

# Наибольшее и наименьшее значение функции

Задание 12

# Исследование функций


- Если производная в определенной точке из некоторого интервала имеет положительный значение, то график функции на этом интервале возрастает.
- Если производная в определенной точке из некоторого интервала имеет отрицательное значение, то график функции на этом интервале убывает.
- Таким образом, вычислив производную и приравняв ее к нулю, можно найти точки, которые разбивают числовую ось на интервалы.

# Алгоритм нахождения точек максимума и минимума


Находим производную функции



Находим нули производной (приравниваем производную к нулю, решаем уравнение). Также находим точки в которых производная не существует.



Отмечаем полученные знаки на числовой прямой и определяем знаки производной на этих интервалах.



Делаем вывод (точка **максимума** – это точка, в которой производная меняет значение с положительного на отрицательное; точка **минимума** – наоборот, с отрицательного на положительный)

# Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции

Определяем, есть ли точки максимума (минимума).

Определяем, принадлежат ли полученные точки заданному интервалу и записываем лежащие в его пределах

Подставляем в исходную функцию (данную в условии) границы данного интервала и точки (максимума-минимума), лежащие в пределах интервала

Вычисляем значение функции

Выбираем наибольшее (наименьшее), в зависимости от задания.

# Примеры заданий

1. Найдите точку максимума функции

$$y = x^3 - 48x + 17$$

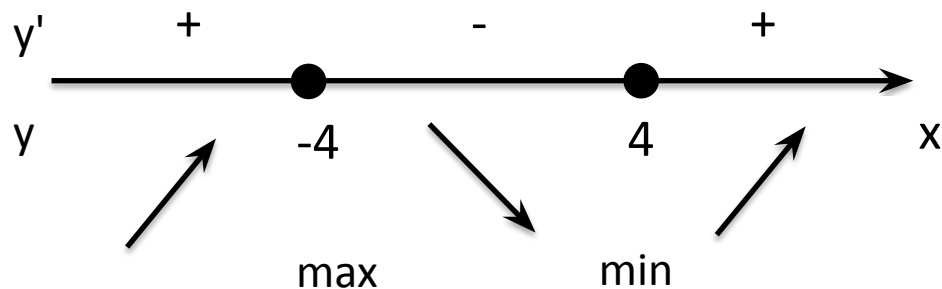
Решение:

$$y' = 3x^2 - 48$$

$$3x^2 - 48 = 0$$

$$3(x^2 - 16) = 0$$

$$3(x - 4)(x + 4) = 0$$



Ответ: -4

Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 289}{x}$ .

Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .

Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$ .

Найдите точку максимума функции  $y = (9 - x)e^{x+9}$ .

Найдите точку минимума функции  $y = (x - 2)^2 e^{x-6}$ .

Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x + 5) - 2x + 9$ .

Найдите точку минимума функции  $y = 3x - \ln(x + 3)^3$ .

Найдите наименьшее значение функции

$$y = x^3 - 27x \text{ на отрезке } [0; 4].$$

Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 3x + 4 \text{ на отрезке } [-2; 0].$$

Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 25}{x} \text{ на отрезке } [1; 10].$$

Найдите наибольшее значение функции

$$y = x + \frac{9}{x} \text{ на отрезке } [-4; -1].$$

Найдите наименьшее значение функции

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10} \text{ на отрезке } [8; 11].$$

Найдите наибольшее значение функции

$$y = (x-2)^2(x-4) + 5 \text{ на отрезке } [1; 3].$$

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3 \text{ на отрезке } \left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right].$$

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(11x) - 11x + 9 \text{ на отрезке } \left[\frac{1}{22}; \frac{5}{22}\right].$$

# Исследование тригонометрических функций

Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Найдите наибольшее значение функции  $y = 15x - 3 \sin x + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

Найдите наименьшее значение функции  $y = 7 \sin x - 8x + 9$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$ .