

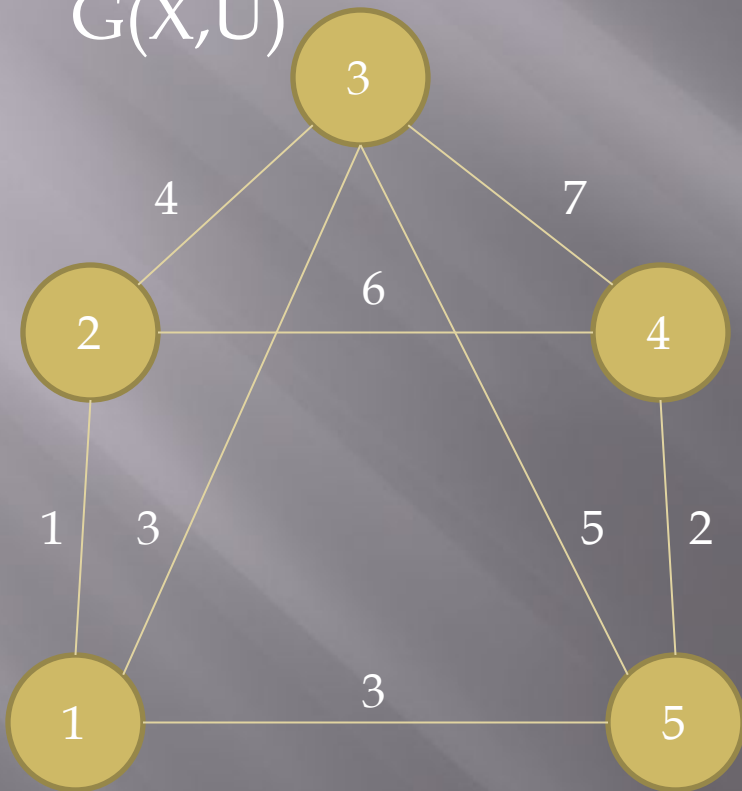
ЗАДАЧА И АЛГОРИТМ ПРИМА

МИНИМАЛЬНАЯ БАЗА РЕБЕР

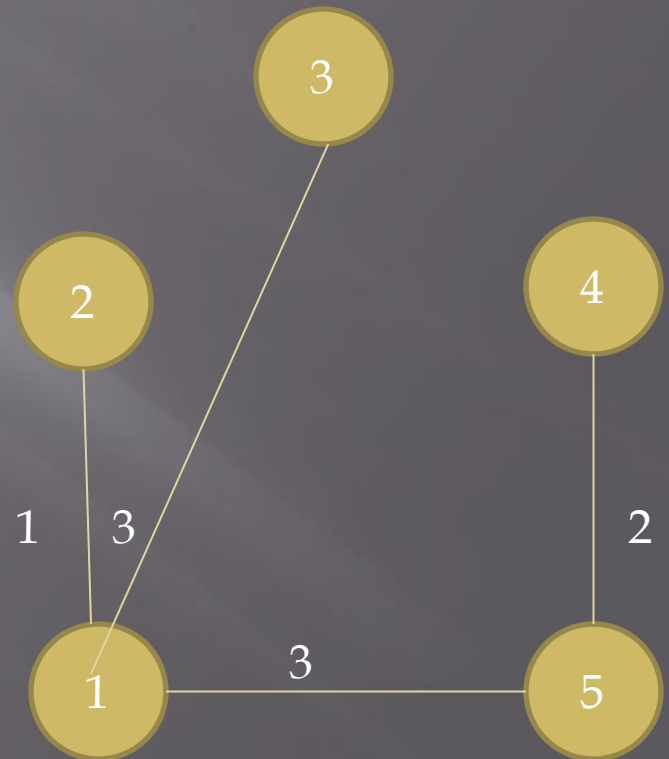
- **Содержательная постановка задачи:** на связном взвешенном неориентированном графе $G(X, U)$ выделить подмножество ребер таких, что:
 - 1. Граф $G(X, U')$ является связным.
 - 2. Суммарный вес ребер подмножества U' является минимальным.
- **Определение:** связным называется граф, между любой парой вершин которого существует маршрут.

ПРИМЕР 1

- Исходный граф $G(X, U)$



- Граф $G(X, U')$



Формальная постановка задачи

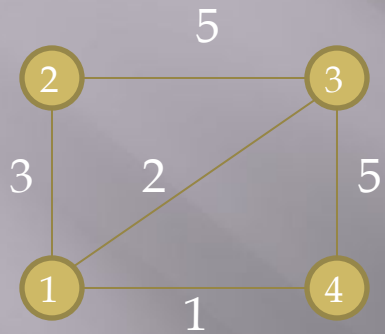
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \sum_j r(i, j) z(i, j) \rightarrow \min; \\ \forall p, \forall q \neq p: \sum_d \prod_{(i, j) \in L^d(p, q)} z(i, j) = 1; \\ \forall (i, j) \in U: z(i, j) = 1, 0, \end{array} \right.$$

где $L^d(p, q)$ – маршрут, соединяющий p -ю и q -ю вершины,
 $z(i, j)$ - булева переменная, равная единице, если ребро (i, j)
принадлежит подмножеству U и равная нулю в противном случае,
 $r(i, j)$ - вес ребра (i, j) .

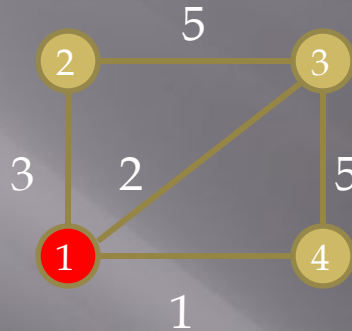
Алгоритм Прима

- Шаг 1. Выбирается произвольная i -я вершина.
- Шаг 2. Выбирается инцидентное выбранной вершине ребро
- Шаг 3. Ребро (i, r) с минимальным весом, а вершины i -я и r -я «стягиваются» в одну вершину.
- Шаг 4. Вес «стянутого» ребра добавляется к ранее накопленной сумме.
- Шаг 5. Если образовались параллельные ребра, то из них остается то, вес которого минимален, а остальные удаляются.
- Шаг 6. Если все вершины графа стянуты в одну, то перейти к шагу 7, в противном случае – к шагу 1.
- Шаг 7. Конец алгоритма. «Стянуты» искомые ребра.

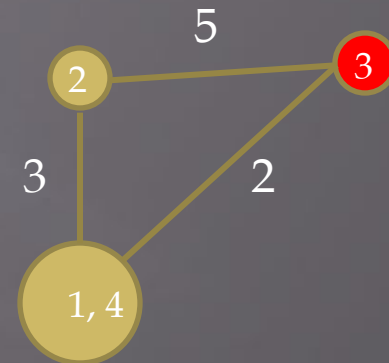
Пример 2



A) граф $G(X,U)$.



B) $U'=(1,4)$; $R(U')=1$.



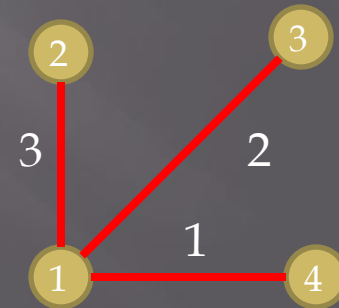
C) $U'=\{(1,4),(1,3)\}$; $R(U')=3$.



D) $U'=\{(1,4),(1,3),(1,2)\}$; $R(U')=6$.



E) Конец алгоритма.



F) Граф $G(X,U')$

Достоинства и недостатки алгоритма Прима

Достоинства:

1. Гарантия получения глобально оптимального решения.
2. Число итераций равно $|X| - 1$, где X – множество вершин.
3. Простота и наглядность.

Недостаток:

Алгоритм применим только к неориентированным графам.

САМОСТОЯТЕЛЬНО:

Пользуясь алгоритмом Прима, определить минимальную базу ребер графа $G(X,U)$, заданного матрицей M :

0	5	1	0	6	3
5	0	0	4	0	8
1	0	0	3	7	0
0	4	3	0	0	9
6	0	7	0	0	0
3	8	0	9	0	0