ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 + \frac{\beta_2}{X} + u$$

$$Z = \frac{1}{X}$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z + u$$

До сих пор ничего не было сказано об остаточном члене в моделях нелинейной регрессии.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 + \frac{\beta_2}{X} + u$$

$$Z = \frac{1}{X}$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z + u$$

Для регрессии результаты линеаризованной модели имеют желаемые свойства, остаточный член в преобразованной модели должен быть аддитивным и должен удовлетворять условиям модели регрессии.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 + \frac{\beta_2}{X} + u$$

$$Z = \frac{1}{X}$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z + u$$

Чтобы иметь возможность выполнять обычные тесты, он должен быть нормально распределен в преобразованной модели.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 + \frac{\beta_2}{X} + u$$

$$Z = \frac{1}{X}$$

$$Y = \beta_1 + \beta_2 Z + u$$

В случае первого примера нелинейной модели проблем не было. Если бы термин нарушения имел требуемые свойства в исходной модели, он имел бы их в регрессионной модели. Трансформация не повлияла.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2}$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X$$

При обсуждении логарифмической модели остаточный член полностью опускался.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2}$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Однако неявно предполагалось, что в трансформированной модели имеется аддитивный остаточный член.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^u$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Чтобы это было возможно, случайная составляющая в исходной модели должна быть мультипликативным сроком e^u.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^{u} = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Мы будем обозначать этот мультипликативный остаточный член как v.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^{u} = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Когда *u* равно 0, не изменяя значение log *Y*, *v* равно 1, также не изменяя значение *Y*.

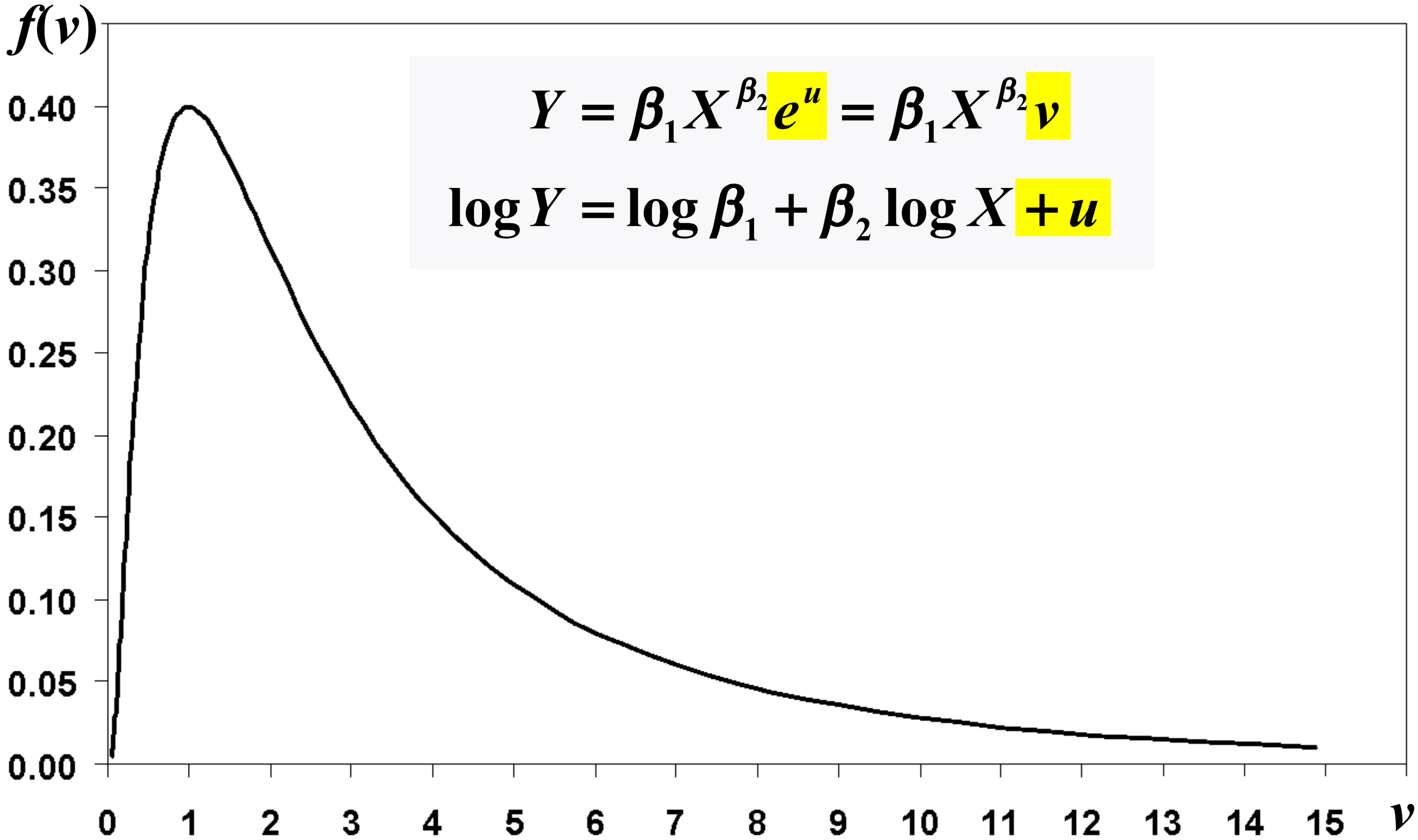
ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^{u} = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Положительные значения *u* соответствуют значениям *v* больше 1, случайный коэффициент положительно влияет на *Y* и log *Y*. Аналогично отрицательные значения *u* соответствуют значениям v между 0 и 1, случайный фактор, оказывающий отрицательное влияние на *Y* и log *Y*

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

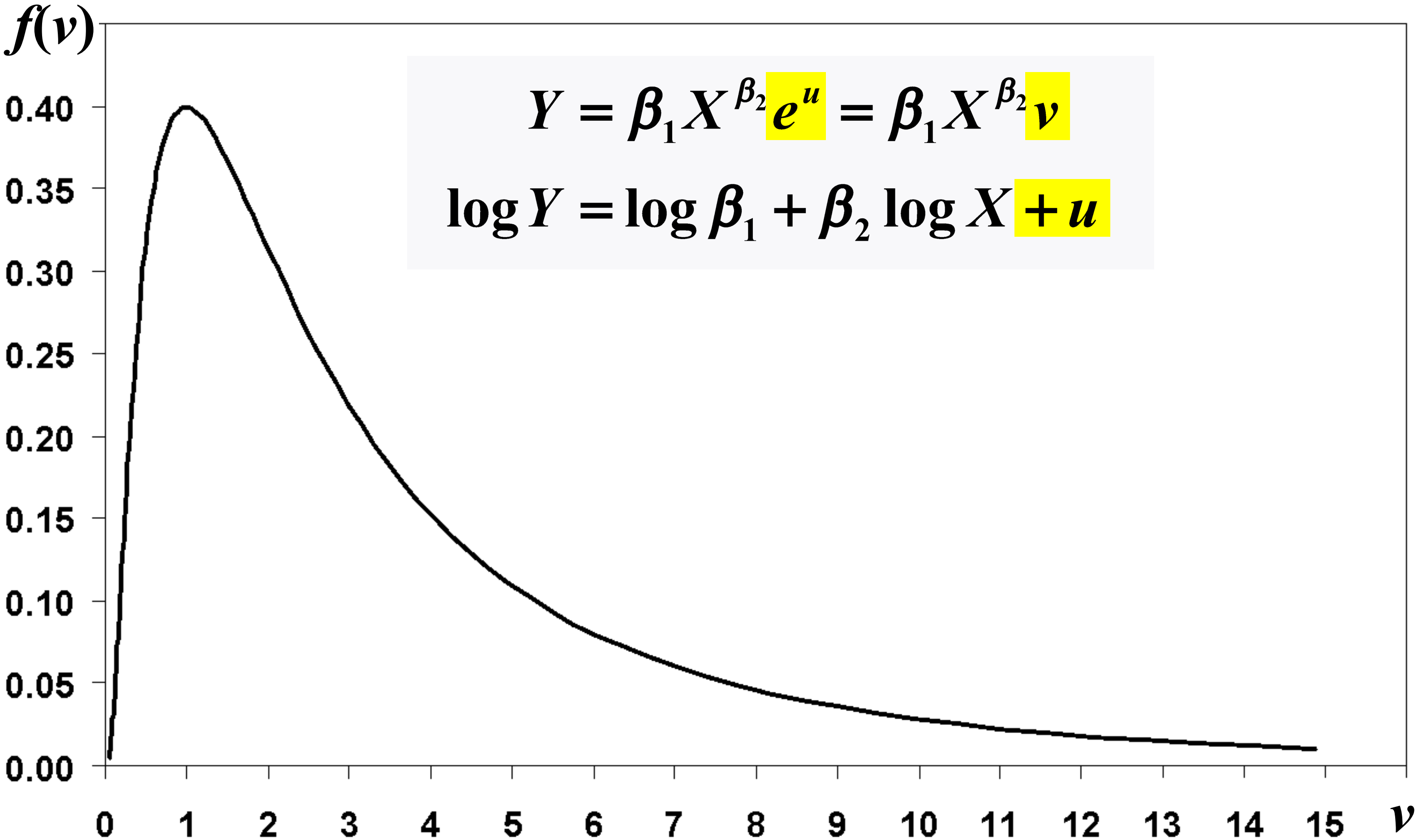


$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^u = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Кроме того, чтобы удовлетворять условиям модели регрессии, мы должны иметь нормальное распределение для выполнения t-тестов и F-тестов.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^{u} = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

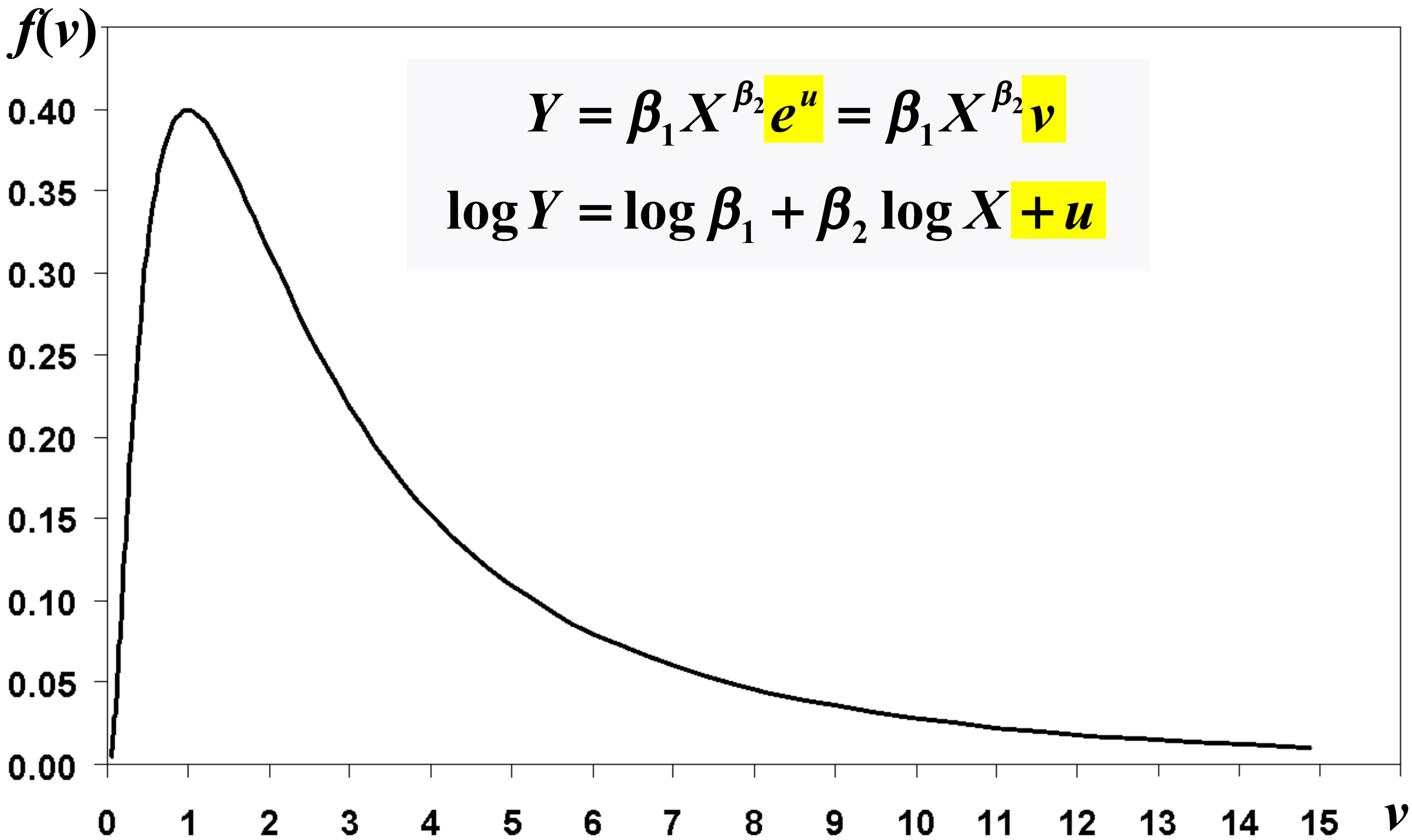
$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$

Это будет иметь место, если *v* имеет логнормальное распределение, показанное выше.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

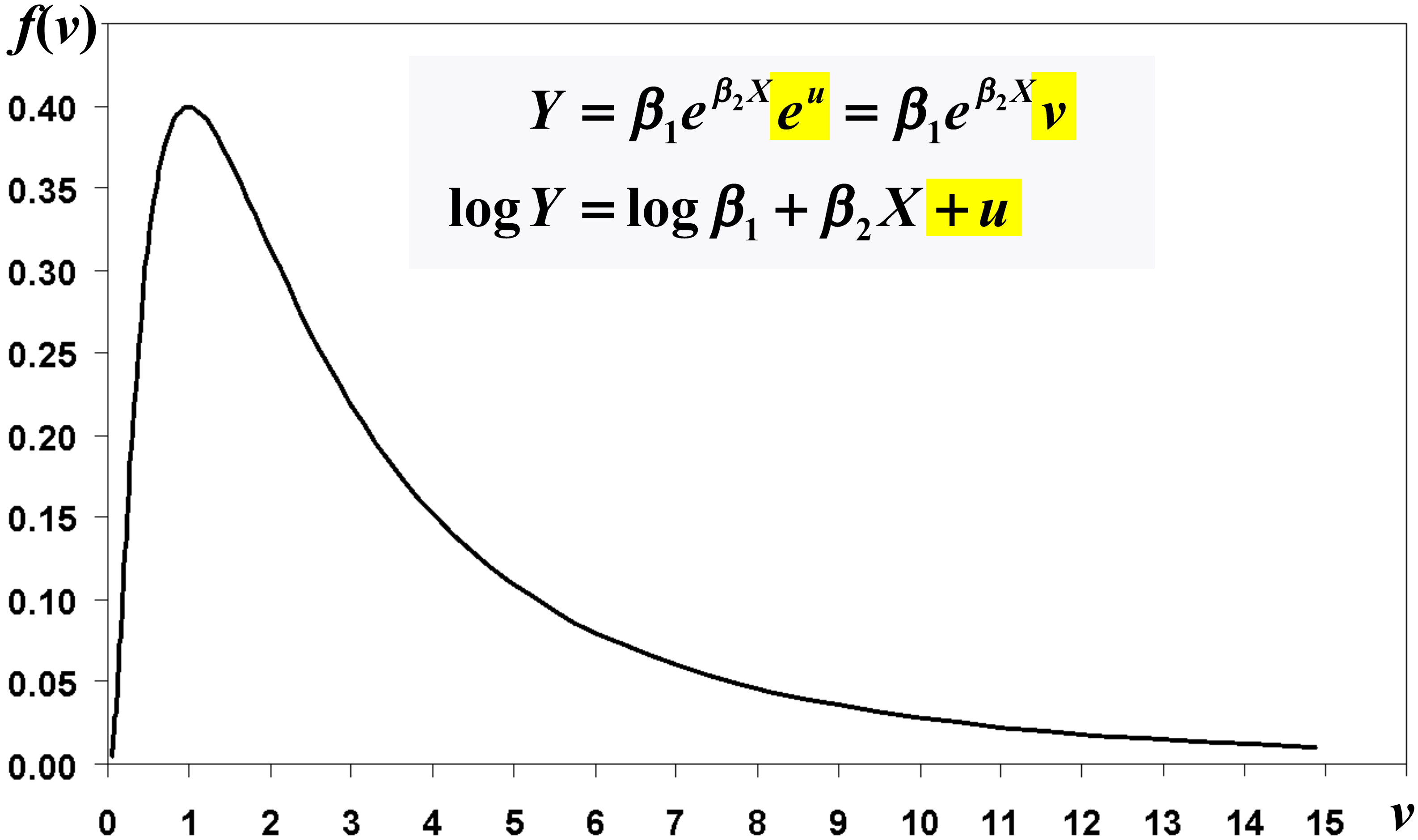
$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} e^{u} = \beta_1 X^{\beta_2} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 \log X + u$$



Режим распределения расположен в точке $v = 1$, где $u = 0$.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

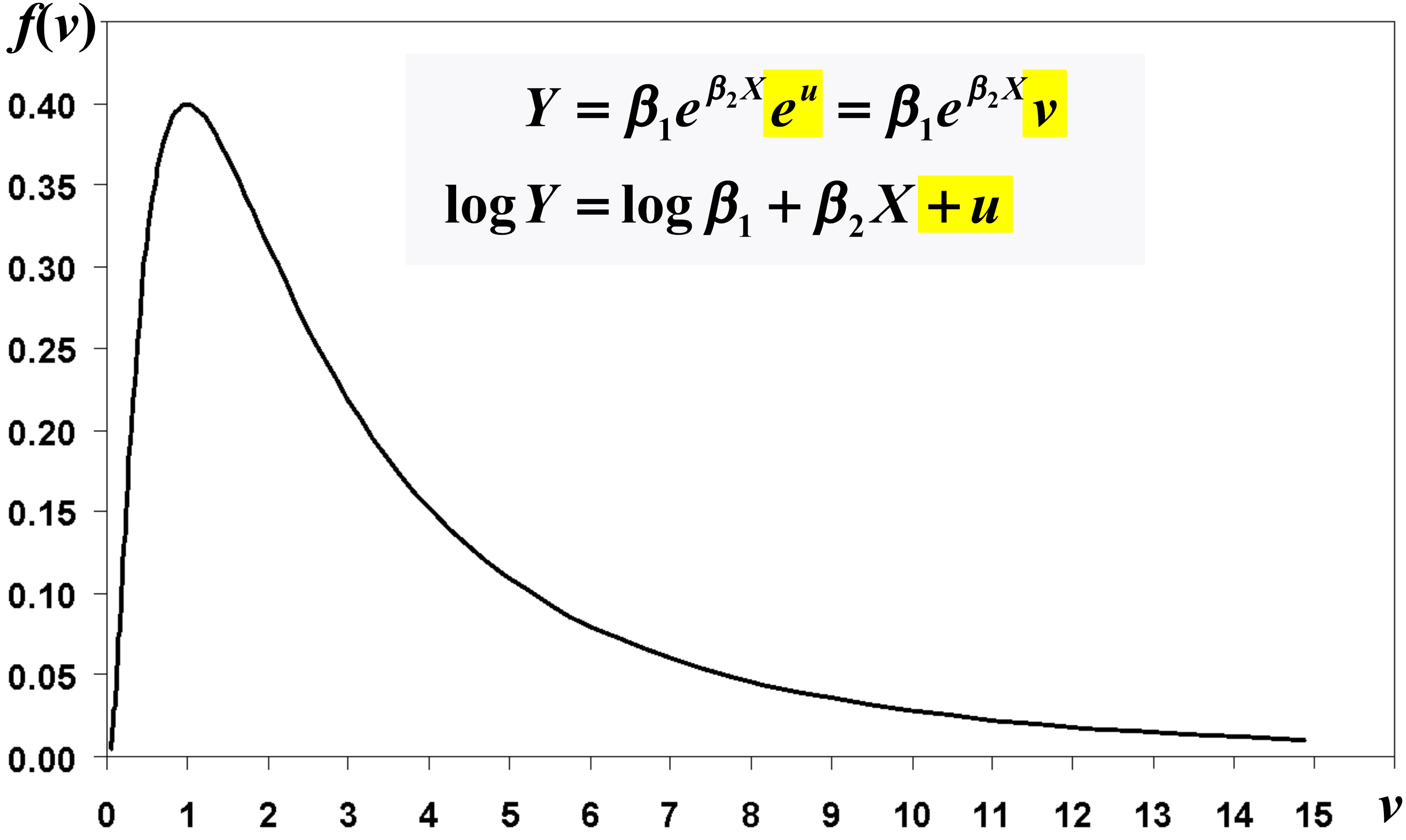


$$Y = \beta_1 e^{\beta_2 X} e^{u} = \beta_1 e^{\beta_2 X} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 X + u$$

В полулогарифмической модели необходим такой же мультипликативный остаточный член.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

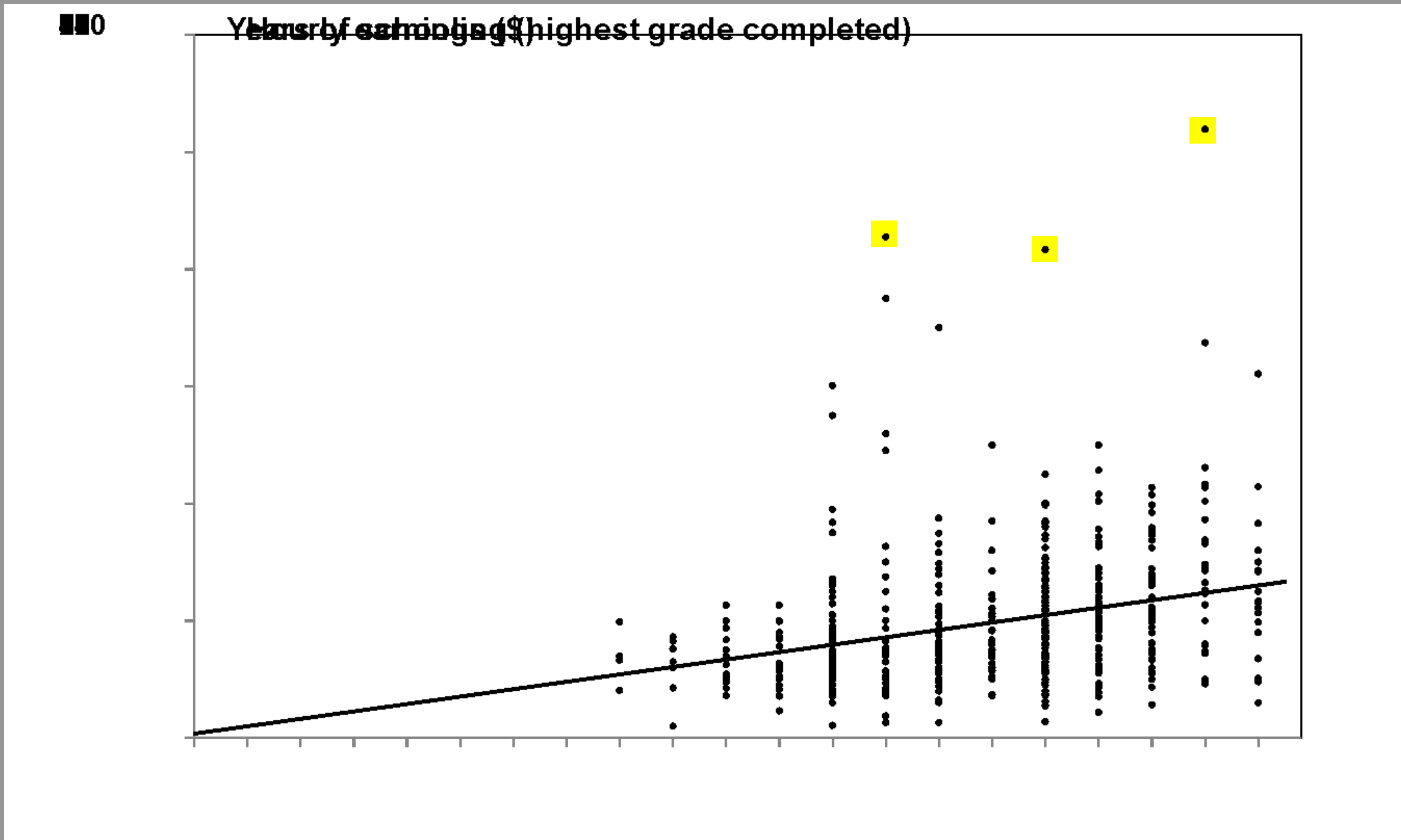


$$Y = \beta_1 e^{\beta_2 X} e^{u} = \beta_1 e^{\beta_2 X} v$$

$$\log Y = \log \beta_1 + \beta_2 X + u$$

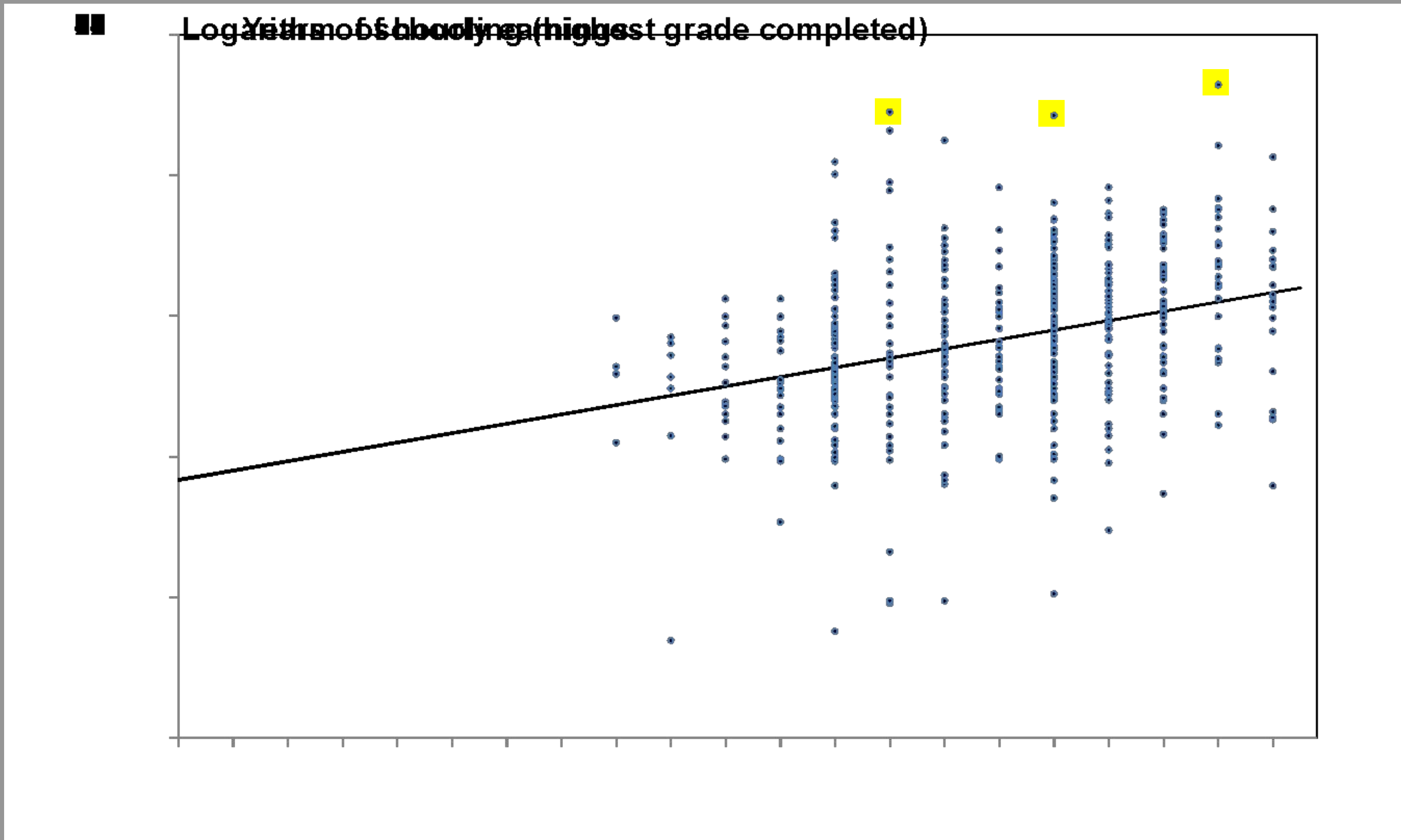
Обратите внимание, что при таком распределении следует ожидать, что небольшая часть наблюдений будет подвержена большим положительным случайным эффектам.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



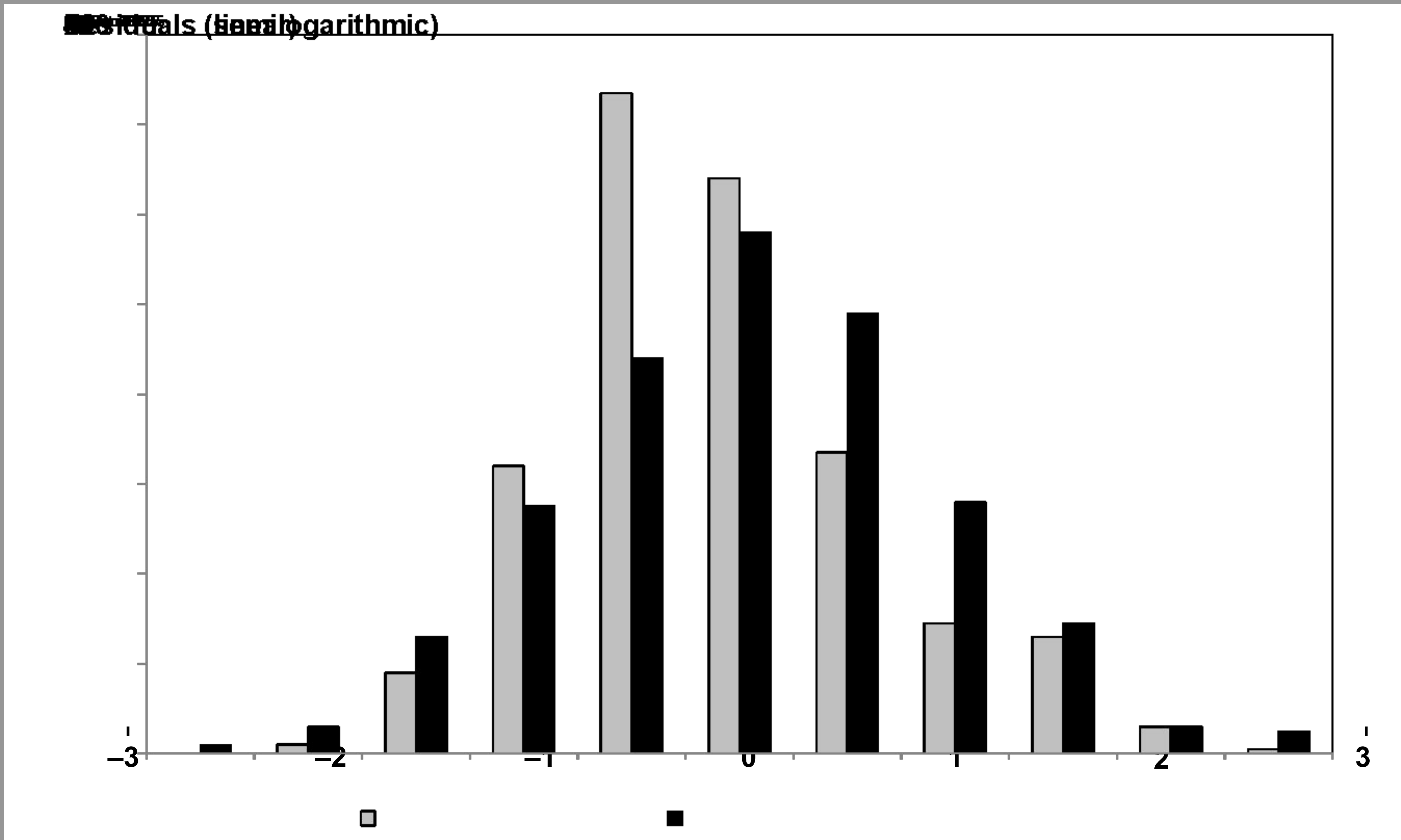
Вот диаграмма разброса для заработка и обучения. Вы можете видеть, что существует несколько выбросов, причем три наиболее экстремальных значения.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



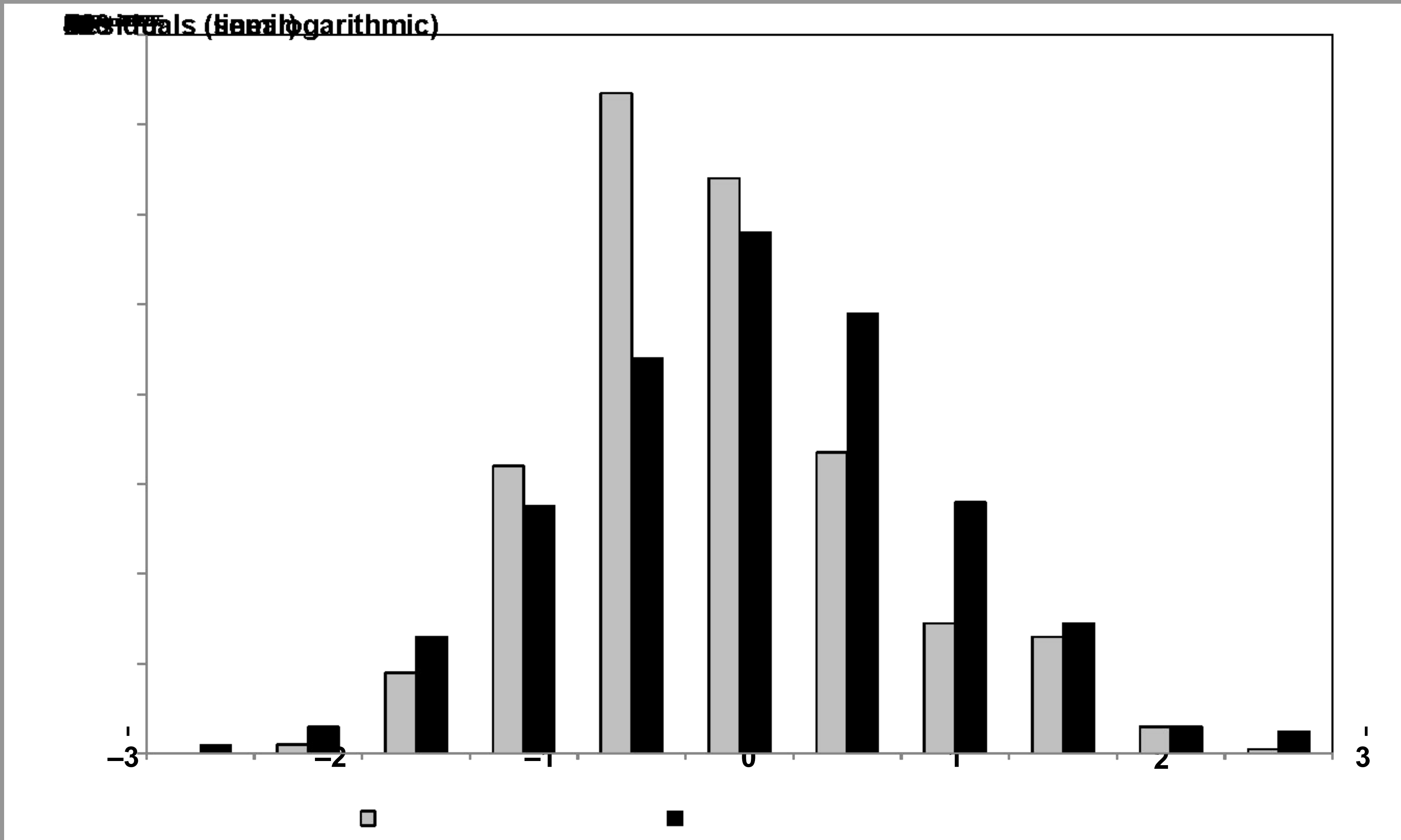
Вот диаграмма рассеяния для полулогарифмической модели с ее регрессионной линией. Те же три наблюдения остаются выбросами, но они не кажутся настолько экстремальными

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



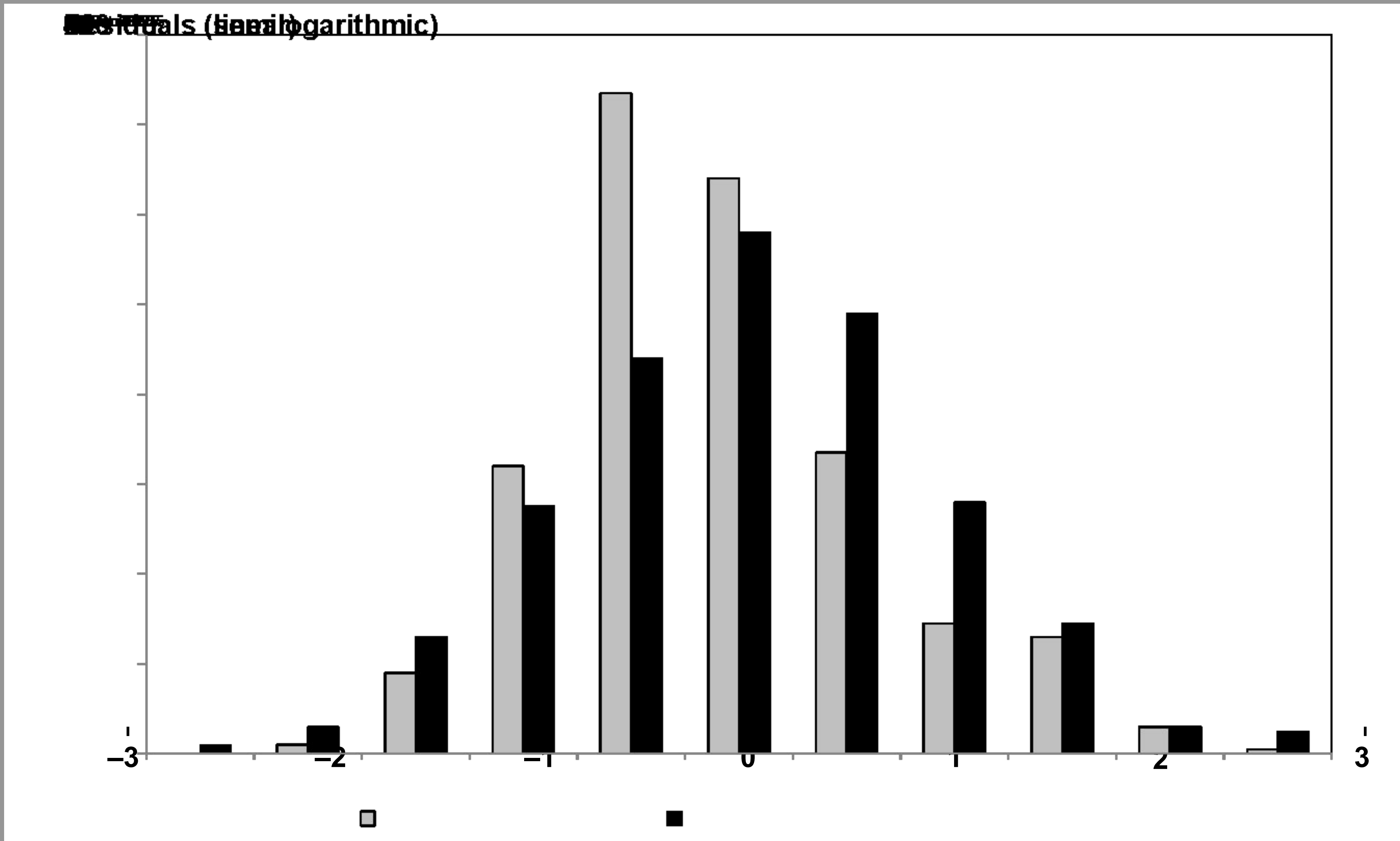
Гистограмма выше сравнивает распределения остатков от линейных и полулогарифмических регрессий. Распределения были стандартизированы, то есть масштабированы так, чтобы они имели стандартное отклонение, равное 1, чтобы сделать их сопоставимыми.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



Можно показать, что если остаточный член в регрессионной модели имеет нормальное распределение, то и остатки имеют нормальное распределение.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ



Очевидно, что остатки от полулогарифмической регрессии являются приблизительно нормальными, а остатки из линейной регрессии - нет. Это свидетельствует о том, что полулогарифмическая модель является лучшей спецификацией.

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} + u$$

Что произойдет, если остаточный член в логарифмической или полулогарифмической модели будет аддитивным, а не мультипликативным? $\log\left(\beta_1 X^{\beta_2} + u\right)$

ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

$$Y = \beta_1 X^{\beta_2} + u$$

$$\log Y = \log\left(\beta_1 X^{\beta_2} + u\right)$$

Если бы это было так, мы бы не смогли линеаризовать модель, взяв логарифмы. Нет упрощения $\log\left(\beta_1 X^{\beta_2} + u\right)$ Нам нужно будет использовать некоторую нелинейную регрессионную технику.