

Корень n-ой степени и его свойства

I. Понятие корня n-ой степени

II. Функции

$y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и график

III. Свойства корня n-ой степени

IV. Преобразования иррациональных выражений

I. Понятие корня n-ой степени

Определение 1. Корнем n -ой степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое неотрицательное число, при возведении в степень n которого получается число a

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[n]{a} = x \\ a \geq 0 \\ n = 2, 3, 4, \dots \end{array} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^n = a \end{cases}$$

Терминология

$$\sqrt[n]{a}$$

\sqrt - радикал

n - показатель корня

a - подкоренное число
(выражение)

Замечания:

1. $\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$ (одна и та же зависимость)
2. Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют **извлечением корня**. Она является обратной по отношению к **возведению в соответствующую степень**

Возведение в степень	Извлечение корня

Определение 2. Корнем нечетной степени n из отрицательного числа a ($n=3,5,7,\dots$) называется такое отрицательное число, при возведении которого в степень n получается число a

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[n]{a} = x \\ a < 0 \\ n = 3, 5, 7, \dots \end{array} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^n = a \end{cases}$$

Замечание:

Корень четной степени имеет смысл только для неотрицательного подкоренного числа; корень нечетной степени имеет смысл для любого подкоренного числа

$x^n = a$ – степенное уравнение

$$\left. \begin{array}{l} n > 1 \\ \text{Если } n \text{ – четное} \\ a > 0 \end{array} \right| \Rightarrow 2 \text{ корня } \begin{cases} x_1 = \sqrt[n]{a} \\ x_2 = -\sqrt[n]{a} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} n > 1 \\ \text{Если } n \text{ – четное} \\ a < 0 \end{array} \right| \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$\left. \begin{array}{l} n > 1 \\ \text{Если } n \text{ – нечетное} \\ a \text{ – любое} \end{array} \right| \Rightarrow 1 \text{ корень } x = \sqrt[n]{a}$$

$$x^n = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

II. Функции

$y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики

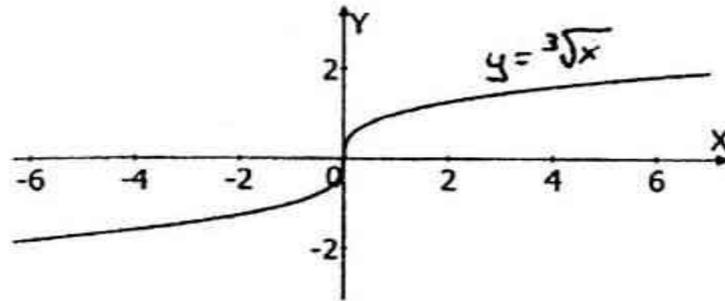
- Свойства функции $y = \sqrt[n]{x}$

Если n - четное	Если n - нечетное

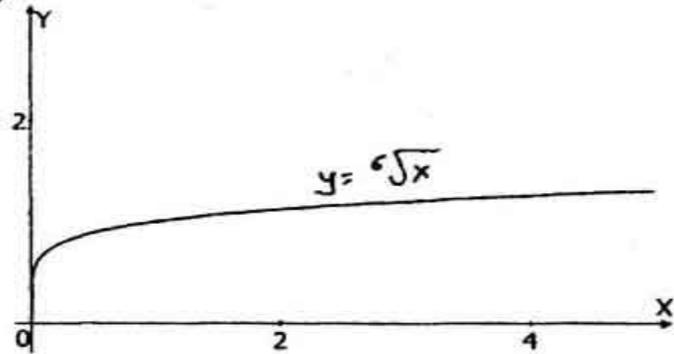
График функции $y = \sqrt[n]{x}$

34.1.

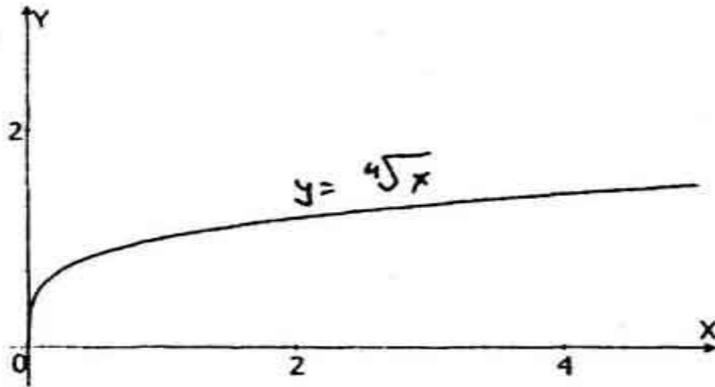
a)



б)



в)



г)

