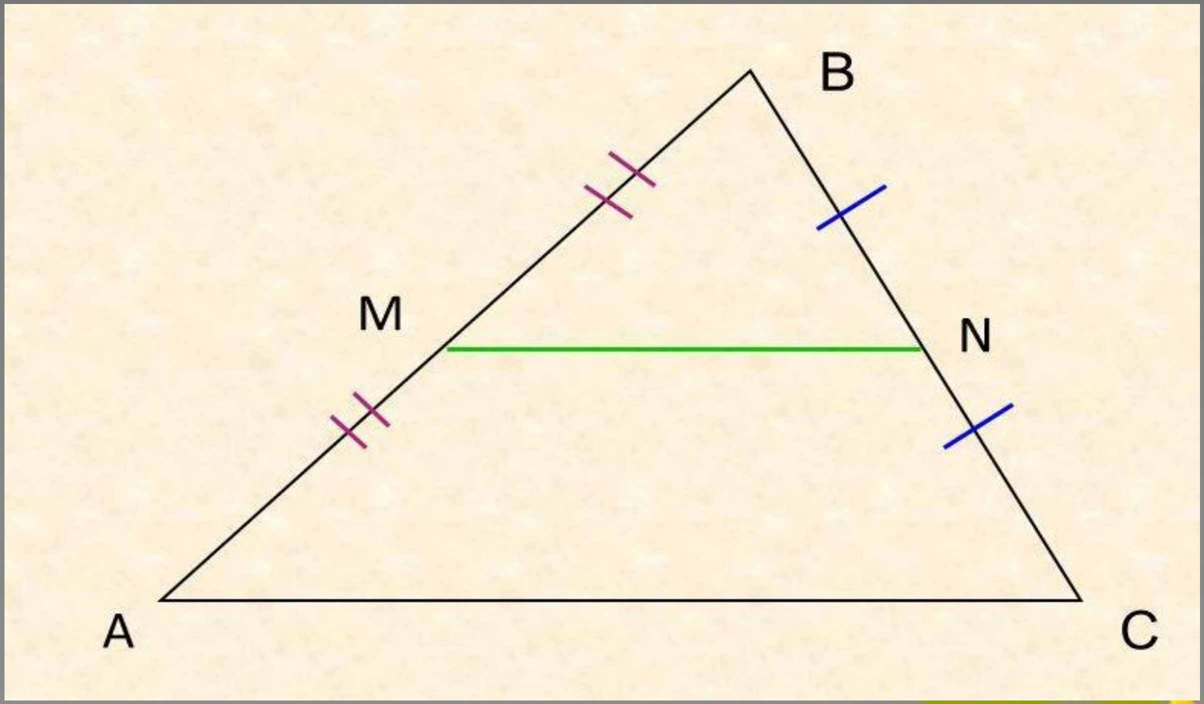
СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

Определение

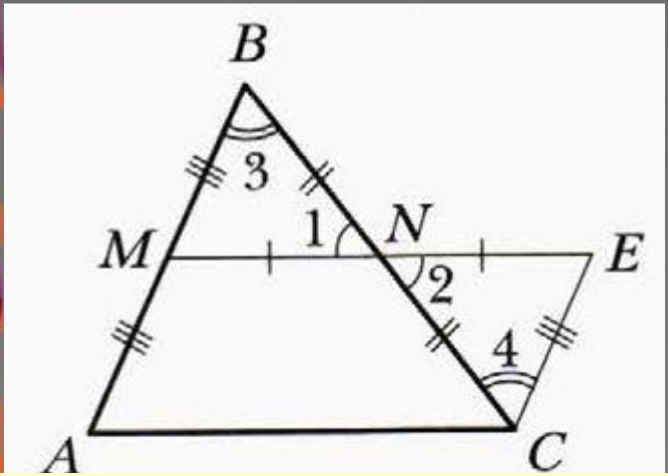
Средней линией треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух его сторон.



MN – средняя линия ΔABC

Теорема

Средняя линия треугольника , соединяющая середины двух его сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине



Дано:

ΔABC,   MN- средняя линия

Док-ть: MN ∥ AB, MN=½AB

Доказательство:

1.На прямой отметим E так, что MN=NE.

2.ΔMBN=ΔECN по первому признаку (MN=NE (по построению),BN=NC(по условию), $\angle 1=\angle 2$ (вертикальные))

3.Из равенства треугольников MB=EC, $\angle 3=\angle 4$.

4.Т.к. AM=MB, MB=EC, то EC=AM. Так как $\angle 3=\angle 4$ (накрест лежащие при AB и EC и секущей BC), то AB∥EC.

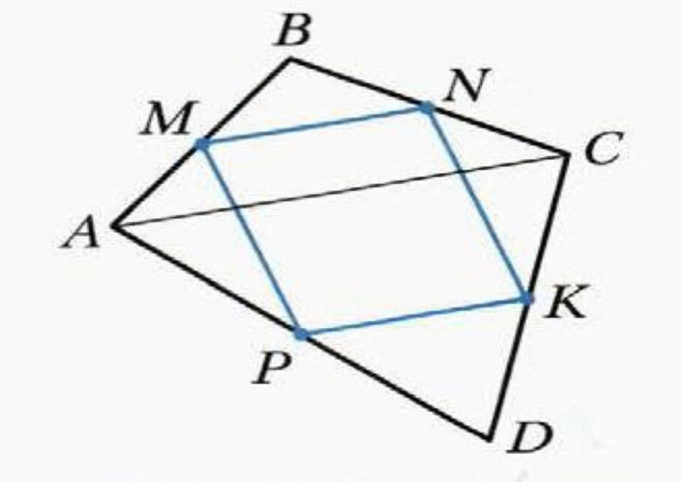
5.Таким образом, в четырехугольнике AMEC стороны AM и EC равны и параллельны, значит, AMEC- параллелограмм. Отсюда, ME ∥AC. Следовательно,MN ∥AB.

6.Так как ME=AC, MN=½ME, то MN=½AB.

Теорема доказана.

Задача

Докажите, что середины сторон четырехугольника, являются вершинами параллелограмма.



Дано:

ABCD - четырехугольник,
M-середина AB,N – середина BC,
K-середина CD, P- середина AD

Доказать: MNKP - параллелограмм

Доказательство:

1.MN – средняя линия ΔABC.Значит, MN ǁAC и MN=½AC.

2.PK – средняя линия ΔADC.Значит, PK ǁAC и PK=½AC.

3.Так как MN ǁAC и PK ǁAC , то MN ǁPK .

4.Так как MN=½AC и PK=½AC, то MN=PK=½AC.

5.Следовательно в четырехугольнике MNKP стороны MN и PK равны и параллельны, а, значит, четырехугольник MNKP – параллелограмм.

Теорема доказана.

Задача.

Отрезки DE и DF – средние линии ΔABC. Является ли отрезок EF средней линией этого треугольника?

Задача.

Является ли отрезок МК – средней линией ΔМКР?

Задача.

EF – средней ... ΔABC