

# Программирование (Паскаль)

§ 19. Символьные строки

§ 20. Обработка массивов

§ 21. Матрицы (двумерные массивы)

§ 22. Сложность алгоритмов

§ 23. Как разрабатывают программы?§

23. Как разрабатывают  
программы?

§ 24. Процедуры

§ 25. Функции

# Программирование (Паскаль)

## **§ 19. Символьные строки**

# Что такое символьная строка?

**Символьная строка** – это последовательность СИМВОЛОВ.

**Хочется:**

- строка – единый объект
- длина строки может меняться во время работы программы

```
var s: string; { символьная строка }
```

строковый тип

# Символьные строки

## Присваивание:

```
s := 'Вася пошёл гулять' ;
```

```
var s: string;
```

## Ввод с клавиатуры:

```
readln(s) ;
```

ввод до конца строки

## Вывод на экран:

```
writeln(s) ;
```

## Длина строки:

```
var n: integer;
```

```
n := Length(s) ;
```

# Сравнение строк

```
var s: string;  
...  
writeln('Введите пароль: ');  
readln(s);  
if s='sEzAm' then  
    write('Слушаюсь и повинуюсь!')  
else  
    write('Пароль неправильный');
```



Какой правильный пароль?



Как одна строка может быть меньше другой?

стоит раньше в отсортированном списке

# Сравнение строк

```
var s1, s2: string;  
...  
s1:= 'паровоз';  
s2:= 'пароход';  
if s1 < s2 then  
    write(s1, '<', s2)  
else  
    if s1 = s2 then  
        write(s1, '=', s2)  
    else  
        write(s1, '>', s2);
```



Что выведет?

паровоз < пароход

первые отличающиеся  
буквы

Сравниваем с начала:

паровоз
пароход



В < Х!

«В»: КОД 1074    «Х»: КОД 1093

# Посимвольная обработка строк

```
s[4] := 'a';
```

Задача. Ввести строку и заменить в ней все буквы «э» на буквы «е».

```
var i: integer;  
...  
for i:=1 to length(s) do  
    if s[i]='э' then  
        s[i]:='e';
```

для каждого символа  
строки

# Задачи

---

**«А»:** Напишите программу, которая заменяет в символьной строке все точки на нули и все буквы X на единицы.

**Пример:**

Введите строку: **..X.XX**

Двоичный код: 0010110

**«В»:** Напишите программу, которая выполняет инверсию битов в символьной строке: заменяет в ней все нули на единицы и наоборот.

**Пример:**

Введите строку: **10011010**

Инверсия: 01100101



# Задачи

---

**«С»:** Введите битовую строку и дополните её последним битом, который должен быть равен 0, если в исходной строке чётное число единиц, и равен 1, если нечётное (в получившейся строке должно всегда быть чётное число единиц).

**Пример:**

Введите битовую строку: **01101010110**

Результат: 011010101100

# Операции со строками

## Объединение (конкатенация) :

```
s1 := 'Привет' ;  
s2 := 'Вася' ;  
s  := s1 + ', ' + s2 + '!' ;
```

'Привет, Вася!'

## Срез (выделение части строки):

```
s := '123456789' ;  
s1 := сору(s, 3, 5) ; { '34567' }
```

с какого  
СИМВОЛА

СКОЛЬКО  
СИМВОЛОВ

# Операции со строками

## Удаление:

```
s := '123456789' ;  
delete (s, 3, 6) ; { '129' }
```

с какого  
СИМВОЛА

СКОЛЬКО  
СИМВОЛОВ

## Вставка:

```
s := '123456789' ;  
insert ('ABC', s, 3) ; { '12ABC3456789' }
```

что

куда

с какого  
СИМВОЛА



Процедуры или функции?

# Поиск в строках

```
s := 'Здесь был Вася.';
```

что где

```
n := pos('с', s);
```

```
if n > 0 then
```

```
    write('Номер символа ', n)
```

```
else
```

```
    write('Символ не найден.');
```



Находит первое слева вхождение подстроки!

# Задачи

---

**«А»:** Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию и имя, разделив их пробелом. Вывести первую букву имени с точкой и потом фамилию.

**Пример:**

**Введите фамилию, имя и отчество:**

**Иванов Петр**

**П. Иванов**

**«В»:** Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию, имя и отчество, разделив их пробелом. Вывести фамилию и инициалы.

**Пример:**

**Введите фамилию, имя и отчество:**

**Иванов Петр Семёнович**

**П.С. Иванов**

# Задачи

---

**«С»:** Ввести адрес файла и «разобрать» его на части, разделенные знаком ' / '. Каждую часть вывести в отдельной строке.

## Пример:

Введите адрес файла:

**С: /фото/2015/Байкал/shaman.jpg**

С:

фото

2015

Байкал

shaman.jpg

# Преобразования «строка» → «число»

## Целое число:

```
var r: integer;
```

```
...
```

```
s := '123';
```

```
val(s, N, r); { N = 123 }
```

номер первого  
ошибочного символа

## Вещественное число:

```
var r: integer;
```

```
...
```

```
s := '123.456';
```

```
val(s, X, r); { X = 123.456 }
```

## Преобразования «число» → «строка»

```
n := 123;  
str(N, s); { s = '123' }  
x := 123.456;  
str(X, s); { s = '1.234560E+002' }  
str(X:10:3, s); { s = ' 123.456' }
```



Как объявить переменные?



# Задачи

---

**«А»:** Напишите программу, которая вычисляет сумму двух чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

**Пример:**

**Введите выражение :**

**12+3**

**Ответ: 15**

**«В»:** Напишите программу, которая вычисляет сумму трёх чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

**Пример:**

**Введите выражение :**

**12+3+45**

**Ответ: 60**

# Задачи

---

«С»: Напишите программу, которая вычисляет сумму произвольного количества чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

**Пример:**

**Введите выражение :**

**12+3+45+10**

**Ответ: 70**

«D»: Напишите программу, которая вычисляет выражение, содержащее целые числа и знаки сложения и вычитания.

**Пример:**

**Введите выражение :**

**12+134-45-17**

**Ответ: 84**

# Программирование (Паскаль)

## **§ 20. Обработка массивов**

# Обработка потока данных

**Задача.** С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Определить, сколько было введено положительных чисел.

- 1) нужен счётчик
- 2) счётчик увеличивается
- 3) нужен цикл
- 4) это цикл с условием (число шагов неизвестно)

 ?

Когда увеличивать счётчик?

 ?

Какой цикл?

**счётчик = 0**

**пока не введён 0 :**

**если введено число > 0 то**

**счётчик := счётчик + 1**

# Обработка потока данных

```
var x, count: integer;  
count := 0;  
read( x );  
while x <> 0 do begin  
    if x > 0 then  
        count := count + 1;  
    read( x );  
end;  
writeln( count );
```

откуда взять x?



Что плохо?

# Найди ошибку!

```
var x, count: integer;  
count := 0;  
read( x );  
while x <> 0 do begin  
    if x > 0 then  
        count := count + 1;  
er read( x );  
writeln( count );
```

# Найди ошибку!

```
var x, count: integer;  
count := 0;  
while x = 0 do begin  
    if x <> then  
        count := count + 1;  
    read( x );  
end;  
writeln( count );
```

# Обработка потока данных

**Задача.** С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

- 1) нужна переменная для суммы
- 2) число добавляется к сумме, если оно заканчивается на "5"
- 3) нужен цикл с условием

**сумма := 0**

**пока не введён 0:**

**если число оканчивается на "5" то**

**сумма := сумма + число**



Как это записать?

**if x mod 10 = 5 then**



# Обработка потока данных

**Задача.** С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

```
var x, sum: integer;  
sum := 0;  
read( x );  
while x <> 0 do begin  
    if x mod 10 = 5 then  
        sum := sum + x;  
    read( x )  
end;  
writeln( sum );
```



Чего не хватает?

# Найди ошибку!

---

```
var x, sum: integer;  
sum := 0;  
read( x ); 0 do begin  
    if x mod 10 = 5 then  
        sum := sum + x;  
    read( x )  
end;  
writeln( sum );
```

# Задачи

---

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено чисел, которые делятся на 3.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено двузначных чисел, которые заканчиваются на 3.

# Задачи

---

- «C»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти среднее арифметическое всех двузначных чисел, которые делятся на 7.
- «D»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти максимальное из введённых чётных чисел.

# Перестановка элементов массива



Как поменять местами значения двух переменных  $a$  и  $b$ ?

вспомогательная  
переменная

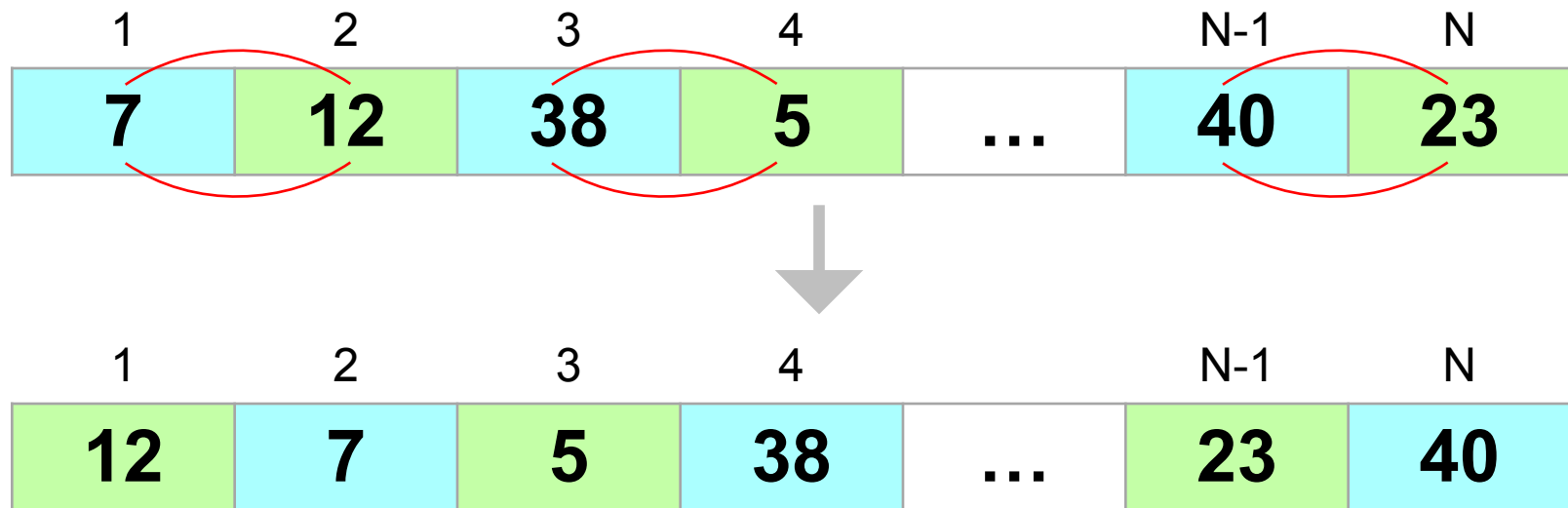
```
c := a;  
a := b;  
b := c;
```

элементы массива:

```
c := A[i];  
A[i] := A[k];  
A[k] := c;
```

# Перестановка пар соседних элементов

**Задача.** Массив  $A$  содержит чётное количество элементов  $N$ . Нужно поменять местами пары соседних элементов: первый со вторым, третий — с четвёртым и т. д.



# Перестановка пар соседних элементов

```
for i:=1 to N do begin
```

```
    поменять местами A[i] и A[i+1]
```

```
end;
```



Что плохо?

1	2	3	4	5	6
7	12	38	5	40	23
12	7	38	5	40	23
12	38	7	5	40	
12	38	5	7	40	23
12	38	5	40	7	23
12	38	5	40	23	7

выход за границы  
массива



# Перестановка пар соседних элементов

не выходим за  
границу

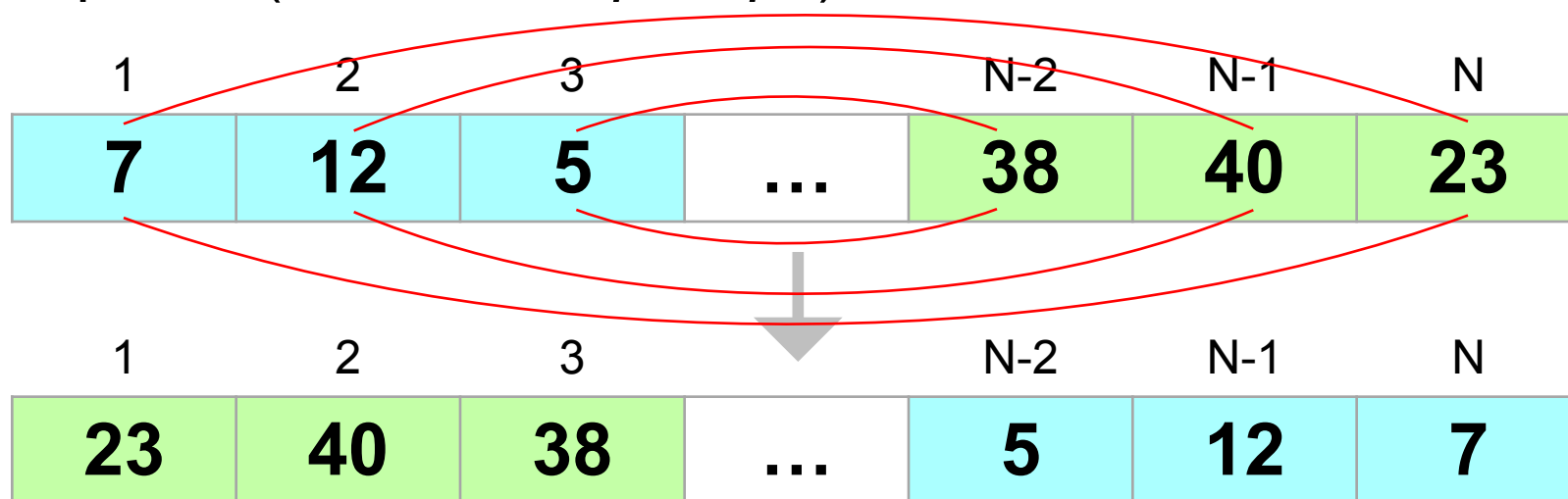
```
i := 1;  
while i < N do begin  
    { переставляем A[i] и A[i+1] }  
    c := A[i];  
    A[i] := A[i+1];  
    A[i+1] := c;  
    i := i + 2    { к следующей паре }  
end;
```

$A[1] \leftrightarrow A[2], A[3] \leftrightarrow A[4], \dots, A[N-1] \leftrightarrow A[N]$



# Реверс массива

Задача. Переставить элементы массива в обратном порядке (выполнить *реверс*).



$$A[1] \leftrightarrow A[N]$$

$$1+N = N+1$$

$$A[2] \leftrightarrow A[N-1]$$

$$2+N-1 = N+1$$

$$A[i] \leftrightarrow A[N+1-i]$$

$$i+??? = N+1$$

$$A[N] \leftrightarrow A[1]$$

$$N+1 = N+1$$

# Реверс массива

```
for i:=1 to N div 2 do begin  
    поменять местами A[i] и A[N+1-i]  
end;
```



Что плохо?

1	2	3	4
7	12	40	23
23	12	40	7
23	40	12	7
23	12	40	7
7	12	40	23

i=1

i=2

i=3

i=4



Как исправить?

# Линейный поиск в массиве

Задача. Найти в массиве элемент, равный X, и его номер.

**X = 5**

	1	2	3	4	5	6
	7	12	38	5	40	23

```
i:=1;  
while A[i]<>X do  
    i:= i + 1;  
writeln('A[' ,i, ']= ' ,X) ;
```



Что плохо?



Если искать 4?



Нельзя выходить за границы массива!

# Линейный поиск в массиве

не выходим за  
границу

```
i:=1;  
while (i<=N) and (A[i]<>X)  
    i:= i + 1;  
if i<=N then  
    writeln( 'A[',i,',']=',X )  
else  
    writeln( 'Не нашли!' );
```



Как проверить, нашли  
или нет?

# Досрочный выход из цикла

Задача. Найти в массиве элемент, равный X, и его номер.

```
var nX: integer;
```

```
nX:=0; { номер элемента }
```

```
for i:=1 to N do
```

```
  if A[i]=X then begin
```

нашли!

```
    nX:= i; { запомнить номер }
```

```
    break
```

сразу выйти  
из цикла

```
  end;
```

```
if nX > 0 then
```

```
  writeln( 'A[', nX, ']=', X )
```

```
else
```

```
  writeln( 'Не нашли!' );
```

?

Как объявить nX?

# Задачи

---

«А»: Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[0, 20]$ , выводит его на экран, а затем находит индекс первого элемента, равного введённому числу  $X$ . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

## Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Что ищем: 13

$A[4] = 13$

# Задачи

---

«В»: Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[-10, 10]$ , выводит его на экран, а затем находит индекс **последнего** элемента, равного введённому числу  $X$ . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

## Пример:

Массив: -5 -6 2 3 -3 0 8 -3 0 9

Что ищем: 0

$A[9] = 0$

# Задачи

---

«С»: Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[10, 50]$ , выводит его на экран, а затем находит индексы всех элементов, равных введённому числу  $X$ . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

## Пример:

Массив: 12 45 30 18 30 15 30 44 32 17

Что ищем: 30

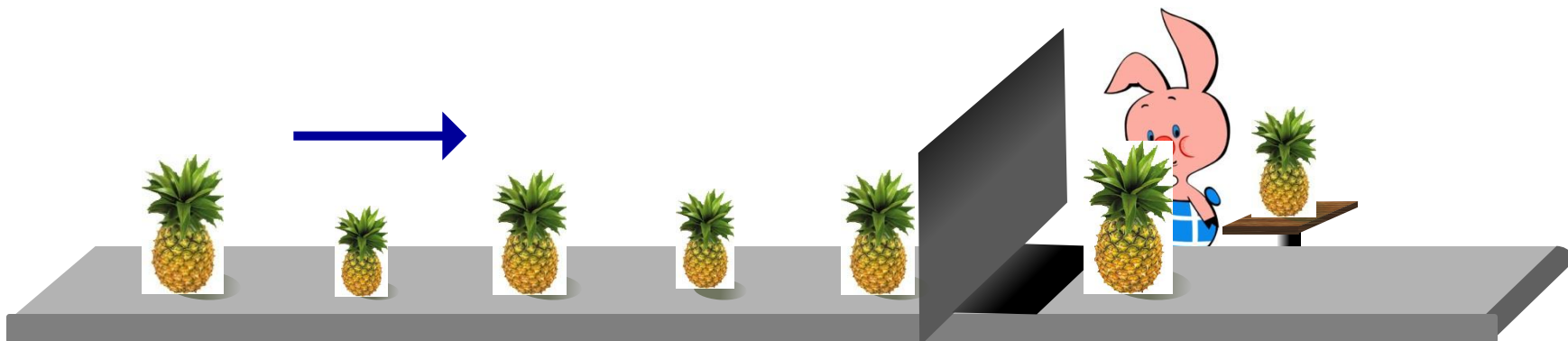
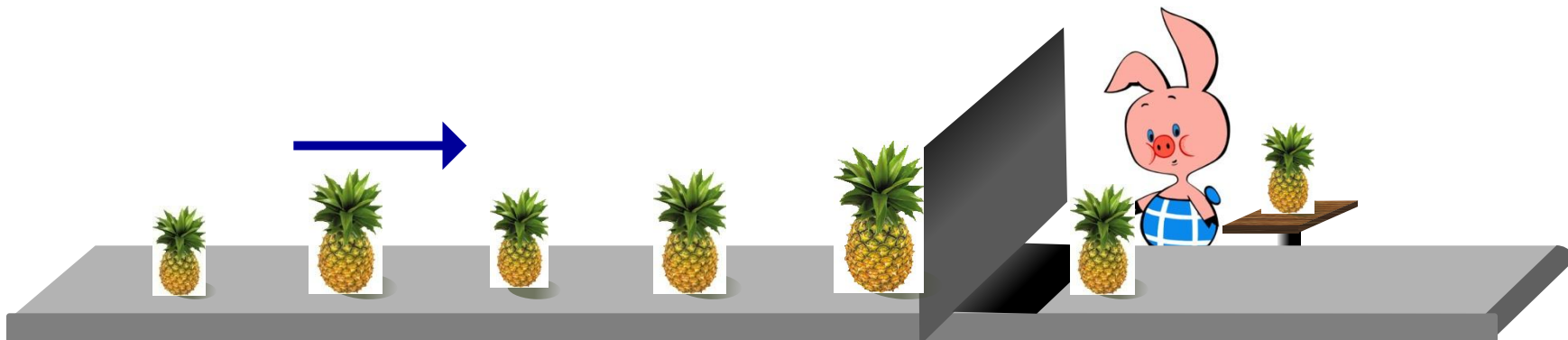
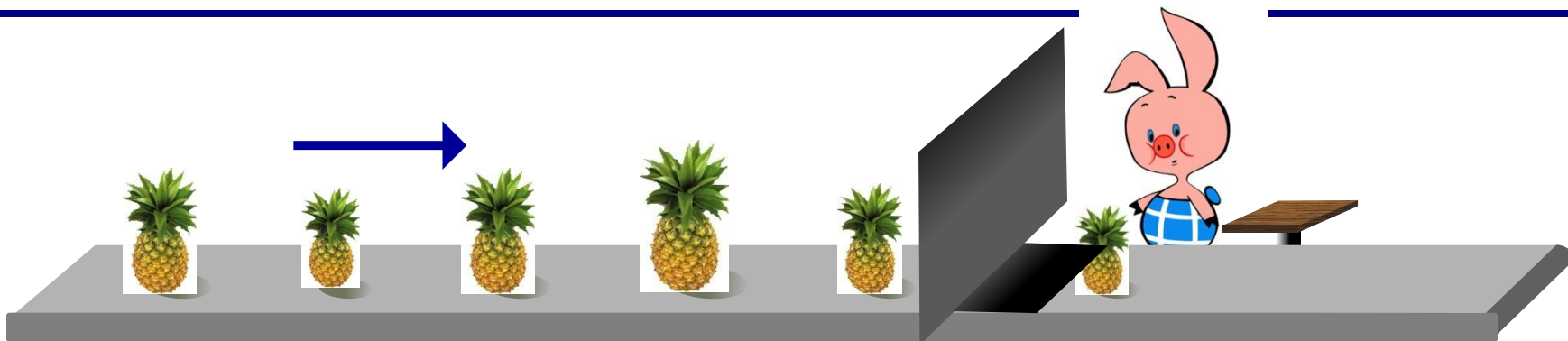
$A[3] = 30$

$A[5] = 30$

$A[7] = 30$



# Поиск максимального элемента



# Поиск максимального элемента

? Какие переменные нужны?

```
for i:=1 to N do  
  if A[i] > M then  
    M:=A[i];  
writeln( M );
```

? Чего не хватает?

? Какое начальное значение взять для M?

1) M – значение, которое заведомо меньше всех элементов массива

**или**

2) M = A[1] (или любой другой элемент)

максимальный не меньше, чем A[1]

# Поиск максимального элемента

```
M := A[1];  
for i := 2 to N do  
    if A[i] > M then  
        M := A[i];  
writeln( M );
```

начинаем с A[2], так как A[1] мы уже посмотрели




Как найти минимальный?

# Номер максимального элемента

**Задача.** Найти в массиве максимальный элемент и его номер.

 Какие переменные нужны?

```
M := A[1]; nMax := 1;  
for i := 2 to N do  
  if A[i] > M then begin  
    M := A[i];  
    nMax := i  
  end;  
writeln( 'A[', nMax, ']=', M );
```

 Можно ли убрать одну переменную?

# Номер максимального элемента

**!** Если знаем `nMax`, то `M=A[nMax]`!

```
M:= A[1]; nMax:= 1;  
for i:=2 to N do  
    if A[i]>A[nMax] then begin  
        M:= A[i];  
        nMax:= i  
    end;  
writeln( 'A[', nMax, ']=', A[nMax] );
```

# Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M := A[1];  
for i := 2 to N do  
    if (A[i] < 0) and (A[i] > M) then  
        M := A[i];  
writeln( M );
```



Что плохо?



Как исправить?

1	2	3	4	5
5	-2	8	3	-1

**M = 5**

# Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M := A[1];  
for i := 2 to N do  
  if A[i] < 0 then  
    if (M >= 0) or (A[i] > M) then  
      M := A[i];  
writeln( M );
```

сначала записали  
неотрицательный!



Если нет отрицательных?

# Задачи

---

- «А»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [50; 150] и находит в нём минимальный и максимальный элементы и их номера.
- «В»: Напишите программу, которая получает с клавиатуры значения элементов массива и выводит количество элементов, имеющих максимальное значение.
- «С»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [100; 200] и находит в нём пару соседних элементов, сумма которых минимальна.



# Задачи

---

«D»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке  $[-100; 100]$  и находит в каждой половине массива пару соседних элементов, сумма которых максимальна.

## Задачи-2 (максимум в потоке)

---

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное и максимальное среди полученных чисел.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное число, делящееся на 3, среди полученных чисел.
- «С»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит максимальное двузначное число, заканчивающееся на 6, среди полученных чисел.

## Задачи-2 (максимум в потоке)

---

«D»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит среди полученных чисел пару полученных друг за другом чисел, сумма которых максимальна.

# Сортировка

**Сортировка** — это расстановка элементов списка (массива) в заданном порядке.

*Задача.* Отсортировать элементы в порядке **возрастания** (*неубывания* – если есть одинаковые).

**Алгоритмы сортировки:**

- простые, но медленные (при больших  $N$ )
- быстрые, но сложные...

# Сортировка выбором

**?** Где должен стоять минимальный элемент?

- нашли минимальный, поставили его на первое место

```
c := A[nMin];  
A[nMin] := A[1];  
A[1] := c;
```

**?** Как?

**?** Что дальше?

- из оставшихся нашли минимальный, поставили его на второе место и т.д.

5	-2	8	3	-1
-2	5	8	3	-1
-2	-1	8	3	5

# Сортировка выбором

```
for i:=1 to N-1 do begin
    { ищем минимальный среди A[i]..A[N] }
    nMin:= i;
    for j:=i+1 to N do
        if A[j] < A[nMin] then
            nMin:= j;
    { переставляем A[i] и A[nMin] }
    c:=A[i];
    A[i]:=A[nMin];
    A[nMin]:=c;
end;
```

не трогаем те, которые  
уже поставлены



Почему цикл до N-1?

# Задачи

---

**«А»:** Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[0,20]$  и сортирует его в порядке убывания.

**Пример:**

**Массив:** 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

**Сортировка:** 18 16 16 14 13 13 9 5 3 2

**«В»:** Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[10,100]$  и сортирует его по возрастанию последней цифры числа (сначала идут все числа, которые заканчиваются на 0, потом все, которые заканчиваются на 1, и т.д.).

**Пример:**

**Массив:** 12 10 31 40 55 63 28 87 52 92

**Сортировка:** 10 40 31 12 52 92 63 55 87 28

# Задачи

---

**«С»:** Напишите программу, которая заполняет массив из  $N = 10$  элементов случайными числами в диапазоне  $[0, 20]$  и сортирует его в порядке возрастания. На каждом шаге цикла выполняется поиск максимального (а не минимального!) элемента.

## Пример:

**Массив:** 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

**Сортировка:** 2 3 5 9 13 13 14 16 16 18



# Программирование (Паскаль)

## **§ 21. Матрицы (двумерные массивы)**

# Что такое матрица?

	○	×
	○	×
○	×	

нет знака

НОЛИК

крестик

строка 2,  
столбец 3



Как закодировать?

**Матрица** — это прямоугольная таблица, составленная из элементов одного типа (чисел, строк и т.д.).

Каждый элемент матрицы имеет два индекса — номера строки и столбца.

# Объявление матриц

```
const N = 3, M = 4;  
var A: array[1..N, 1..M] of integer;  
    X: array[-3..0, -8..M] of real;  
    L: array[1..N, 1..M] of boolean;
```

строки

столбцы

строки

столбцы

# Простые алгоритмы

## Заполнение случайными числами:

```
for i:=1 to N do begin
  for j:=1 to M do begin
    A[i,j] := 20+random(61);
    writeln( A[i,j], ' ')
  end;
  writeln
end;
```



Вложенный  
цикл!

в одной строке  
через пробел

следующий – с  
новой строки

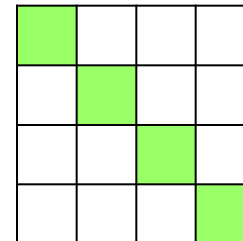
## Суммирование:

```
sum := 0;
for i:=1 to N do
  for j:=1 to M do
    sum := sum + A[i,j];
```

# Перебор элементов матрицы

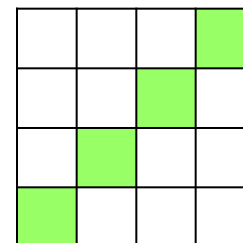
## Главная диагональ:

```
for i:=1 to N do begin  
  { работаем с A[i,i] }  
end;
```



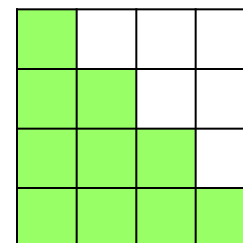
## Побочная диагональ:

```
for i:=1 to N do begin  
  | работаем с A[i,N+1-i]  
end;
```



## Главная диагональ и под ней:

```
for i:=1 to N do begin  
  for j:=1 to i do begin  
    { работаем с A[i,j] }  
  end;  
end;
```



# Перестановка строк

## 2-я и 4-я строки:

```
for j:=1 to M do begin  
  c:= A[2,j];  
  A[2,j]:= A[4,j];  
  A[4,j]:= c  
end;
```

	1	2	3	4	5	6
1						
2	↑	↑	↑	↑	↑	↑
3	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4						
5						
6						

# Задачи

---

**«А»:** Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент на главной диагонали квадратной матрицы.

**Пример:**

**Матрица А:**

12 34 14 65

71 88 23 45

87 46 53 39

76 58 24 92

**Результат:**  $A[4,4] = 92$

# Задачи

---

**«В»:** Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент матрицы и его индексы (номера строки и столбца).

**Пример:**

**Матрица А:**

12 34 14 65

71 88 23 98

87 46 53 39

76 58 24 92

**Максимум:**  $A[2, 4] = 98$



# Задачи

---

**«С»:** Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит минимальный из чётных положительных элементов матрицы. Учтите, что таких элементов в матрице может и не быть.

**Пример:**

**Матрица А:**

16 34 14 65

71 88 23 45

87 12 53 39


76 58 24 92

**Результат:**  $A[3,2] = 12$

# Программирование (Паскаль)

## **§ 22. Сложность алгоритмов**

# Как сравнивать алгоритмы?

- быстродействие (**временная сложность**)
  - объём требуемой памяти (**пространственная сложность**)
  - понятность
-  Обычно не бывает все хорошо!

**Время работы алгоритма** – это количество элементарных операций  $T$ , выполненных исполнителем.

Функция  $T(N)$  называется

**временной сложностью алгоритма**

зависит от  
количества данных  
(размера массива  $N$ )

$$T(N) = 2N^3$$



Как увеличится время работы при увеличении  $N$  в 10 раз?

# Примеры определения сложности

Задача 1. Вычислить сумму первых трёх элементов массива (при  $N \geq 3$ ).

```
Sum := A[1] + A[2] + A[3];
```

$T(N) = 3$

2 сложения  
+ запись в  
память

Задача 2. Вычислить сумму всех элементов массива.

```
Sum := 0;  
for i:=1 to N do  
    Sum := Sum + A[i];
```

$T(N) = 2N + 1$

$N$  сложений,  $N+1$   
операций записи

## Примеры определения сложности

*Задача 3.* Отсортировать все элементы массива по возрастанию методом выбора.

```
for i:=1 to N-1 do begin
  nMin:=i;
  for j:=i+1 to N do
    if A[i] < A[nMin] then nMin:=j;
  c:=A[i]; A[i]:=A[nMin]; A[nMin]:=c;
end;
```

Число сравнений:

$$T_c(N) = (N-1) + (N-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N$$

Число перестановок:  $T_n(N) = N - 1$

# Примеры определения сложности

Задача 4. Найти сумму элементов квадратной матрицы размером  $N \times N$ .

```
Sum := 0;  
for i := 1 to N do  
  for j := 1 to N do  
    Sum := Sum + A[i, j];
```



Самостоятельно! 😊

# Сравнение алгоритмов по сложности

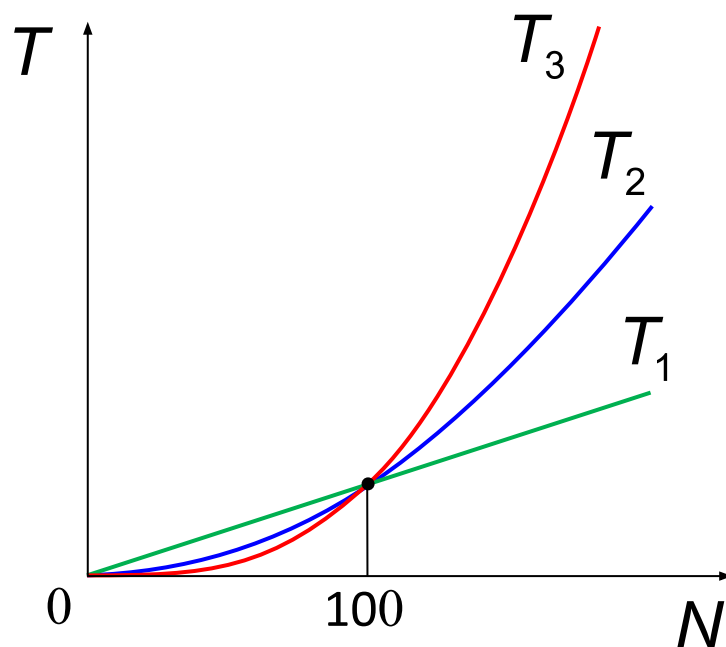
$$T_1(N) = 10000 \cdot N$$

$$T_2(N) = 100 \cdot N^2$$

$$T_3(N) = N^3$$



Какой алгоритм выбрать?



при  $N < 100$ :

$$T_3(N) < T_2(N) < T_1(N)$$

при  $N > 100$ :

$$T_3(N) > T_2(N) > T_1(N)$$



Нужно знать размер данных!

# Асимптотическая сложность

**Асимптотическая сложность** – это оценка скорости роста количества операций при больших значениях  $N$ .

линейная

постоянная

$$\text{сложность } O(N) \quad \Leftrightarrow \quad T(N) \leq c \cdot N \quad \text{для } N \geq N_0$$

сумма элементов массива:

$$T(N) = 2 \cdot N - 1 \leq 2 \cdot N \quad \text{для } N \geq 1 \quad \Rightarrow \quad O(N)$$

квадратичная

$$\text{сложность } O(N^2) \quad \Leftrightarrow \quad T(N) \leq c \cdot N^2 \quad \text{для } N \geq N_0$$

сортировка методом выбора:

$$T_c(N) = \frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N \leq \frac{1}{2}N^2 \quad \text{для } N \geq 0 \quad \Rightarrow \quad O(N^2)$$



# Асимптотическая сложность

кубическая

сложность  $O(N^3) \Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N^3$  для  $N \geq N_0$

сложность  $O(2^N)$

сложность  $O(N!)$

задачи оптимизации,  
полный перебор вариантов

**Факториал числа  $N$ :**  $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots$

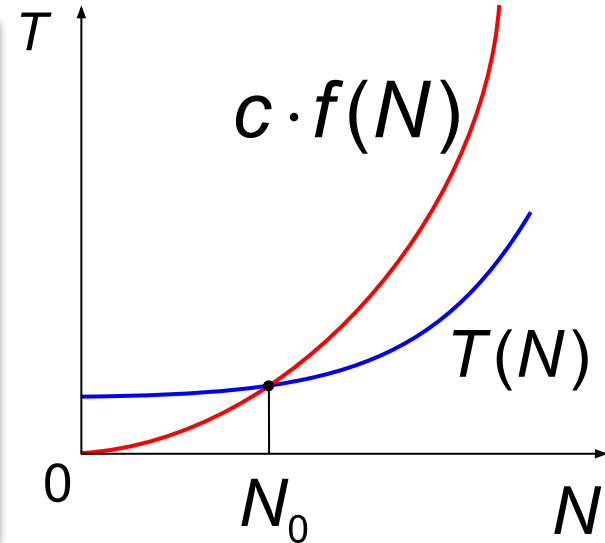
$N$	$T(N)$	время выполнения
$N$		100 нс
$N^2$		10 мс
$N^3$		0,001 с
$2^N$		$10^{13}$ лет

$N = 100$ ,  
1 млрд оп/с

# Асимптотическая сложность

Алгоритм относится к классу  $O(f(N))$ , если найдется такая постоянная  $C$ , что начиная с некоторого  $N = N_0$  выполняется условие

$$T(N) \leq c \cdot f(N)$$



это верхняя  
оценка!

$$O(N) \Rightarrow O(N^2) \Rightarrow O(N^3) \Rightarrow O(2^N)$$

«Алгоритм имеет сложность  $O(N^2)$ ».

обычно – наиболее точная  
верхняя оценка!

# Программирование (Паскаль)

## **§ 23. Как разрабатывают программы**

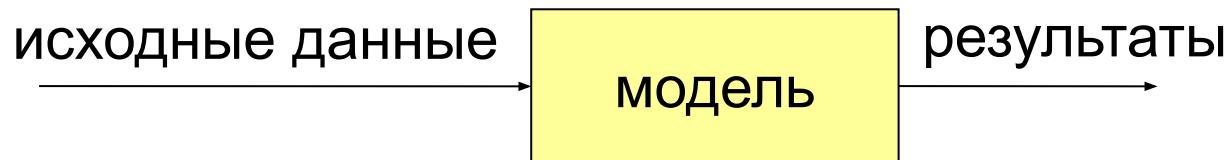
# Этапы разработки программ

---

## I. Постановка задачи

Документ: *техническое задание*.

## II. Построение модели



*Формализация*: запись модели в виде формул (на формальном языке).

## III. Разработка алгоритма и способа хранения данных

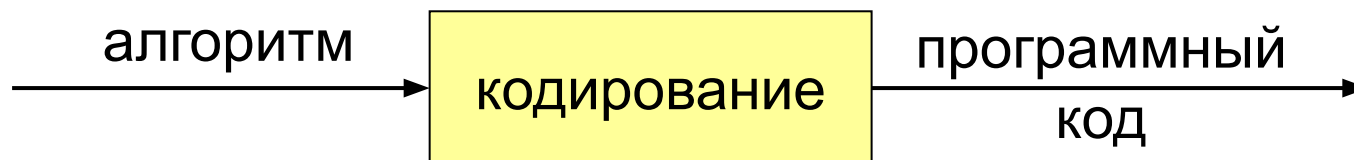
«Алгоритмы + структуры данных = программы»  
(Н. Вирт)

# Этапы разработки программ

---

## IV. Кодирование

Запись алгоритма на языке программирования.



## V. Отладка

Поиск и исправление ошибок в программах:

- **синтаксические** – нарушение правил языка программирования
  - **логические** – ошибки в алгоритме
- могут приводить к **отказам** – аварийным ситуациям во время выполнения (*run-time error*)

# Этапы разработки программ

---

## VI. Тестирование

Тщательная проверка программы во всех режимах:

- **альфа-тестирование** – внутри компании (тестировщики)
- **бета-тестирование** – (доверенные) пользователи

## VII. Документирование

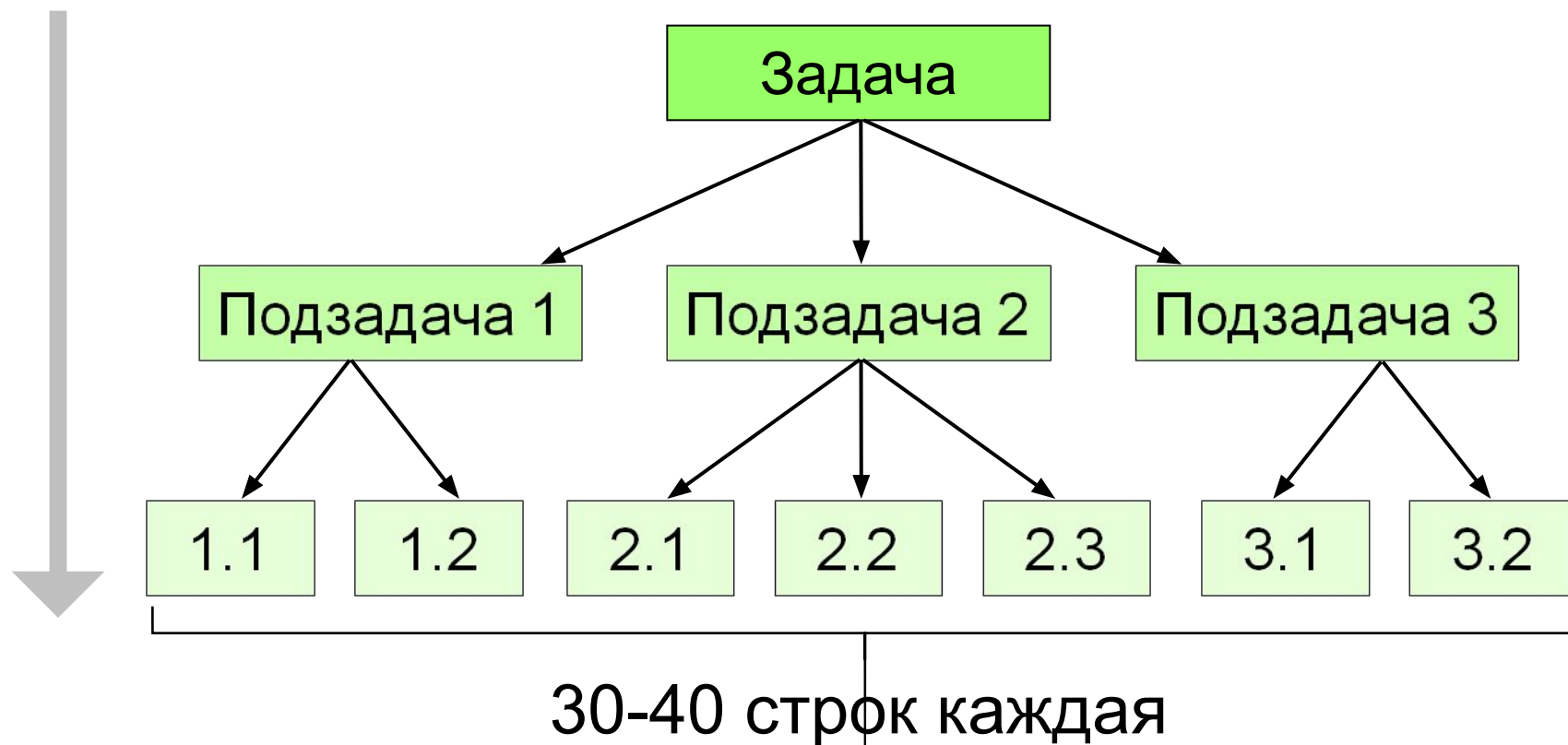
Технические писатели

## VIII. Внедрение и сопровождение

- обучение пользователей
- исправление найденных ошибок
- техподдержка

# Методы проектирования программ

## «Сверху вниз» (последовательное уточнение)



# Методы проектирования программ

---

## «Сверху вниз» (последовательное уточнение)



- сначала задача решается «в целом»
- легко распределить работу
- легче отлаживать программу (всегда есть полный работающий вариант)

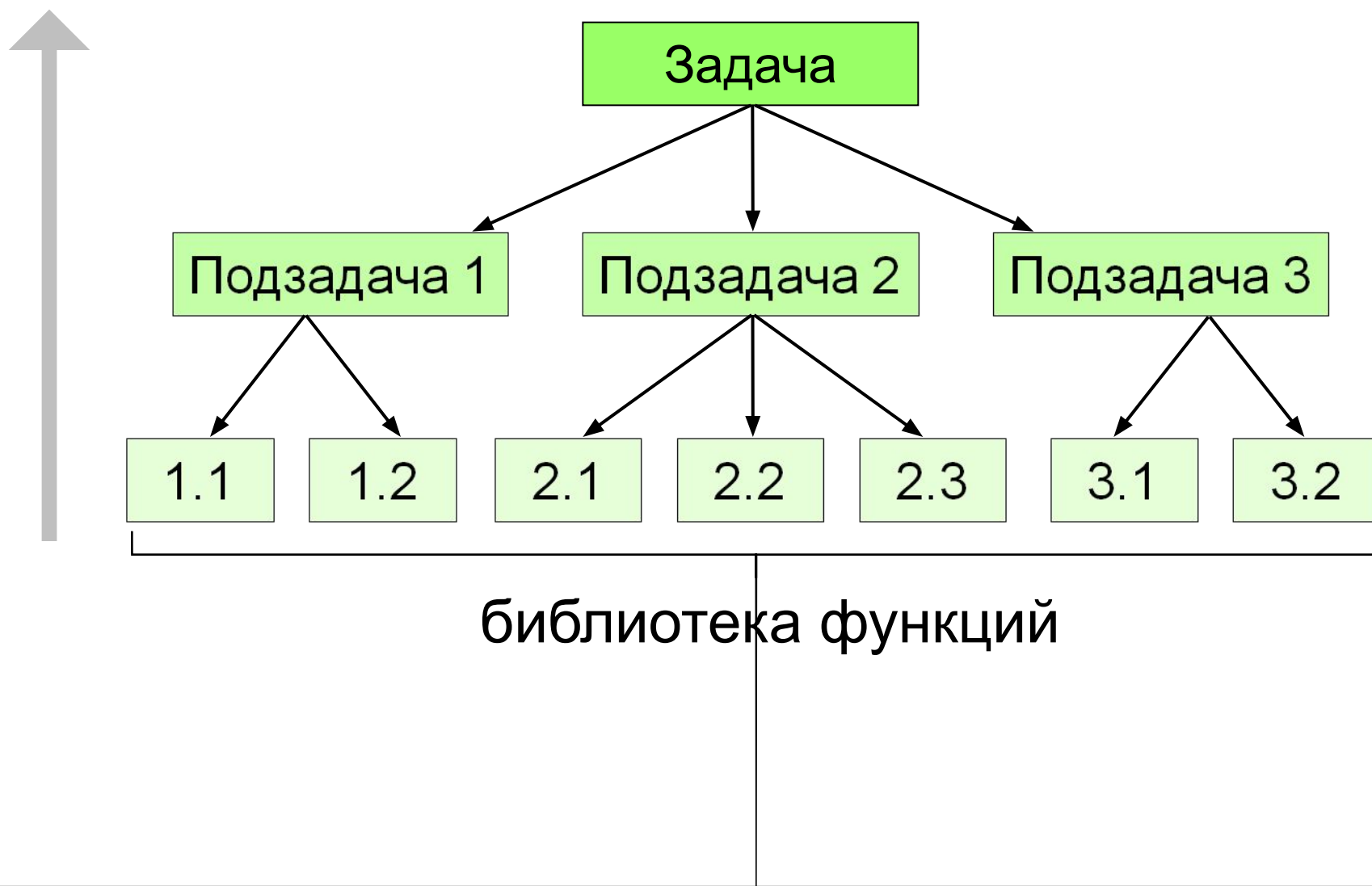


- в нескольких подзадачах может потребоваться решение одинаковых подзадач нижнего уровня
- быстродействие не известно до последнего этапа (определяется нижним уровнем)



# Методы проектирования программ

## «Снизу вверх» (восходящее)



# Методы проектирования программ

## «Снизу вверх» (восходящее)



- нет дублирования
- сразу видно быстроедействие



- сложно распределять работу
- сложнее отлаживать (увеличение числа связей)
- плохо видна задача «в целом», может быть нестыковка на последнем этапе



Почти всегда используют оба подхода!

# Отладка программы

Программа решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

```
program SqEq;  
var a, b, c, D, x1, x2: real;  
begin  
  write('Введите a, b, c: ');  
  read(a, b, c);  
  D:=b*b-4*a*a;  
  x1:=(-b+sqrt(D))/2*a;  
  x2:=(-b-sqrt(D))/2*a;  
  writeln('x1=', x1, ' x2=', x2);  
end.
```

# Тестирование

Тест 1.  $a = 1, b = 2, c = 1$ .

Ожидание:

$x1=-1.0 \quad x2=-1.0$

Реальность:

$x1=-1.0 \quad x2=-1.0$



Тест 2.  $a = 1, b = -5, c = 6$ .

$x1=3.0 \quad x2=2.0$

$x1=4.791 \quad x2=0.209$



Найден вариант, когда программа работает неверно.  
Ошибка **воспроизводится!**

## Возможные причины:

- неверный ввод данных
- неверное вычисление дискриминанта
- неверное вычисление корней
- неверный вывод результатов

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

# Отладочная печать

Идея: выводить все промежуточные результаты.

```
read(a, b, c);  
writeln(a, ' ', b, ' ', c);  
D:=b*b-4*a*a;  
writeln('D=', D);  
...
```

Результат:

```
Введите a, b, c: 1 -5 6  
1.0 -5.0 6.0  
D=21.0
```

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

```
D:=b*b-4*a*c;
```



Одна ошибка найдена!

# Отладка программы

Тест 1.  $a = 1, b = 2, c = 1$ .

Ожидание:

`x1=-1.0 x2=-1.0`

Реальность:

`x1=-1.0 x2=-1.0`



Тест 2.  $a = 1, b = -5, c = 6$ .

`x1=3.0 x2=2.0`

`x1=3.0 x2=2.0`



Программа работает верно?

Тест 3.  $a = 8, b = -6, c = 1$ .

`x1=0.5 x2=0.25`

`x1=32.0 x2=16.0`



`x1 := (-b+sqrt(D)) / (2*a);`

`x2 := (-b-sqrt(D)) / (2*a);`



Что неверно?

# Документирование программы

---

- назначение программы
- формат входных данных
- формат выходных данных
- примеры использования программы

## Назначение:

программа для решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

## Формат входных данных:

значения коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$  вводятся с клавиатуры через пробел в одной строке

# Документирование программы

---

## Формат выходных данных:

значения вещественных корней уравнения;  
если вещественных корней нет, выводится  
слово «нет»

## Примеры использования программы:

1. Решение уравнения  $x^2 - 5x + 6 = 0$

Введите a, b, c: **1 -5 6**

**x1=3 x2=2**

2. Решение уравнения  $x^2 + x + 6 = 0$

Введите a, b, c: **1 1 6**

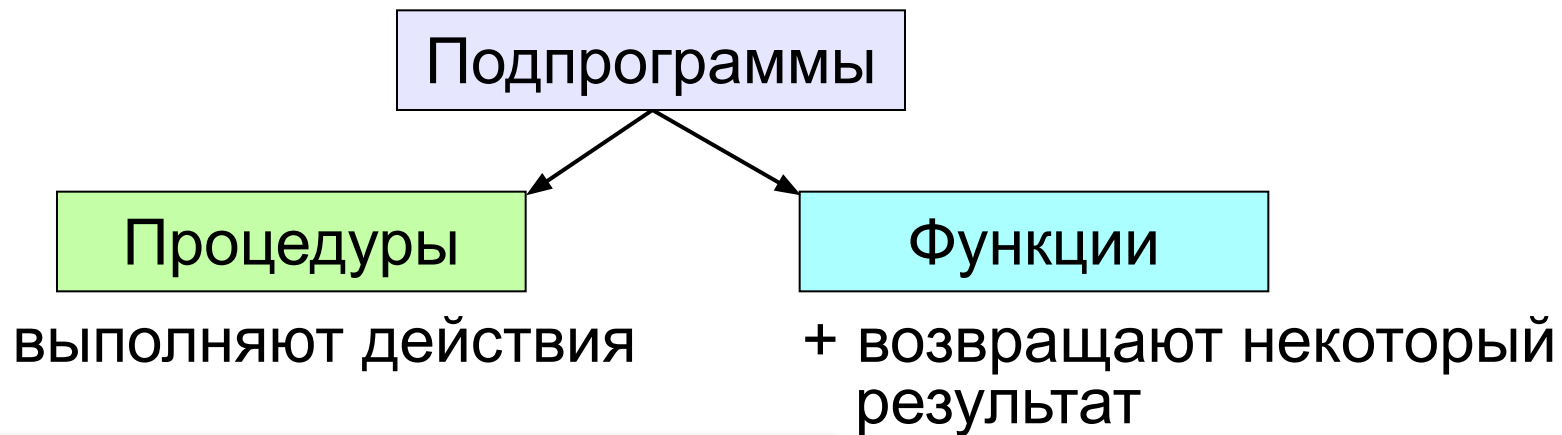
**Нет.**



# Программирование (Паскаль)

## § 24. Процедуры

# Два типа подпрограмм



**?** Процедура или функция?

- а) рисует окружность на экране
- б) определяет площадь круга
- в) вычисляет значение синуса угла
- г) изменяет режим работы программы
- д) возводит число  $x$  в степень  $y$
- е) включает двигатель автомобиля
- ж) проверяет оставшееся количество бензина в баке
- з) измеряет высоту полёта самолёта

# Простая процедура

```
program withProc;  
procedure printLine;  
begin  
    writeln('-----')  
end;
```

```
begin  
    ...  
    printLine;  
    ...  
end.
```

какие-то  
операторы

ВЫЗОВ  
процедуры



Что делает?



- можно вызывать сколько угодно раз
- нет дублирования кода
- изменять — в одном месте

# Линии разной длины

```
procedure printLine5;  
begin  
  writeln('-----');  
end;
```



Как улучшить?

параметр  
процедуры

```
procedure printLine10;  
begin  
  writeln('-----');  
end;
```

```
procedure printLine10;  
var i: integer;
```

```
procedure printLine(n: integer);  
var i: integer;  
begin  
  for i:=1 to n do  
    write('-');  
  writeln  
end;
```

# Процедура с параметром

```
program withProc;
```

```
procedure printLine (n: integer)
```

```
begin
```

```
    ...
```

```
end;
```

```
begin
```

```
    ...
```

```
    printLine (10);
```

```
    ...
```

```
    printLine (7);
```

```
    printLine (5);
```

```
    printLine (3);
```

```
end;
```

**Параметр** – величина, от которой зависит работа процедуры.



Что делает?

**Аргумент** – значение параметра при конкретном вызове.

# Несколько параметров

символьная строка

```
procedure printLine (c: string; n: integer);  
var i: integer;  
begin  
    for i:=1 to n do  
        write(c);  
    writeln  
end;
```

? Что изменилось?

? Как вызывать?

`printLine ( 5, '+' );`

✓ `printLine ( '+', 5 );`

✓ `printLine ( '+-+', 5 );`

# В других языках программирования

---

## Python:

```
def printLine (n) :  
    print('-'*n)
```

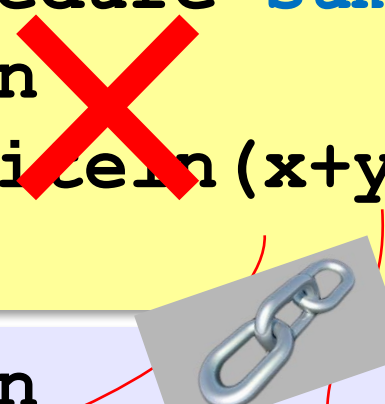
## C:

```
void printLine (int n)  
{  
    int i;  
    for (i=1; i<=n; i++)  
        putchar('-');  
    putchar('\n');  
}
```

# Как не нужно писать процедуры

```
var x, y: integer;
```

```
procedure summa;  
begin  
    writeln(x+y);  
end;
```



```
begin  
    x := 10; y := 5;  
    summa;  
end.
```



Что плохо?

- ТОЛЬКО  $x + y$
- не перенести в другую программу



Как исправить?



# Как нужно писать процедуры

```
var x, y: integer;
```

```
procedure summa(a, b: integer);  
begin  
    writeln(a+b);  
end;
```



Процедура принимает  
данные только  
через параметры!

```
begin  
    x := 10; y := 5;  
    summa(x, y);  
    summa(2*x+y, 15);  
end.
```

# Задачи

---

«А»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число  $N$  – и выводит на экран две линии из  $N$  символов "–".

**Пример:**

Длина цепочки: 7

-----

-----

«В»: Напишите процедуру, которая принимает один параметр – натуральное число  $N$ , – и выводит на экран прямоугольник длиной  $N$  и высотой 3 символа.

**Пример:**

Длина прямоугольника: 7

oooooooo

o        o

oooooooo

# Задачи

---

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран квадрат со стороной  $N$  символов. При запуске программы  $N$  нужно ввести с клавиатуры.

**Пример:**

Сторона квадрата: 5

ooooo

o      o

o      o

o      o

ooooo

# Задачи

---

«D»: Напишите процедуру, которая выводит на экран треугольник со стороной  $N$  символов. При запуске программы  $N$  нужно ввести с клавиатуры.

**Пример:**

Сторона : 5

```
о
оо
ооо
оооо
ооооо
```

# Рекурсия

Задача. Вывести на экран двоичный код натурального числа.

```
procedure printBin(n: integer) ;  
begin  
  ...  
end;
```

Алгоритм перевода через остатки:

```
while n<>0 do begin  
  write(n mod 2);  
  n:= n div 2  
end;
```



Что получится при  $n = 6$ ?

011✗

в обратном порядке!

# Рекурсия

Чтобы вывести двоичную запись числа  $n$ , нужно сначала вывести двоичную запись числа  $(n \text{ div } 2)$ , а затем — его последнюю двоичную цифру, равную  $(n \text{ mod } 2)$ .

двоичная запись числа 6

110

$6 \text{ mod } 2$

двоичная запись числа 3



Чтобы решить задачу, нужно решить ту же задачу для меньшего числа!

Это и есть **рекурсия**!



Чтобы понять рекурсию, нужно понять рекурсию! 😊

# Рекурсивная процедура

```
procedure printBin (n: integer) ;  
begin  
    printBin (n div 2) ;  
    write (n mod 2)  
end;
```

вызывает сама себя!



Что получится?  
`printBin(6);`

**Рекурсивная процедура** — это процедура, которая вызывает сама себя.

```
printBin(6);
```

```
printBin(3);
```

```
printBin(1);
```

```
printBin(0);
```

```
printBin(0);
```

бесконечные вызовы



Как исправить?

# Рекурсивная процедура

```
procedure printBin (n: integer) ;  
begin  
    if n = 0 then exit;  
    printBin (n div 2) ;  
    write (n mod 2)  
end;
```



Что получится?  
`printBin(6)`

`printBin(6) ;`

`printBin(3) ;`

`printBin(1) ;`

`printBin(0) ;`

`write(1 mod 2) ;`

`write(3 mod 2) ;`

`write(6 mod 2) ;`

рекурсия  
заканчивается!

1 1 0



# Задачи

---

«А»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в восьмеричную систему.

**Пример:**

Введите число: **66**

В восьмеричной: 102

«В»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 9.

**Пример:**

Введите число: **75**

Основание: **6**

В системе с основанием 6: 203

# Задачи

---

**«С»:** Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в шестнадцатеричную систему.

**Пример:**

Введите число: **123**

В шестнадцатеричной: **7B**

**«D»:** Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 36.

**Пример:**

Введите число: **350**

Основание: **20**

В системе с основанием 20: **HA**

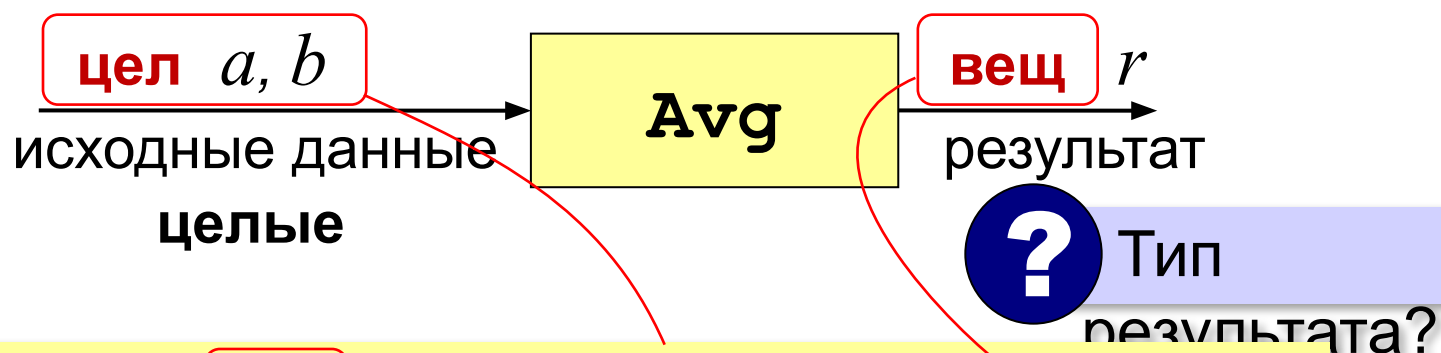
# Программирование (Паскаль)

## § 25. Функции

# Что такое функция?

**Функция** — это вспомогательный алгоритм, который возвращает результат (число, строку символов и др.).

**Задача.** Написать функцию, которая вычисляет среднее арифметическое двух целых чисел.



```
function Avg(a, b: integer): real;  
begin  
  Avg := (a+b) / 2  
end.
```

специальная переменная для записи результата функции

# Как вызывать функцию?

Запись результата в переменную:



Чему равно?

```
var sr: real;  
sr:= Avg(5, 8);
```

6.5

```
var x, y: integer;  
    sr: real;  
x:=2; y:=5;  
sr:= Avg(x, 2*y+8);
```

10

Вывод на экран:

```
var x, y: integer;  
    sr: real;  
x:=2; y:=5;  
sr:= Avg(x, y+3);  
writeln( Avg(12, 7) );  
writeln( sr+Avg(x, 12) );
```

5

9.5

12

# Как вызывать функцию?

Использование в условных операторах:

```
var a, b: integer;  
...  
read( a, b );  
if Avg(a,b) > 5 then  
    writeln('Да!')  
else  
    writeln('Нет!');
```



Когда печатает «Да»?

# Как вызывать функцию?

Использование в циклах:

```
var a, b: integer;  
...  
read( a, b );  
while Avg(a,b) > 0 do begin  
    writeln( 'Нет!' );  
    read( a, b )  
end;  
writeln( 'Угадал!' );
```



Когда напечатает  
«Угадал»?

# В других языках программирования

---

## Python:

```
def Avg(a, b):  
    return (a+b)/2
```

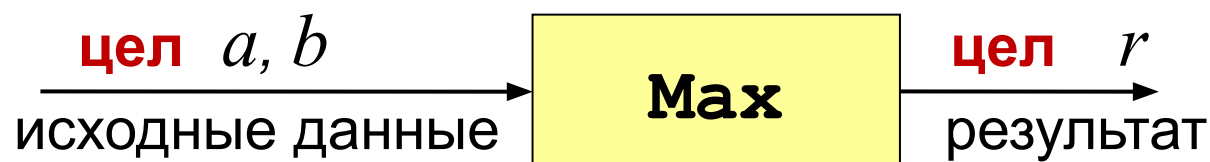
## C:

```
float Avg(int a, int b)  
{  
    return (a+b)/2.0;  
}
```



# Максимум из двух (трёх) чисел

**Задача.** Составить функцию, которая определяет наибольшее из двух целых чисел.



```
function Max(a, b: integer):  
integer;  
begin  
    if a>b then  
        Max:=a  
    else  
        Max:=b  
    end;  
end;
```

?

Как с её помощью найти максимум из трёх?

```
function Max3(a, b, c: integer):  
integer;  
begin  
    Max3:= Max( Max(a,b), c )  
кон
```

# Сумма цифр числа

**Задача.** Составить функцию, которая вычисляет сумму значений цифр натурального числа.

```
function sumDigits(N: integer): integer;  
var d, sum: integer;  
begin  
    sum:=0; { накапливаем сумму с 0 }  
    while N<>0 do begin  
        d:= N mod 10; { выделим последнюю цифру }  
        sum:=sum+d;   { добавим к сумме }  
        N:= N div 10  { удалим последнюю цифру }  
    end;  
    sumDigits:=sum  
end;
```

# Задачи

---

«А»: Напишите функцию, которая вычисляет среднее арифметическое пяти целых чисел.

**Пример:**

Введите 5 чисел: 1 2 3 4 6

Среднее: 3.2

«В»: Напишите функцию, которая находит количество цифр в десятичной записи числа.

**Пример:**

Введите число: 751

Количество цифр: 3

# Задачи

---

**«С»:** Напишите функцию, которая находит количество единиц в двоичной записи числа.

**Пример:**

Введите число: **75**

Количество единиц: **4**

# Логические функции

**Логическая функция** — это функция, возвращающая логическое значения (**да** или **нет**).

- можно ли применять операцию?
- успешно ли выполнена операция?
- обладают ли данные каким-то свойством?

# Логические функции

**Задача.** Составить функцию, которая возвращает «**True**», если она получила чётное число и «**False**», если нечётное.

```
function Even(N: integer) :  
    boolean;
```

```
begin
```

```
    if N mod 2 = 0 then
```

```
        Even := True
```

```
    else
```

```
        Even := False
```

```
end;
```

```
function Even(N: integer) :  
    boolean;
```

```
begin
```

```
    Even := (N mod 2 = 0)
```

```
end;
```

# Рекурсивные функции

**Рекурсивная функция** — это функция, которая вызывает сама себя.

**Задача.** Составить рекурсивную функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

**?** Как сформулировать решение рекурсивно?

Сумму цифр числа N нужно выразить через сумму цифр другого (меньшего) числа.

Сумма цифр числа N равна значению последней цифры плюс сумма цифр числа, полученного отбрасыванием последней цифры.



`sumDig(12345) = 5 + sumDig(1234)`

# Рекурсивная функция

## Сумма цифр числа N

Вход: натуральное число N.

Шаг 1:  $d := N \bmod 10$

Шаг 2:  $M := N \operatorname{div} 10$

Шаг 3:  $s :=$  сумма цифр числа M

Шаг 4:  $sum := s + d$

Результат: sum.

последняя цифра

число без  
последней цифры



Что забыли?



Когда остановить?



# Сумма цифр числа (рекурсия)

```
function sumDigRec (N: integer) : integer;  
var d, sum: integer;  
begin  
    if N = 0 then  
        sumDigRec:=0  
    else begin  
        d:=N mod 10;  
        sum:=sumDigRec (N div 10) ;  
        sumDigRec:=sum+d  
    end  
end;
```

?

Зачем это?

?

Где рекурсивный вызов?

# Задачи

---

**«А»:** Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если десятичная запись числа заканчивается на цифру 0 или 1.

**Пример:**

Введите число: **1230**

Ответ: Да

**«В»:** Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число помещается в 8-битную ячейку памяти.

**Пример:**

Введите число: **751**

Ответ: Нет

# Задачи

---

**«С»:** Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число простое (делится только на само себя и на единицу).

**Пример:**

Введите число: **17**

Число простое!

**Пример:**

Введите число: **18**

Число составное!

# Конец фильма

---

**ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич**

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

[kpolyakov@mail.ru](mailto:kpolyakov@mail.ru)

**ЕРЕМИН Евгений Александрович**

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

[eremin@pspu.ac.ru](mailto:eremin@pspu.ac.ru)

# Источники иллюстраций

---

1. иллюстрации художников издательства «Бином»
2. авторские материалы