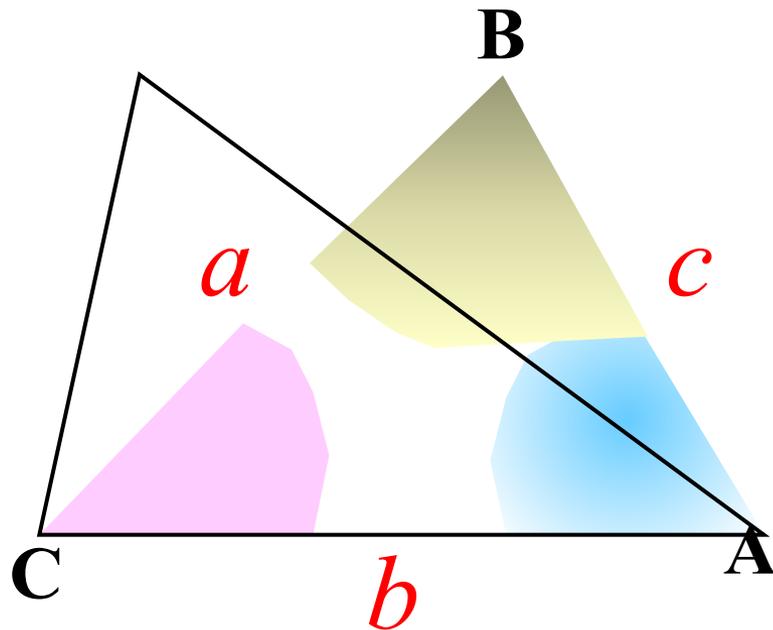


*Теорема о медиане
треугольника*

Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



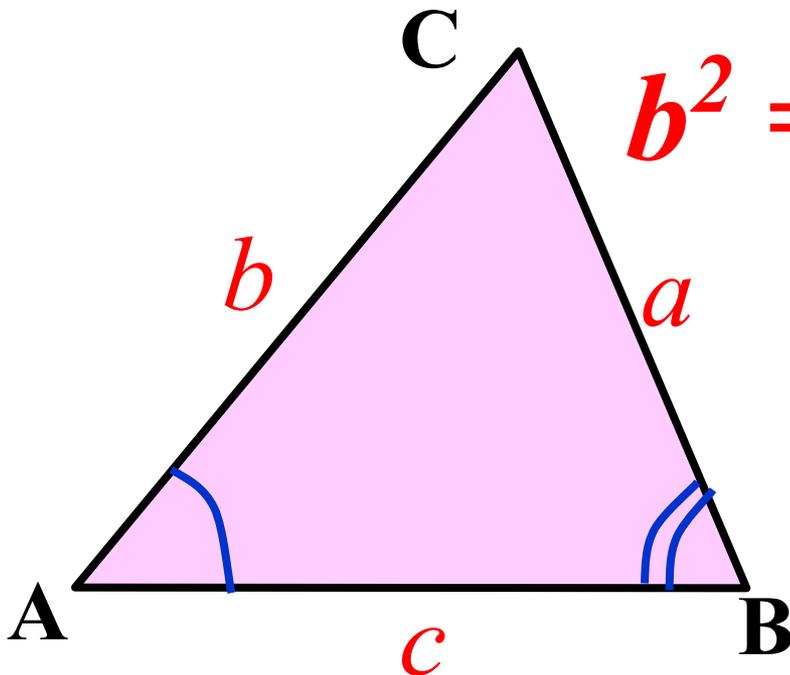
Повторение

Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$



Повторение

Косинус угла треугольника

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$2ac \cos B = a^2 + c^2 - b^2 \text{ } /: 2ac$$

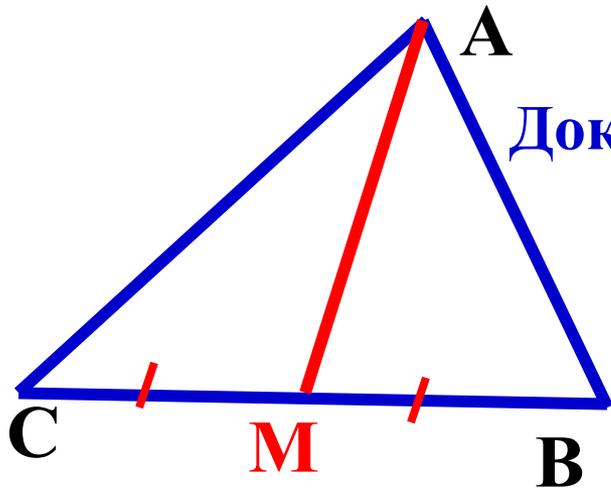
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

Повторение

Теорема о медиане треугольника

Квадрат медианы AM треугольника ABC выражается формулой

$$AM^2 = \frac{AB^2}{2} + \frac{AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$



Доказательство: (используйте рекомендацию)

1). AM – медиана, тогда $CM = BM =$

$$\frac{BC}{2},$$

2). Запишите теорему косинусов для стороны AC $\triangle ABC$

3). Выразите $\cos B$ из равенства

4). Запишите теорему косинусов для стороны AM $\triangle AMB$.

5). Перепишите равенство заменяя BM на

$$\frac{BC}{2},$$

BM^2 на

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{BC^2}{4}$$

и подставляя значение $\cos B$

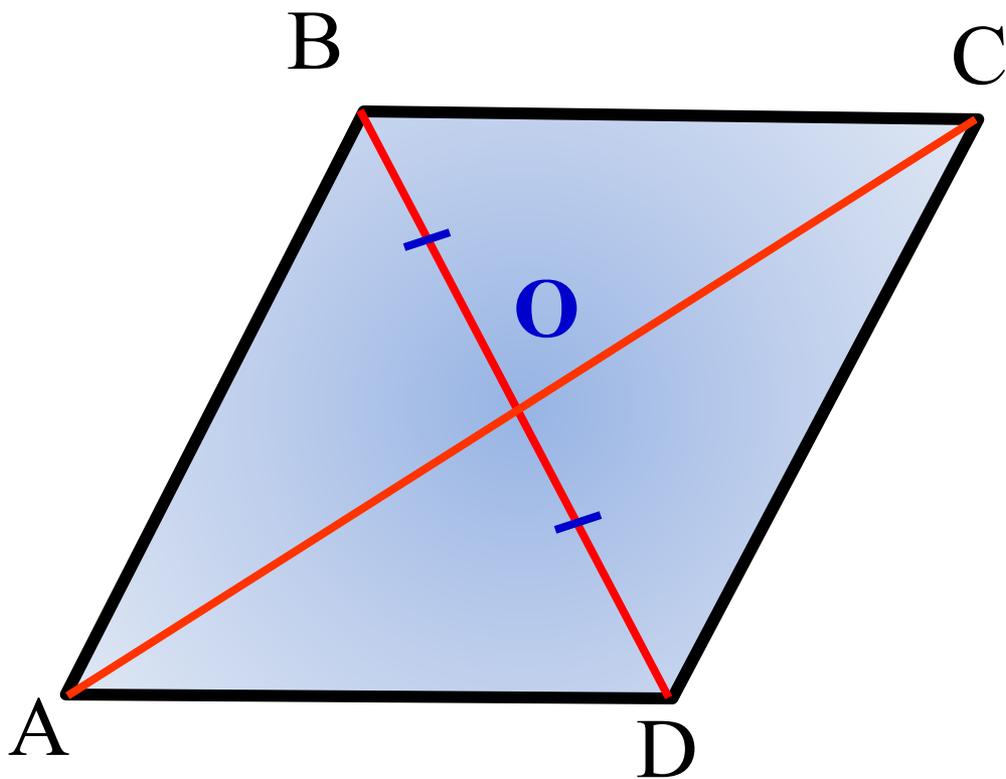
**Теорему о медиане треугольника
можно сформулировать так:**

**Квадрат медианы треугольника,
проведённой из какой-либо его вершины,
равен полусумме квадратов двух его сторон,
проведённых из этой же вершины,
минус четверть квадрата третьей стороны**

Следствие к теореме

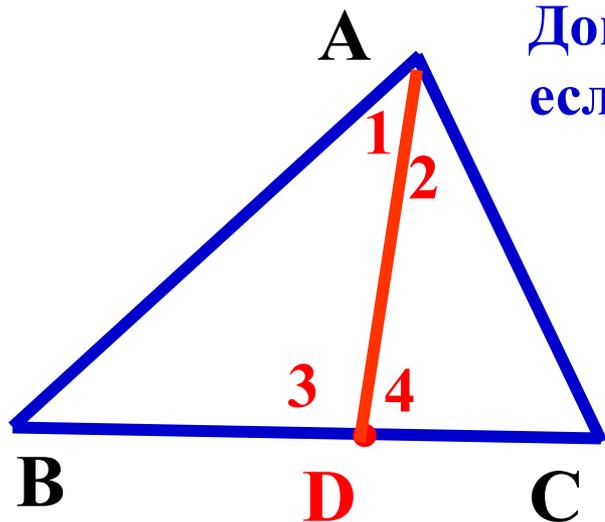
ABCD – параллелограмм

Доказать: $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$



Рекомендации к решению задачи №836

На стороне **BC** $\triangle ABC$ отмечена точка **D** так, что **$BD:AB = DC:AC$** . Докажите, отрезок **AD** – биссектриса $\triangle ABC$



Доказательство: (используйте рекомендации, если затрудняетесь)

1). Введите обозначения углов $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ с вершиной в точке A: $\angle 1, \angle 2$ и с вершиной в точке D: $\angle 3, \angle 4$

2). Запишите теорему синусов для $\triangle ABD$, используя стороны **DB** и **AB**

2). Перепишите пропорцию

в виде

$$\frac{BD}{AB} = \frac{\sin \angle 1}{\sin \angle 3} (*)$$

3). Запишите теорему синусов для $\triangle ACD$, используя стороны **DC** и **AC**

$$\frac{DC}{AC} = \frac{\sin \angle 2}{\sin \angle 4} (**)$$

4). Перепишите пропорцию в виде

5). Завершите предложение - углы 3 и 4 являются ...

6). Воспользуйтесь свойством синусов смежных углов

7). Перепишите пропорцию (**), заменяя $\sin \angle 4$

8). Пропорцию **$BD:AB = DC:AC$** из условия задачи перепишите

в виде

$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} (***)$$

9). Перепишите пропорцию (***), используя шаги 2) и 7)

10). Сделайте заключение об углах 1 и 2 и об отрезке AD