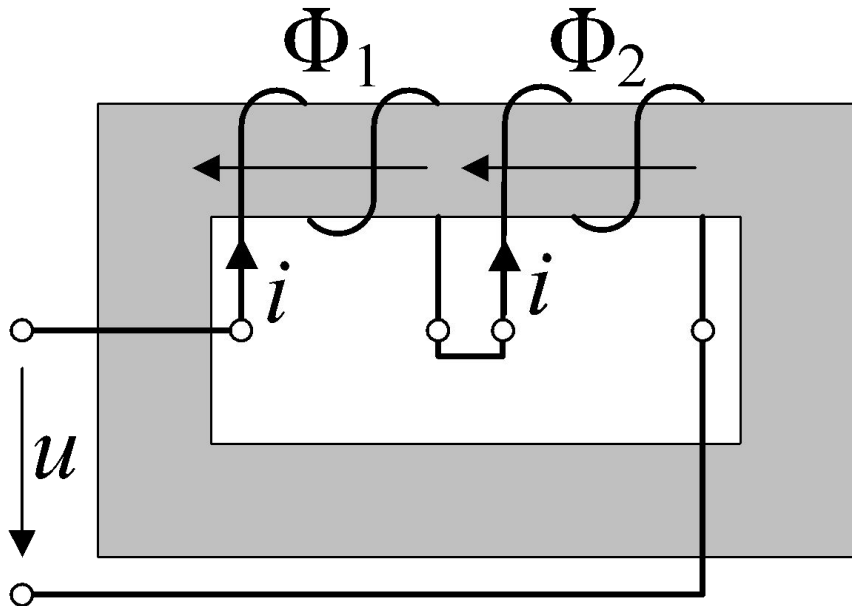


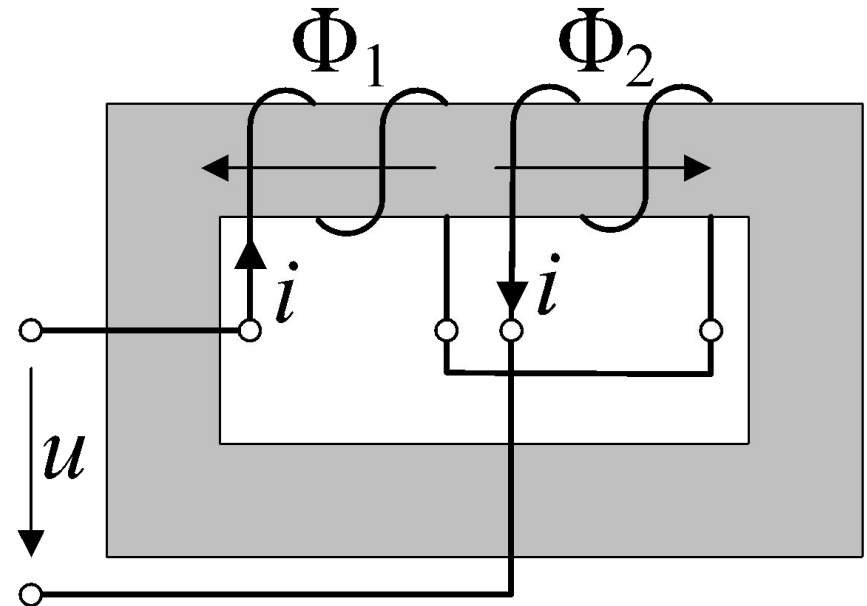
Лекция 7

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С  
МАГНИТНО (ИНДУКТИВНО)-  
СВЯЗАННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

# Магнитно-связанные катушки

**a**

Согласное включение

**б**

Встречное включение

Катушки (обмотки) на рисунке «а» имеют одинаковое направление намотки и электрически соединены так, что токи в них тоже направлены одинаково.

Направления магнитных потоков определяются по правилу буравчика. Магнитные потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  направлены одинаково, т.е. складываются.

Результирующий магнитный поток равен сумме  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , и такая ситуация характеризует **согласное включение катушек** – согласное в магнитном отношении.

Увеличение результирующего магнитного потока приводит к увеличению падений напряжений на каждой катушке.

Катушки на рисунке «б» также намотаны одинаково, но электрическое их соединение таково, что токи направлены противоположно. Вследствие этого магнитные потоки направлены противоположно.

Результирующий поток равен разности  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и такое соединение магнитно-связанных катушек называется **встречным**.

Вследствие уменьшения результирующего магнитного потока уменьшаются и падения напряжения на каждой катушке.

Тот или иной вид включения можно получить, изменяя направление намотки одной из катушек, или при неизменной намотке, меняя характер электрического соединения катушек.

Уравнение по второму закону Кирхгофа для схемы «**a**»:

$$L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + (r_1 + r_2)i = u \quad (3.45)$$

$$(L_1 + M) \frac{di}{dt} + (L_2 + M) \frac{di}{dt} + (r_1 + r_2)i = u \quad (3.46)$$

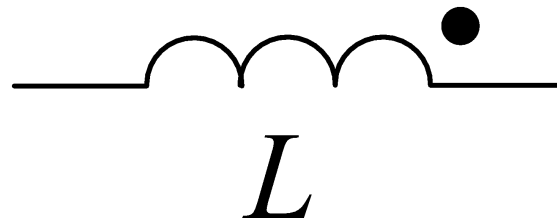
где  $r_1, L_1, r_2, L_2$  – сопротивление и индуктивность первой и второй катушек;  
 $M$  – взаимная индуктивность;

$M \frac{di}{dt}$  – падение напряжения на соответствующей катушке, обусловленное взаимной магнитной связью.

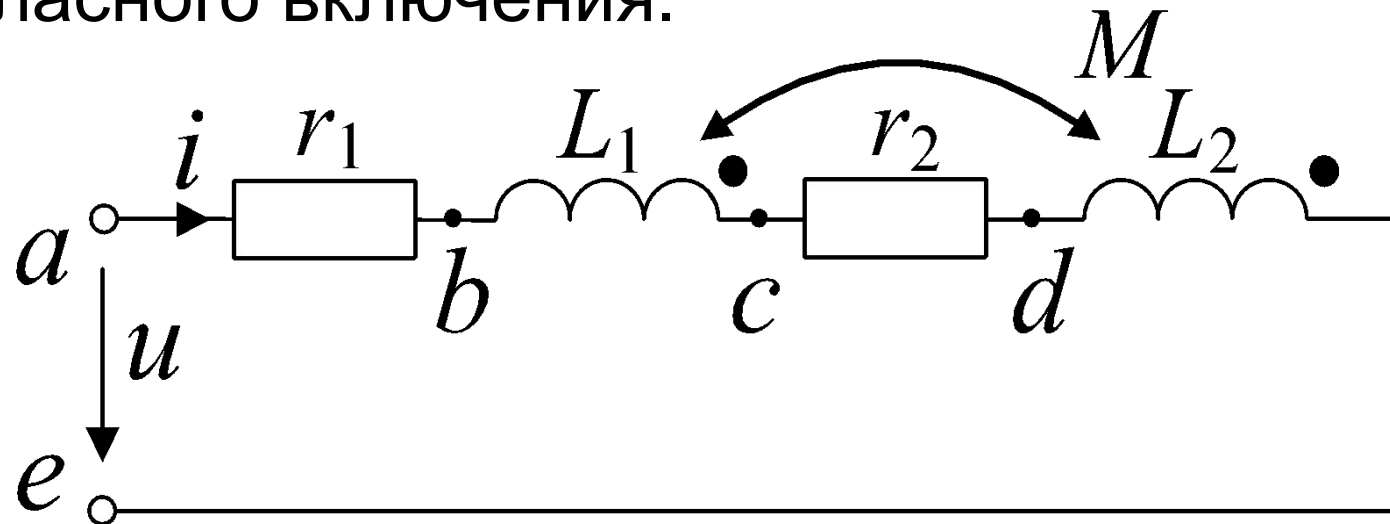
$M \frac{di}{dt}$  в уравнение входит дважды, поскольку учитывается влияние первой катушки на вторую и, наоборот, второй катушки на первую.



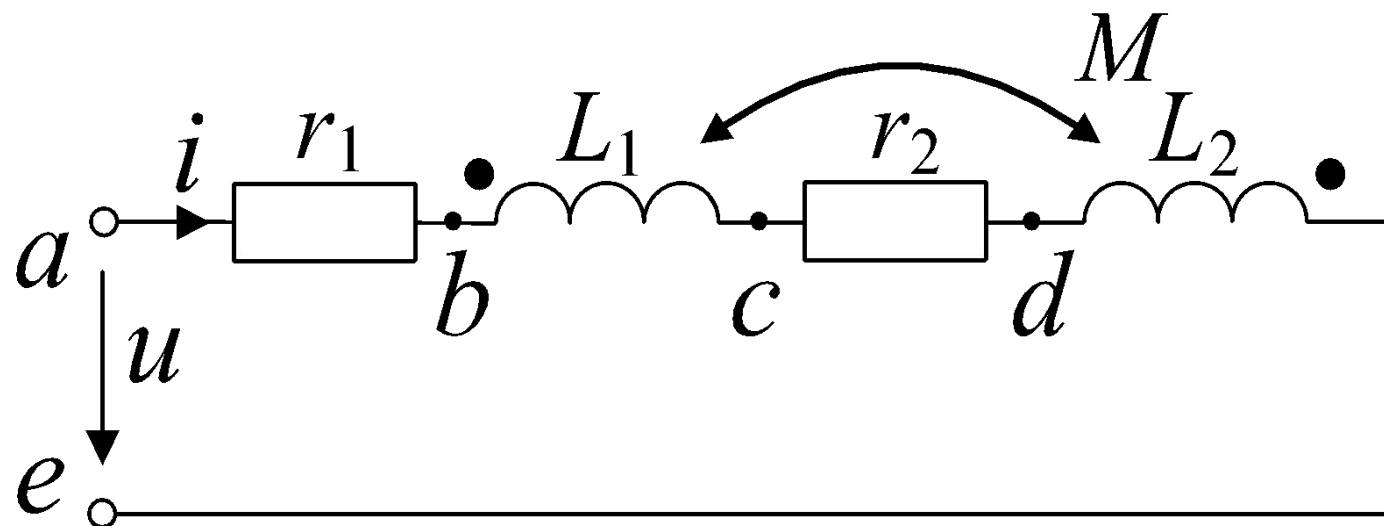
Направление намотки катушек на схемах замещения обозначается точками (или звездочками).



Обе точки на рисунке расположены справа от индуктивностей (могут быть слева), что обозначает одинаковость направления намотки катушек. В результате ток  $i$  одинаково ориентирован относительно помеченных точек зажимов катушек. Это и является признаком согласного включения.



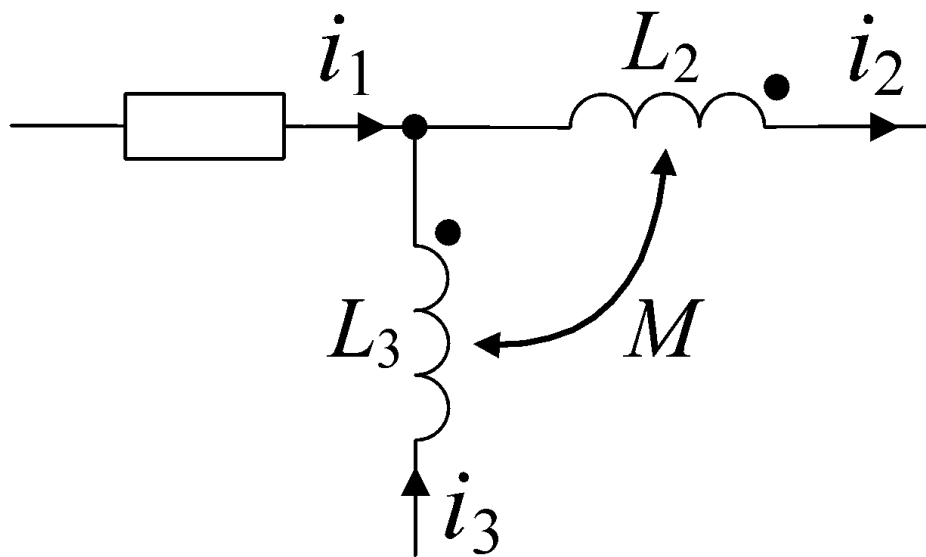
В данном случае ток в катушки входит с разных сторон или неодинаково ориентирован относительно помеченных зажимов. Это признак встречного включения.



В общем случае правило согласного (встречного) включения формируется следующим образом:

Если на схемах замещения токи магнитно-  
связанных катушек одинаково ориентированы  
относительно помеченных зажимов, то включение  
или соединение катушек **согласное**;  
в противном случае – **встречное**.

Данное правило распространяется и на разветвленные схемы. Катушки в магнитном отношении включены согласно.



Уравнение (3.46):

$$L_{\text{Э}} \frac{di}{dt} + r_{\text{Э}} i = u,$$

где  $L_{\text{Э}} = L_1 + L_2 + 2M$  – эквивалентная  
индуктивность схемы;  
 $r_{\text{Э}} = r_1 + r_2$  – эквивалентное  
сопротивление схемы.

Встречное включение характеризует следующее уравнение:

$$L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + (r_1 + r_2)i = u,$$

где дополнительные падения напряжения  $M \frac{di}{dt}$  обусловленные взаимной магнитной связью катушек, вычитаются.

Поэтому после преобразований получаем:

$$(L_1 - M) \frac{di}{dt} + (L_2 - M) \frac{di}{dt} + (r_1 + r_2)i = u; \quad (3.47)$$

$$L_{\text{э}} \frac{di}{dt} + r_{\text{э}}i = u,$$

где  $L_{\text{э}} = L_1 + L_2 - 2M$ ;  $r_{\text{э}} = r_1 + r_2$ .



Уравнения (3.46) и (3.47) можно записать в комплексной форме, например, относительно комплексных действующих значений напряжений и тока.

**для согласного включения:**

$$j\omega(L_1 + M)\dot{I} + j\omega(L_2 + M)\dot{I} + (r_1 + r_2)\dot{I} = \dot{U};$$

**для встречного включения:**

$$j\omega(L_1 - M)\dot{I} + j\omega(L_2 - M)\dot{I} + (r_1 + r_2)\dot{I} = \dot{U}.$$

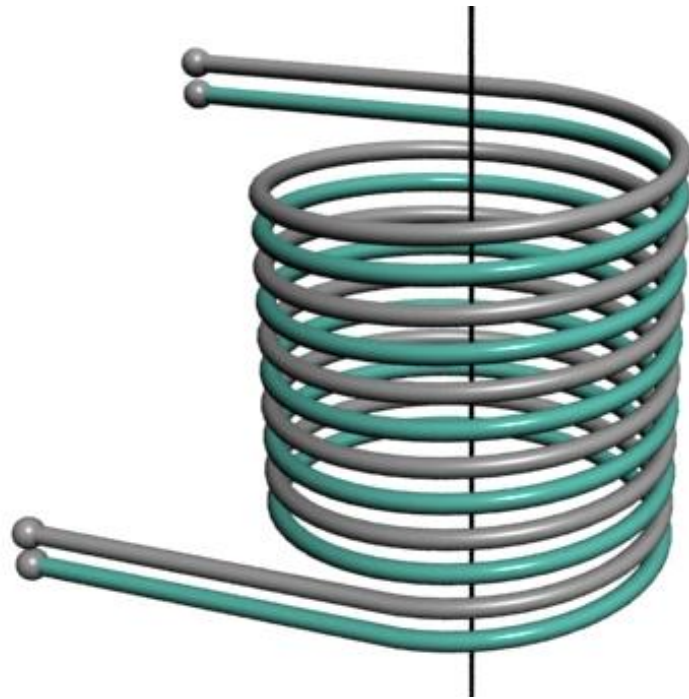
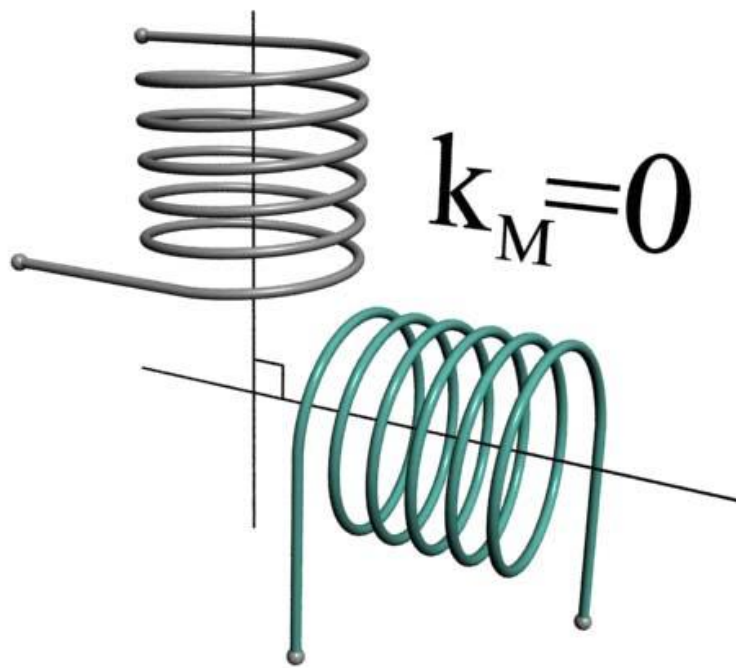
Степень магнитной связи между двумя катушками характеризует параметр

$$k_M = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

который называют **коэффициентом магнитной связи**. Этот коэффициент в зависимости от условий имеет значения в диапазоне от нуля до единицы.

**Нулевое значение  $k_M$**  достигается в случаях, когда оси катушек взаимно перпендикулярны.

**Максимальное значение**, близкое к единице, может быть получено при так называемой бифилярной намотке, когда намотка обеих катушек осуществляется соприкасающейся парой проводов.

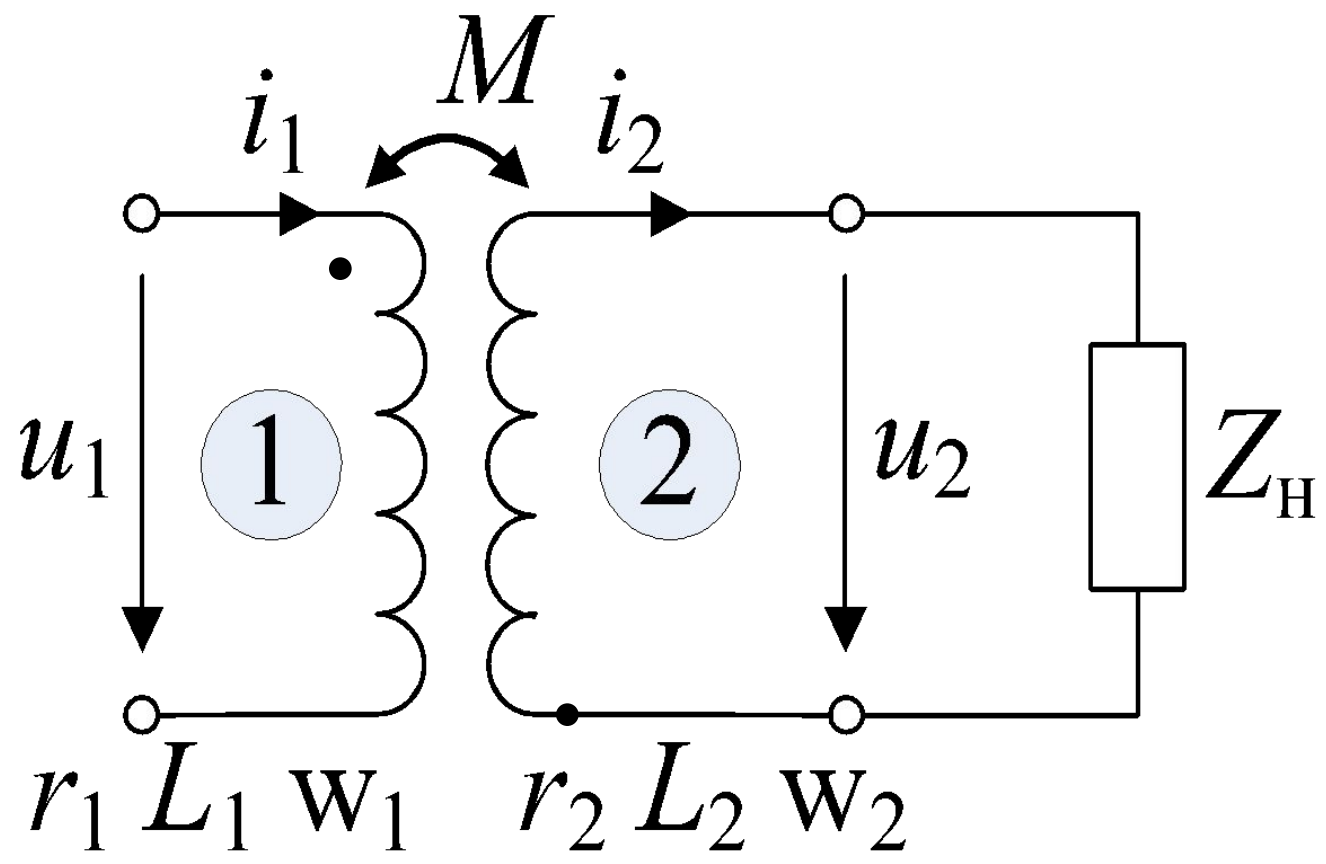


## Магнитно-связанные цепи без электрической связи

Такой тип электрических цепей характерен для **трансформаторов**, которые предназначены для преобразования параметров напряжения и тока.

Применяются в специальных случаях трансформаторы без ферромагнитных сердечников – **«воздушные трансформаторы»**. Эти устройства линейные.

# Схема двухобмоточного воздушного трансформатора



Первичная обмотка трансформатора подключается к источнику, вторичная обмотка питает нагрузку  $Z_n$ .

Электрическое соединение между первичной и вторичной обмотками отсутствует. Энергия во вторичный контур передается через изменяющееся во времени магнитное поле.

Схема трансформатора двухконтурная, поэтому можно записать два уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\left[ \begin{array}{l} r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = u_1; \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + u_2 = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = u_1; \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + u_2 = -M \frac{di_1}{dt}. \end{cases} \quad (3.48)$$

Здесь величина  $-M \frac{di_1}{dt} = e_{2M}$  представляет собой

**ЭДС взаимной индукции**, которая током

первичной обмотки  $i_1$  наводится во вторичной

обмотке. Именно эта ЭДС обуславливает ток  $i_2$  во

вторичной обмотке трансформатора и нагрузке **Zн**.



Составляющая  $u_{1M} = M \frac{di_2}{dt}$  в первом уравнении

**(3.48)** является падением напряжения, которое

компенсирует ЭДС взаимной индукции

$e_{1M} = -M \frac{di_2}{dt}$ , наводимой током вторичной обмотки  $i_2$  в первичной обмотке.

Наличие ЭДС  $e_{1M}$  и  $e_{2M}$  характеризуют двухстороннюю магнитную связь в схеме воздушного трансформатора.

Уравнения **(3.48)** в комплексной форме

$$\begin{cases} (r_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_1; \\ (r_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + \dot{U}_2 = -j\omega M\dot{I}_1. \end{cases} \quad \mathbf{(3.49)}$$

Пусть  $\mathbf{Z}_H = \mathbf{r}_H$ , тогда:  $\dot{U}_2 = r_H \dot{I}_2$

из второго уравнения (3.49):

$$\dot{I}_2 = \frac{-j\omega M \dot{I}_1}{r_H + r_2 + j\omega L_2}.$$

Подстановка  $\dot{I}_2$  в первое уравнение **(3.49)** дает:

$$(\dot{r}_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + \frac{\omega^2 M^2}{r_H + r_2 + j\omega L_2} \dot{I}_1 = \dot{U}_1 \quad | : \dot{I}_1$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{\text{вх}} = r_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{r + r + j\omega L}.$$

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{BX}} = & \left[ r_1 + \frac{\omega^2 M^2 (r_H + r_2)}{(r_H + r_2)^2 + \omega^2 L_2^2} \right] + \\
 & + j \left[ \omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 \omega L_2}{(r_H + r_2)^2 + \omega^2 L_2^2} \right].
 \end{aligned}$$

$$Z_{\text{ВХ}} = r_1 + r_{\text{ВН}} + j(\omega L_1 - \omega L_{\text{ВН}}) = r + jX$$

где  $r_{\text{ВН}}$  и  $\omega L_{\text{ВН}}$  – сопротивления, вносимые из второго контура в первый.

При индуктивном сопротивлении нагрузки уменьшается реактивная составляющая входного сопротивления, а активная – возрастает, полное сопротивление при этом уменьшается.

Поглощение энергии во втором контуре приводит к увеличению эквивалентного активного сопротивления всей цепи.

При индуктивном характере цепи второго контура магнитный поток, обусловленный током  $I_2$ , направлен против магнитного потока, вызванного током  $I_1$ , что приводит к уменьшению магнитного потока в первом контуре, и это эквивалентно уменьшению реактивного сопротивления первого контура.