Математика, 9 класс. Подготовка к ОГЭ, задания 5 и 23.

ОГЭ

Задание 5

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

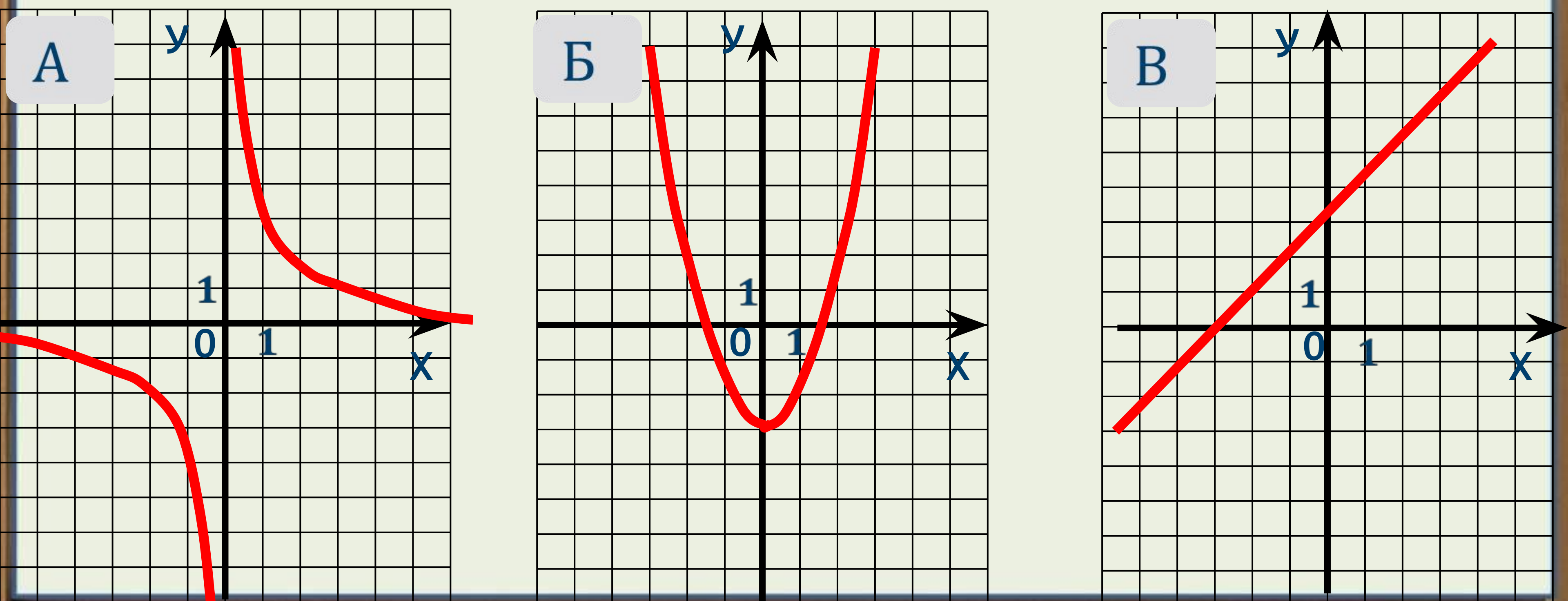
1) $y = \frac{3}{x}$ 2) $y = 3x$ 3) $y = x + 3$ 4) $y = x^2 - 3$

Обе функции линейные, график линейной функции – прямая.
Но график функции y=3x проходит через точку с координатами (0;0), следовательно

1) обратной пропорциональности, её график – гипербола.

Квадратичная функция, её график – парабола.

А – 1 Б – 4 В – 3



Найдите значение k по графику функции $y = \frac{k}{x}$ ***,***

изображенному на рисунке.

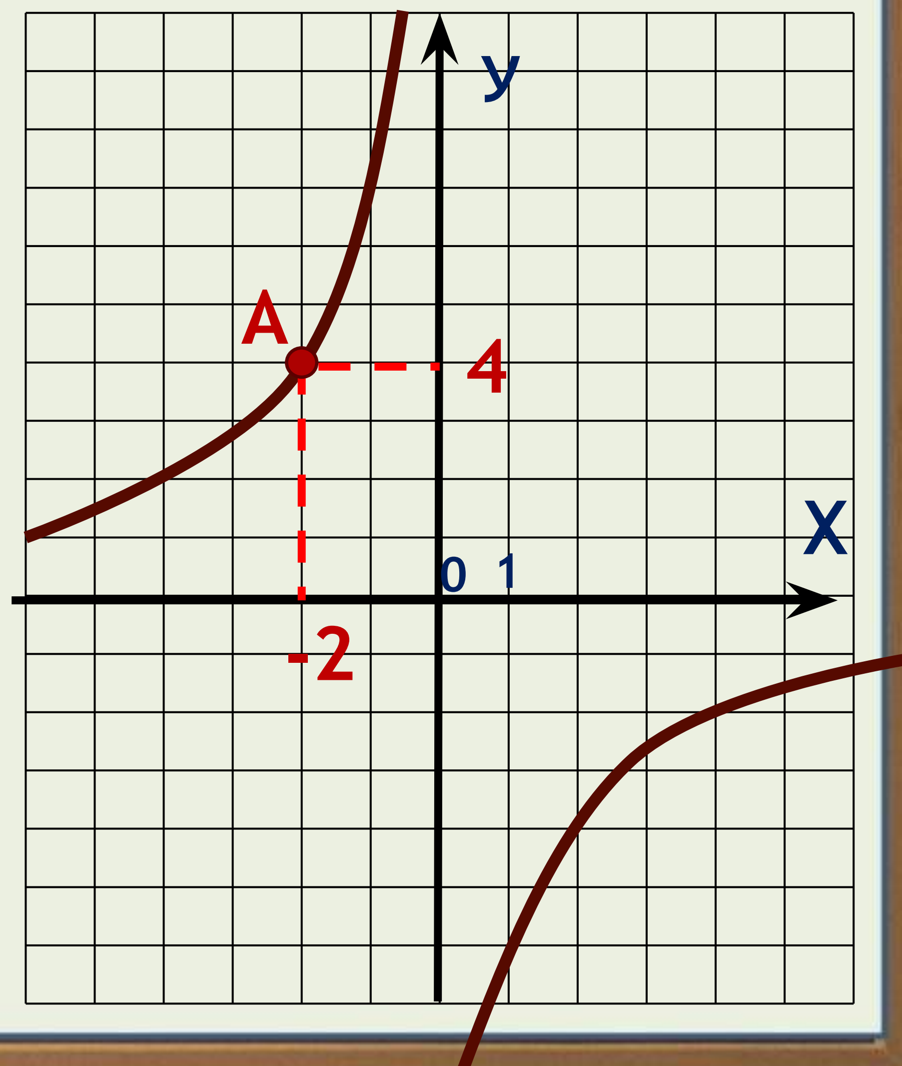
Найдем координаты точки, принадлежащей графику функции

А $(-2\,;4)$

Подставим координаты точки в функцию

$y = \frac{k}{x}$ $\Rightarrow$ $4 = \frac{k}{-2}$

$k = -8$



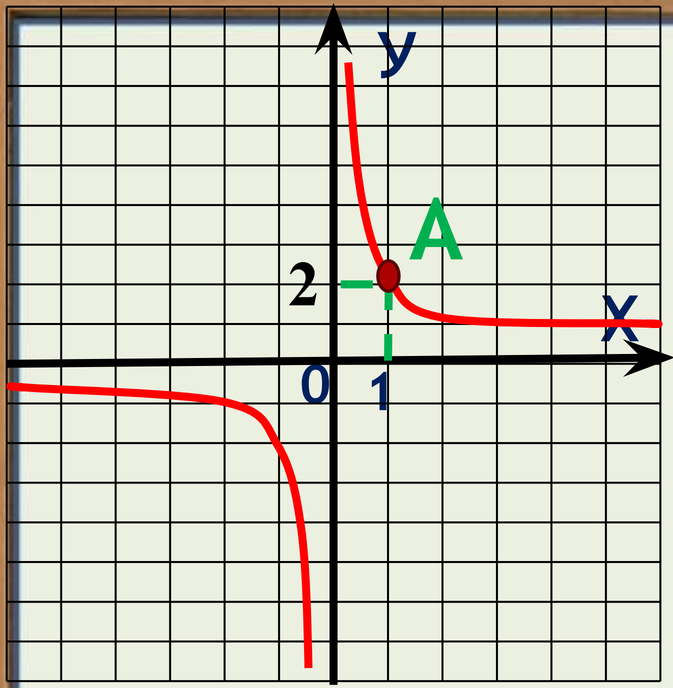


График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?

1) $y = \frac{1}{2x}$

2) $y = -\frac{2}{x}$

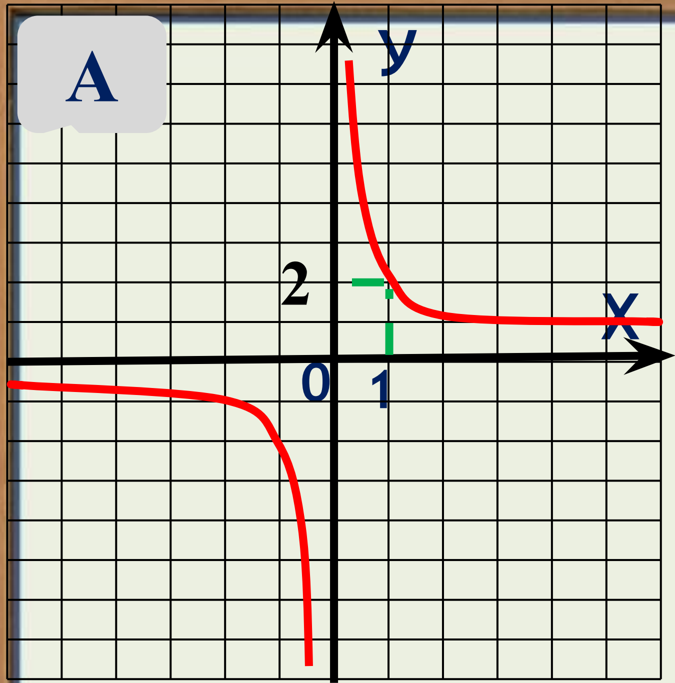
3) $y = \frac{2}{x}$

4) $y = -\frac{1}{2x}$

Так как график функции расположен в 1 и 3 четвертях, то ***k*> 0**.

Найдем координаты точки, принадлежащей графику функции.

Очевидно, что точка A(1;2) принадлежит функции №3.

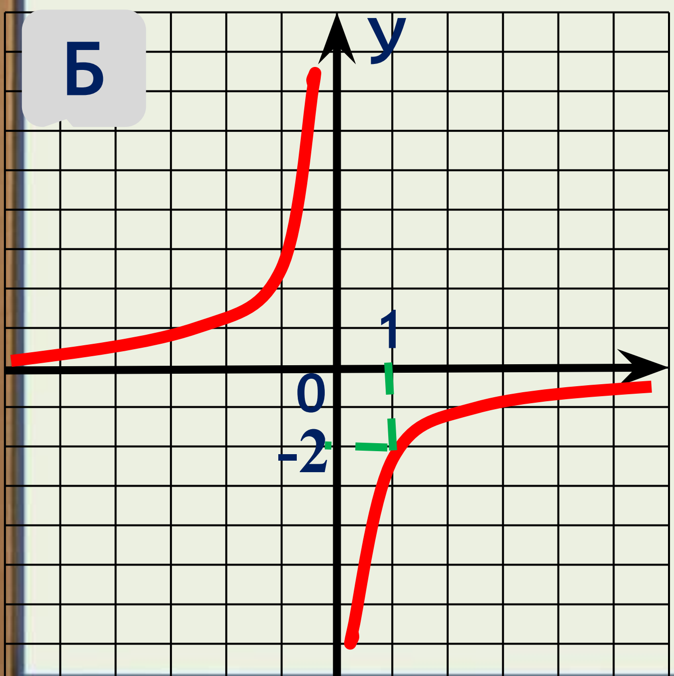


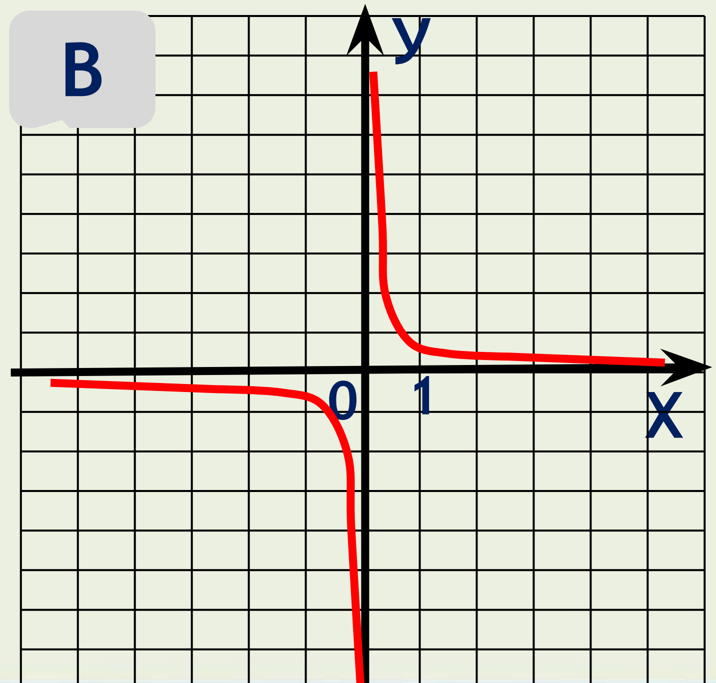
Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают.

Если $k < 0$,то график функции расположен во второй и четвертой четверти.

Далее поступаем как в предыдущей задаче.

А – 1 Б – 3 В - 2





1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = \frac{1}{2x}$

3) $y = -\frac{2}{x}$

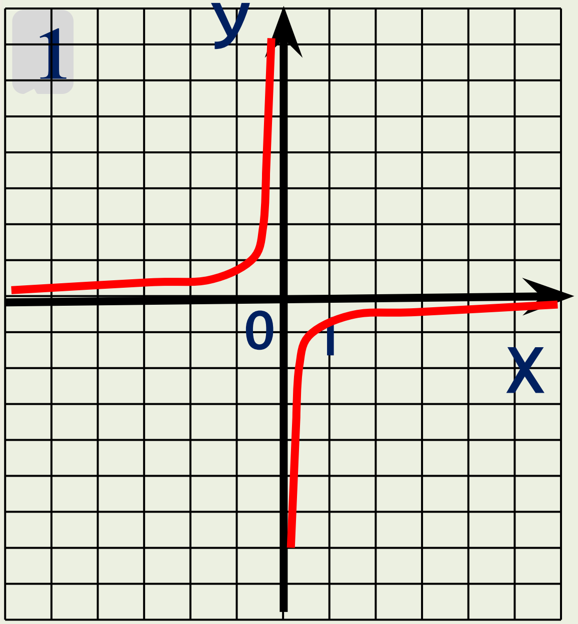
4) $y = -\frac{1}{2x}$

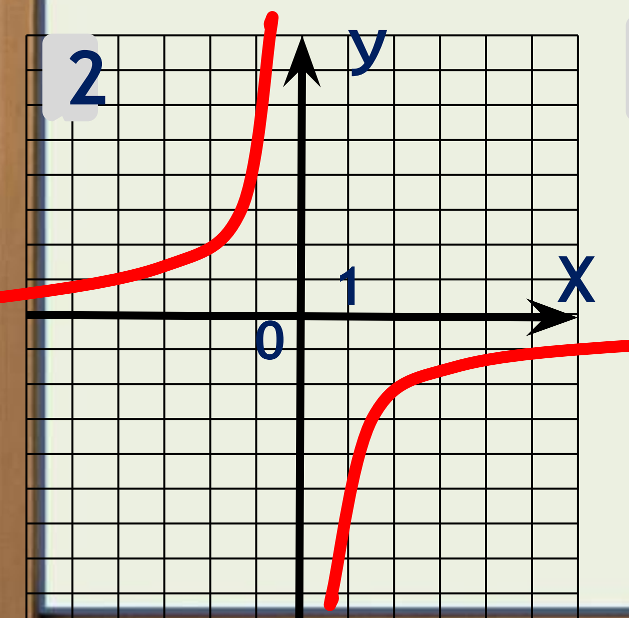
Решите самостоятельно.

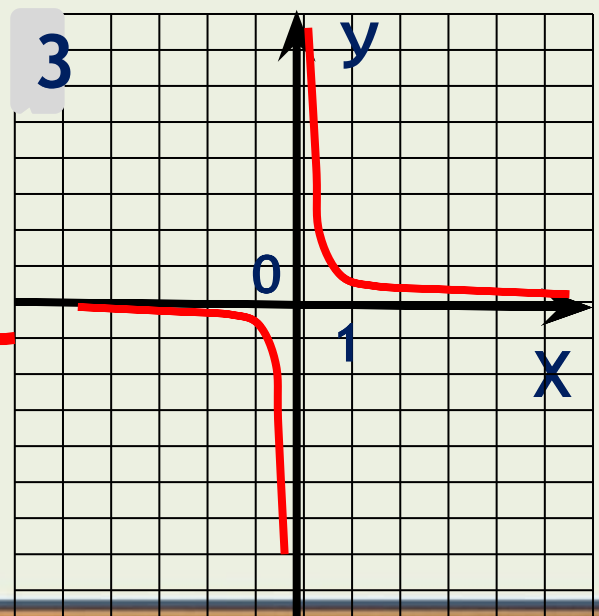
Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают.

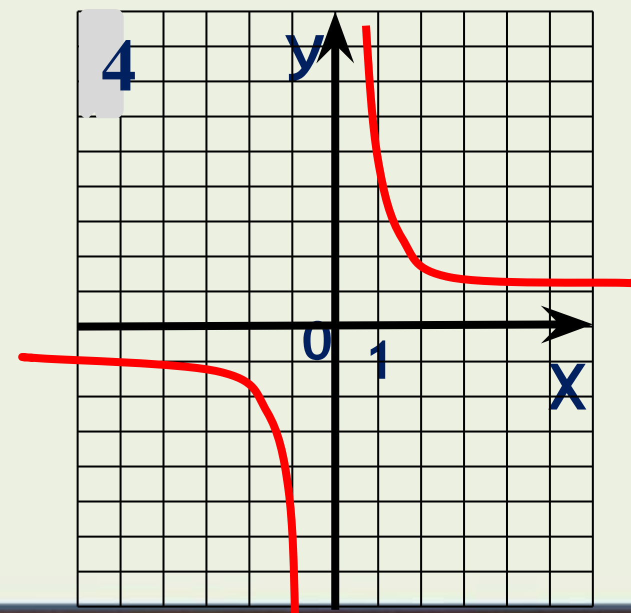
Проверь себя

1) $y = \frac{4}{x}$ 2) $y = -\frac{4}{x}$ 3) $y = -\frac{1}{4x}$









Найдите значения коэффициентов по графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ изображенному на рисунке.

A(0; 4) ➡ $4 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$ ➡ $c = 4$ ➡

Для того, чтобы найти коэффициент *c*, надо найти ординату точки пересечения графика функции с осью ОУ.

Найдем коэффициент ***a***. Для этого определяем координаты вершины (m; n)

m= 2 n= 2

Определяем координаты любой точки А (0;4)

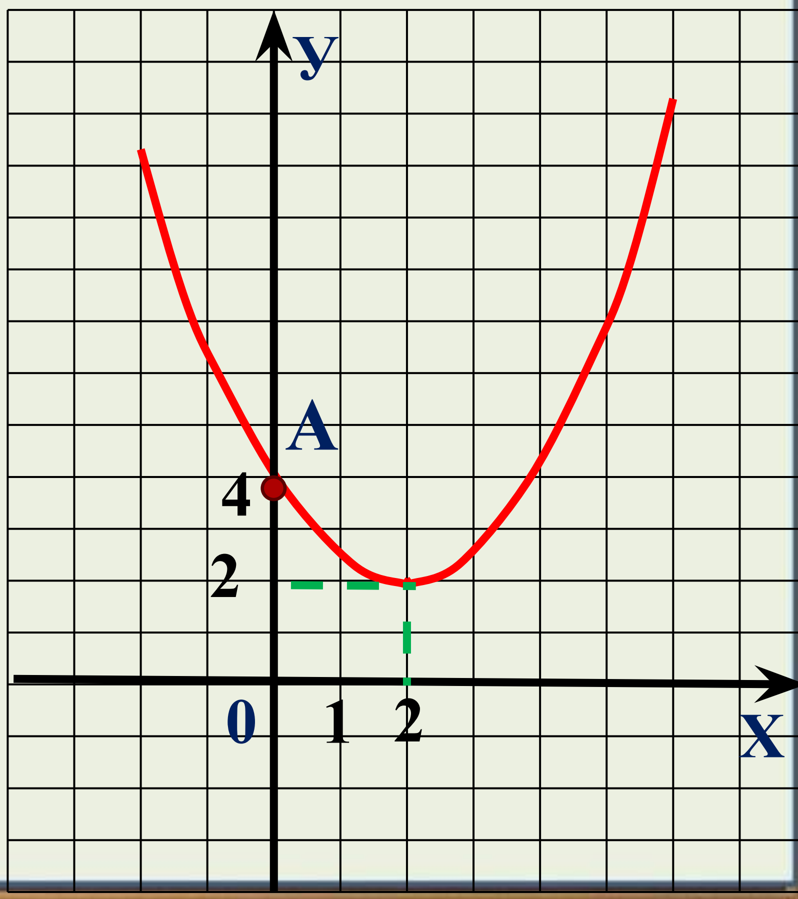
Подставляем эти значения в формулу квадратичной функции, заданной в ином виде: $y = a(x - m)^2 + n$

$4 = a(0-2)^2 + 2$ ➡ $4 = 4a + 2$ ➡

$4 - 2 = 4a$ ➡ $a = 0{,}5$

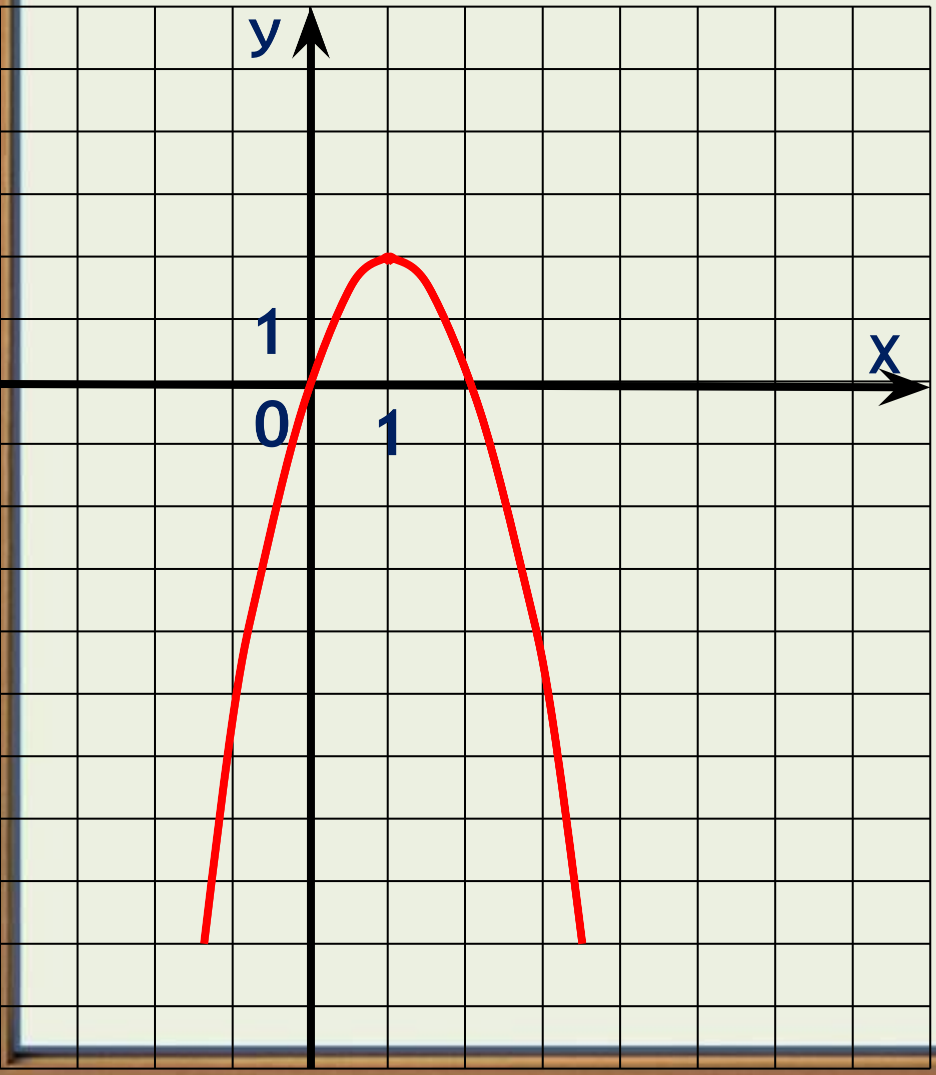
Для нахождения коэффициента *b*, воспользуемся формулой для нахождения абсциссы параболы $m = \frac{-b}{2a}$ ➡ $2 = \frac{-b}{2 \cdot 0{,}5}$

$b = -2$



Решите самостоятельно.

1. Найдите значения коэффициентов по графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ изображенному на рисунке.



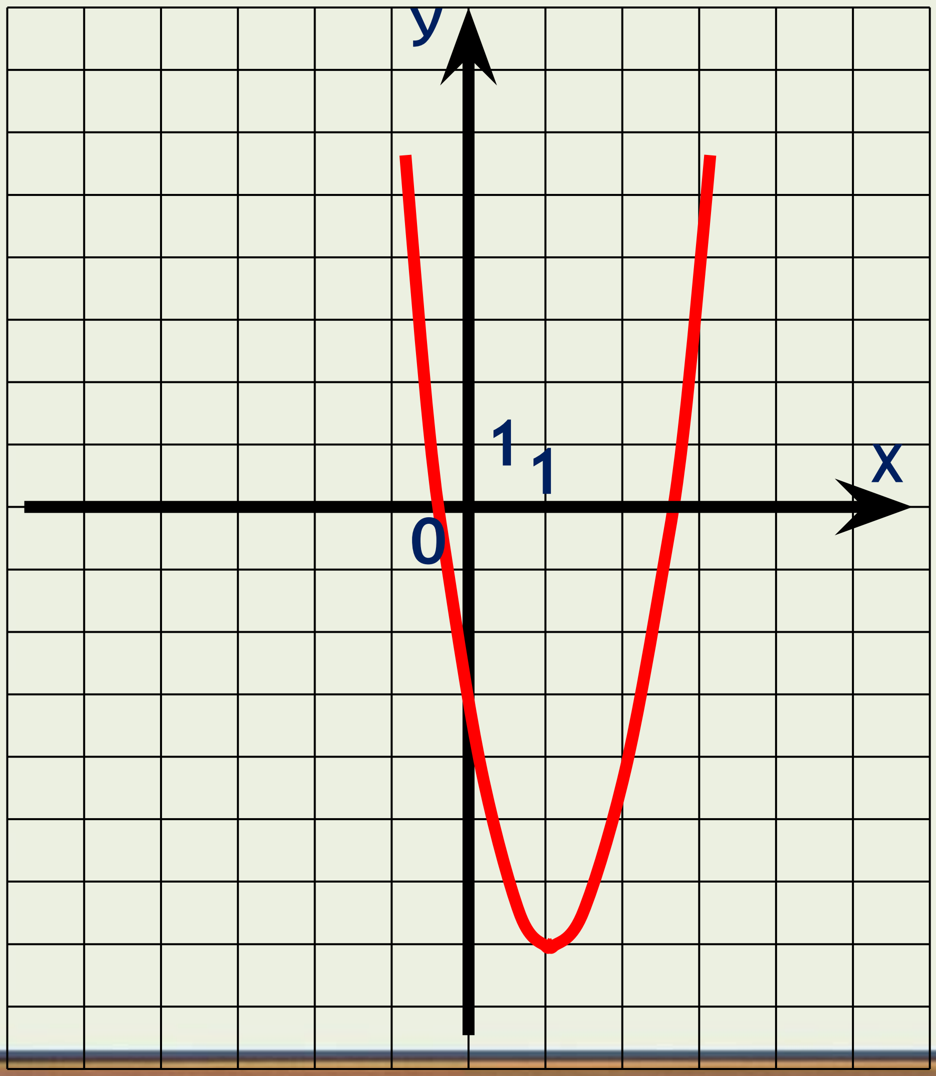
c = о

a = -2

b = 4

Проверь себя

2. Найдите значения коэффициентов по графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ изображенному на рисунке.



$c = -3$

$a = 3$

$b = -6$

Проверь себя

ОГЭ

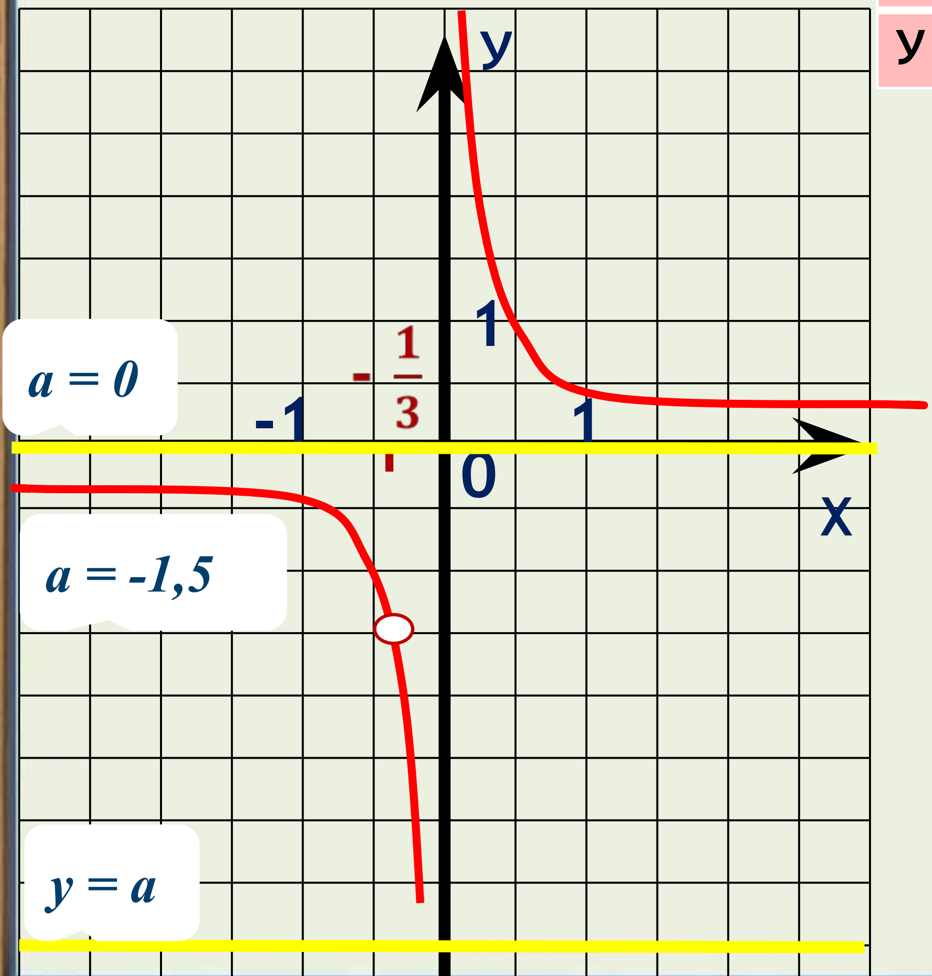
Задание 23

Постройте график функции $y = \frac{3x+1}{6x^2+2x}$ ***и определите, при каких значениях параметра a прямая y = a не имеет с графиком общих точек.***

1. Преобразуем функцию: $y = \frac{3x+1}{6x^2+2x} = \frac{3x+1}{2x(3x+1)} = \frac{1}{2x}$, ОДЗ: $x \neq 0$, $x \neq -\frac{1}{3}$

2. Построим график функции $y = \frac{1}{2x}$

X	1	0,5	2	−1	−0,5	−2
У	0,5	1	0,25	−0,5	−1	−0,25



Определим, при каких значениях параметра *a* прямая *y* = *a* не имеет с графиком общих точек.

Очевидно, что горизонтальная прямая *y* = *a* не имеет с графиком ни одной общей точки при ***a*** **= 0** и в "исключенной" точке $x = -\frac{1}{3}$.

Найдем соответствующую ординату:

$$y = \frac{1}{2x} = \frac{-3}{2} = -1{,}5 \rightarrow \boldsymbol{a = -1{,}5}$$

Ответ: 0 и – 1,5.

Постройте график функции $y = \frac{x^3+3x^2+16x+48}{x+3}$ ***и определите, при каких значениях параметра k прямая y = kx не имеет с графиком общих точек.***

Преобразуем функцию

$$y = \frac{x^3+3x^2+16x+48}{x+3} = \frac{x^2(x+3)+16(x+3)}{x+3} = \frac{(x+3)(x^2+16)}{x+3} = x^2+16$$

Построим график функции $y = x^2+16$, учитывая ОДЗ: $x \neq -3$.

График получим из графика функции $y = x^2$, который сдвинем на 16 ед.отрезков вдоль оси ординат.

$x = -3$, найдем соответствующую ординату. $y = x^2+16$, $y = (-3)^2+16$, $y = 25$.

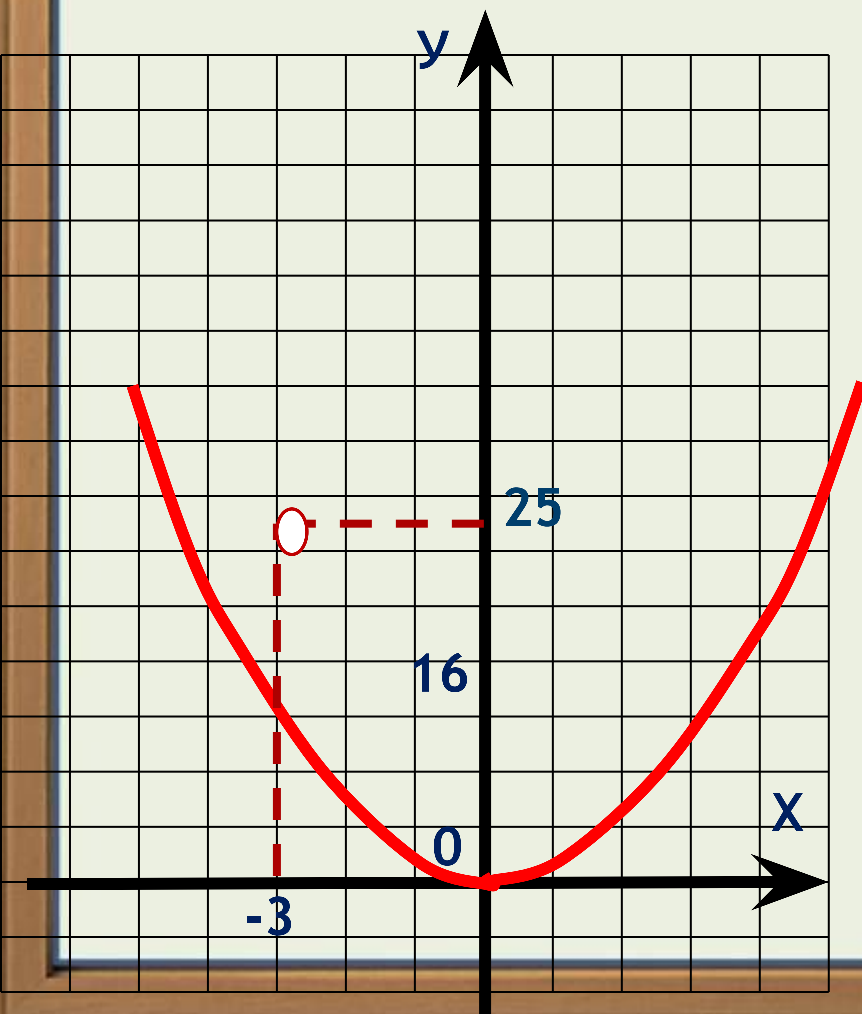
Получили точку с координатами (-3;25).

Так как $y=kx$, получаем $25 = -3k$, $k = -\frac{25}{3}$

Ответ: $-\frac{25}{3}$; (-8;8).

Очевидно, что прямая $y=kx$ не имеет общих точек с параболой, если:

- графики этих функций не пересекаются (1);
- в точке с абсциссой x= -3 (2).



1. Для того, чтобы найти значения параметра k при которых графики функций не пересекаются, рассмотрим систему $\begin{cases} y = kx \\ y = x^2+16 \end{cases}$

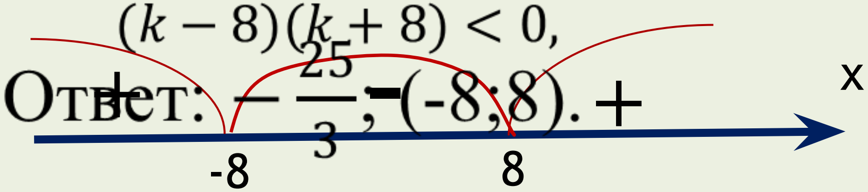
решим методом сложения, получим

$x^2 - kx + 16 = 0$

Нас интересуют такие значения параметра k, при котором уравнение не имеет корней, т.е. $Д<0$.

$Д = k^2 - 4 \cdot 16, \quad k^2 - 64 < 0,$

$(k-8)(k+8) < 0,$



$k \in (-8; 8)$

2.

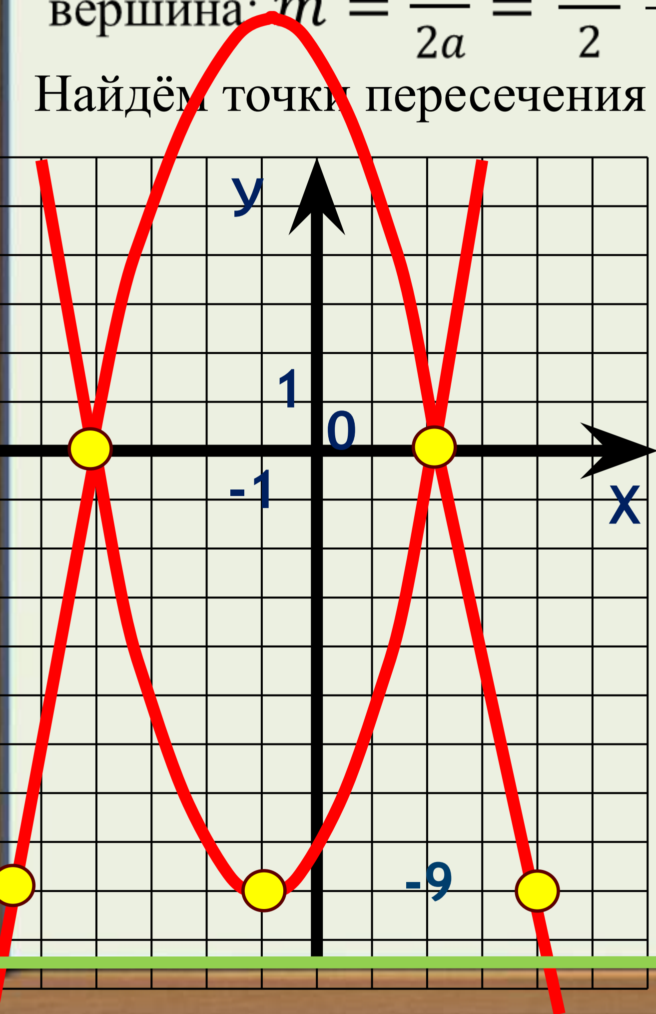
Постройте график функции $\mathbf{y = -\left|x^2 + 2x - 8\right|}$ ***и определите, при каких значениях параметра а прямая у=ах имеет с графиком три или более общих точек.***

Чтобы построить график данной функции, построим график квадратичной функции $y = x^2 + 2x - 8$. График парабола, *a*> 0 ветви вверх,

вершина: $m = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$ $n = (-1)^2 + 2(-1) - 8 = -9$ (-1;-9)

Найдём точки пересечения параболы с осью абсцисс: у=0, $x^2 + 2x - 8 = 0$

Д=36, $x_1 = -4,$ $x_2 = 2.$



Построим параболу.

Чтобы получить график функции $y = \left|x^2 + 2x - 8\right|$ надо учитывать, что для этой функции $y \geq 0$.

Нам нужно построить график функции $y = -\left|x^2 + 2x - 8\right|$, следовательно: $y \leq 0$.

Найдем значения параметра *а* , при которых прямая *у=ах* имеет с графиком три или более общих точек, используя чертеж.

Следовательно $a \in [-9; 0)$

Ответ: $[-9; 0)$

Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 3$ и определите, при каких значениях параметра а прямая у=а имеет с графиком ровно две общие точки.

Воспользуемся определением модуля числа: $|a| = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}$

и преобразуем функцию: $y = \begin{cases} x \geq 0,\ x^2 - 4x + 3 & (1) \\ x < 0,\ x^2 + 4x + 3 & (2) \end{cases}$, построим график каждой функции.

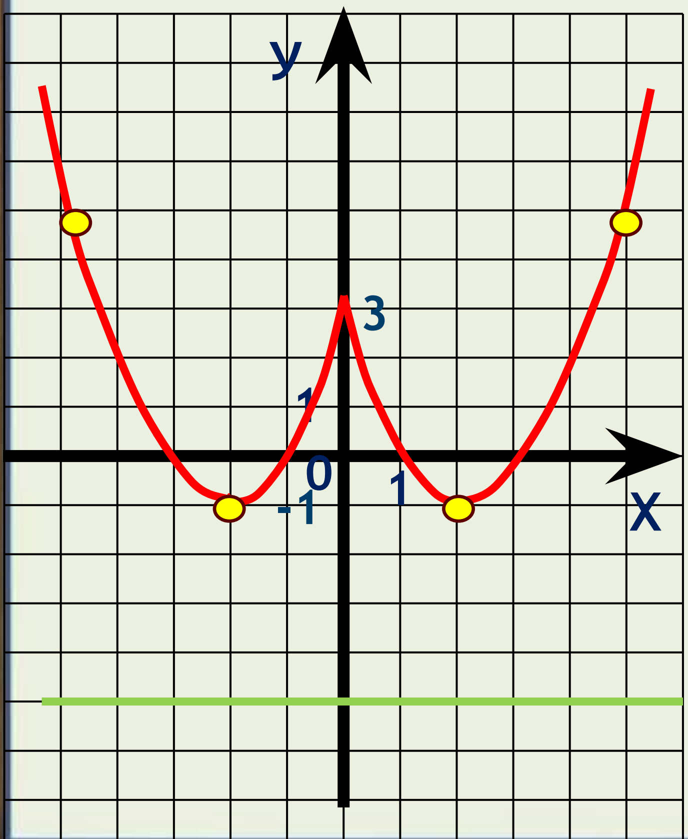
1. $x \geq 0$, $y = x^2 - 4x + 3$, квадратичная функция,

график парабола, ветви ↑ ($a > 0$).

$m = \frac{4}{2} = 2$, $n = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$, (2;-1)

Найдем дополнительные точки: (1;0), (0;3).

Строим график.



2. График функции при $x < 0$, симметричен построенной параболе относительно оси ординат.

Определим при каких значениях параметра *a* прямая у=*a* имеет с графиком ровно две общие точки.

у = -1, $a = -1$ $a \in (3; +\infty)$

Ответ: -1; $(3;+\infty)$

Самостоятельная работа.

1. *Постойте график функции* $y=\frac{4x+2}{2x^2+x}$ *и определите, при каких значениях параметра а прямая y=a не имеет с графиком общих точек.*

Проверь решение

2. *Постройте график функции* $y = x^2 - |x| + 2$ *и определите, при каких значениях параметра а прямая* $y = a$ *имеет с графиком ровно две общие точки.*

Проверь решение

3. *Постройте график функции* $y = |x^2 - x - 12|$ *и определите, при каких значениях параметра а прямая y=a имеет с графиком три или более общих точек.*

Проверь решение

4. *Постройте график функции* $y=\frac{2x^3-x^2+18x-9}{2x-1}$ *и определите, при каких значениях параметра k прямая y=kx не имеет с графиком общих точек.*

Закончить урок

Проверь решение

1. Постойте график функции $y=\frac{4x+2}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях параметра a прямая y=a не имеет с графиком общих точек.

Преобразуем функцию:

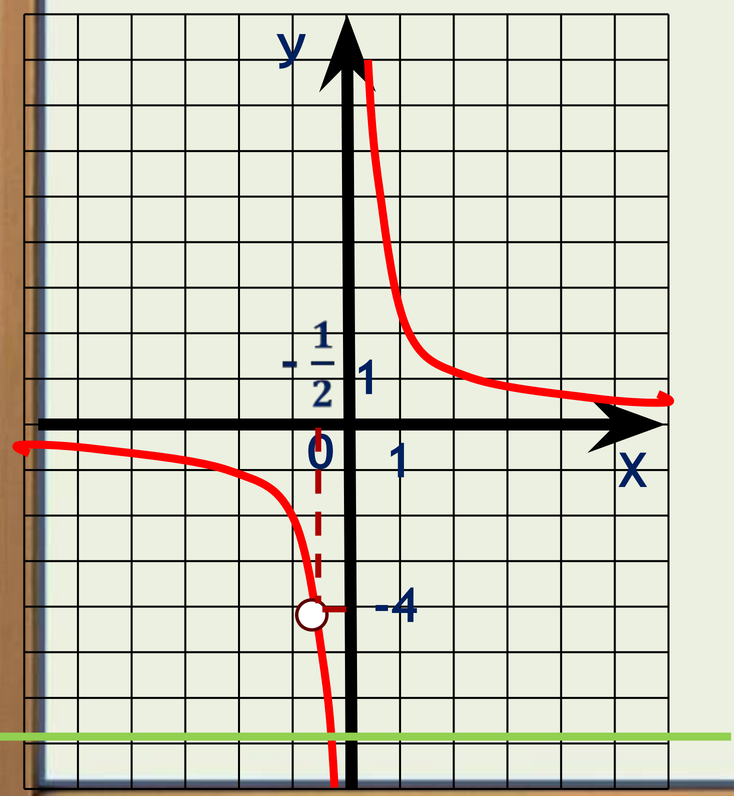
$$y=\frac{4x+2}{2x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(2x+1)}=\frac{2}{x}$$

ОДЗ: $x(2+x)\neq 0,\ \ x\neq 0,\ \ x\neq -\frac{1}{2}$

Строим график функции $y=\frac{2}{x}$

Дополнительные точки: (2;1), (1;2), (4;0,5), (-2;-1), (-1;-2), (-4;-0,5)

$$y\left(-\frac{1}{2}\right)=2:\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$$



a = -4 **a = 0**

Ответ: -4 и 0.

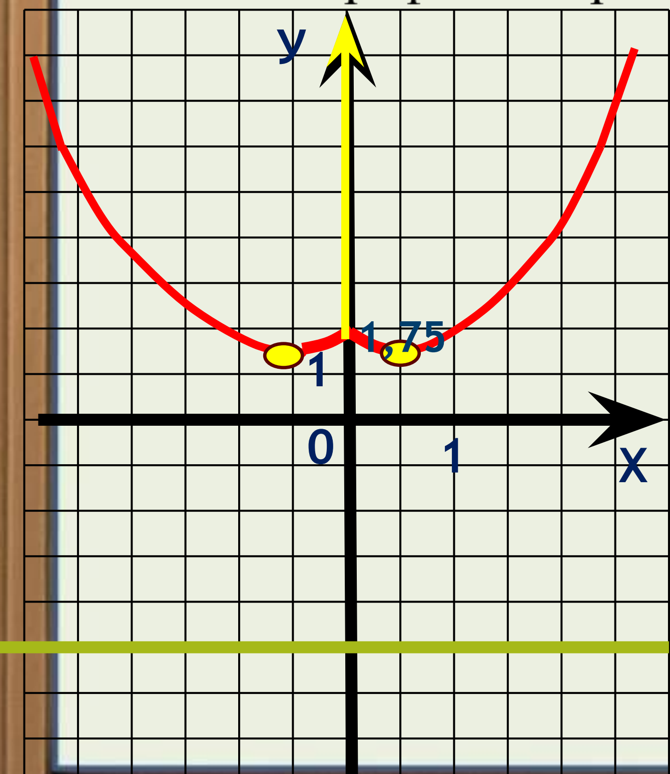
вернуться

2. Постройте график функции $y = x^2 - |x| + 2$ ***и определите, при каких значениях параметра a прямая*** $y = a$ ***имеет с графиком ровно две общие точки.***

Преобразуем функцию, используя определение модуля числа

$$y = \begin{cases} x \geq 0, & x^2 - x + 2 \ (1) \\ x < 0, & x^2 + x + 2 \ (2) \end{cases}$$

Построим график функции при $x \geq 0, y = x^2 - x + 2$, квадратичная функция, график – парабола, ветви ↑ , вершина (0,5; 1,75).



Дополнительные точки: (0;2), (1;2), (2;4), (3;8).

Строим график функции (1).

График функции при $x < 0$, симметричен построенной параболе относительно оси ординат.

Определим при каких значениях параметра *a* прямая у=*a* имеет с графиком ровно две общие точки.

а = -1,75 $\quad a \in (2; +\infty)$

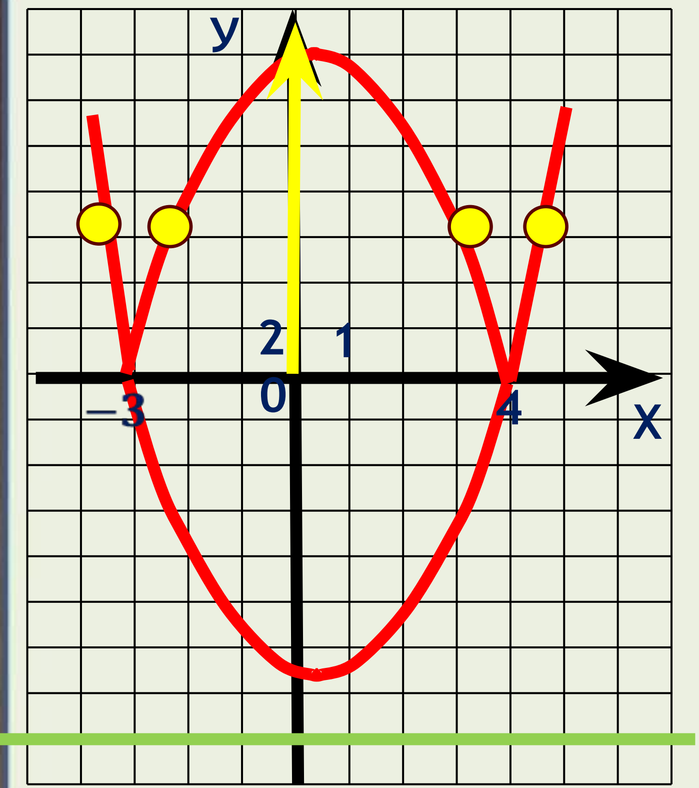
Ответ:1,75; $(2; +\infty)$

вернуться

3. Постройте график функции $y = |x^2 - x - 12|$ и определите, при каких значениях параметра а прямая у=а имеет с графиком три или более общих точек.

Построим график функции $y = x^2 - x - 12$, квадратичная функция, график – парабола, ветви ↑, вершина (0,5; -12,25).

Найдём точки пересечения параболы с осью абсцисс: y=0, $x^2 - x - 12 = 0$



Д=49, $x_1 = -3$, $x_2 = 4$.

Строим параболу.

Данную параболу преобразуем в график функции $y = |x^2 - x - 12|$, $y \geq 0$.

Найдем значения параметра *a*, при которых прямая *y=ax* имеет с графиком три или более общих точек, используя чертеж.

$a \in (0; -12{,}25]$

Ответ: $(0; -12{,}25]$

вернуться

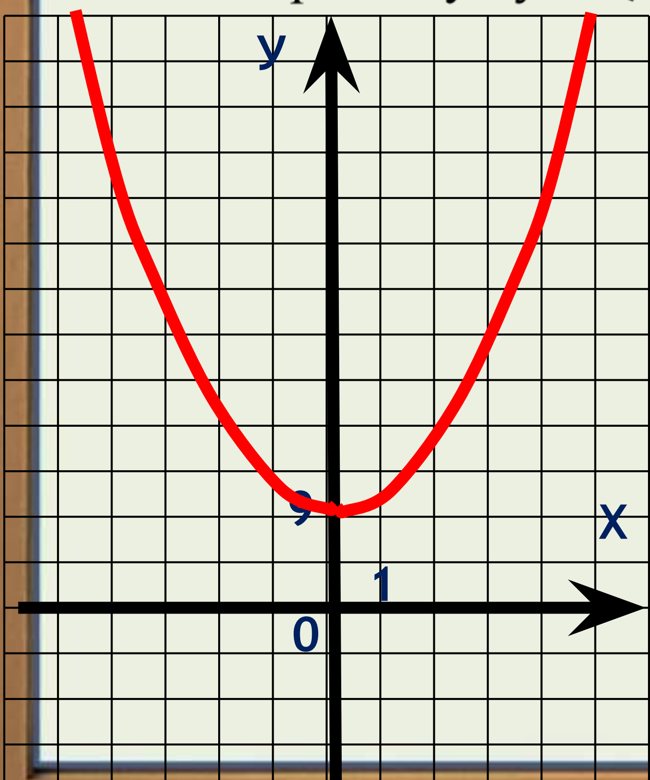
4. Постройте график функции $y=\frac{2x^3-x^2+18x-9}{2x-1}$ ***и определите, пи каких значениях параметра k прямая y=kx не имеет с графиком общих точек.***

Преобразуем функцию: $y = \frac{2x^3-x^2+18x-9}{2x-1} = \frac{x^2(2x-1)+9(2x-1)}{2x-1} = \frac{(x^2+9)(2x-1)}{2x-1} = x^2 + 9$

Строим график функцииу $= x^2 + 9$, *ДОЗ:* $x \neq 0{,}5$

Прямая *y=kx* не имеет общих точек с графиком данной функции при $x \neq 0{,}5$

Найдем ординату: $y = (0{,}5)^2 + 9 = 9{,}25$. Получили точку (0,5; 9,25).



Найдем *k*, подставив координаты точки в формулу

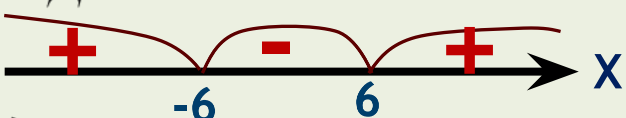
$y = kx$; $9{,}25 = 0{,}5\,k$; $k=18{,}5$

Для того, чтобы найти значения параметра *k* при которых графики функций не пересекаются,

рассмотрим систему уравнений: $\begin{cases} y = kx, \\ y = x^2 + 9 \end{cases}$

$x^2 - kx + 9 = 0$, *Д*$= k^2$-36< 0

(k-6)(k+6)< 0



f(0)=-36 $k\epsilon(-6; 6)$

Ответ: 18,5 ; (-6;6).

вернуться

Удачи на экзамене!!!