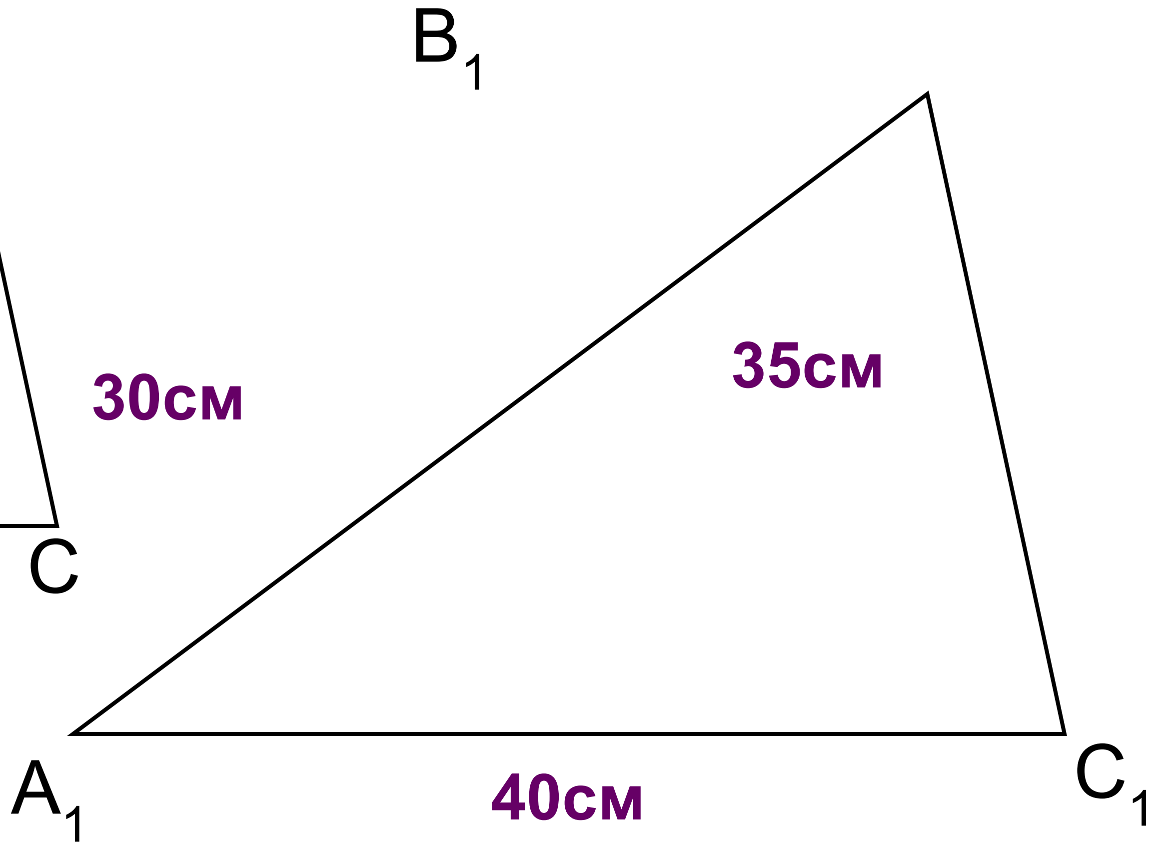
8 см

Блиц-опрос

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ $\qquad P_{A_1B_1C_1} = 105 см$

Найдите: x, y,z.





$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$

Площади двух подобных треугольников равны 35 дм^2 и 315 дм^2. Одна из сторон первого треугольника равна 14 дм. Найдите сходственную ей сторону второго треугольника.

В подобных треугольниках ABC и EDF стороны AB и ED, BC и DF являются сходственными. Найдите стороны AB и AC треугольника ABC, если $ED = 3$ см, $DF = 5$ см, $EF = 7$ см, $BC = 15$ см.