Автономная некоммерческая организация

профессионального образования

КАЛИНИНГРАДСКИЙ БИЗНЕС-КОЛЛЕДЖ

Кафедра общих гуманитарных и естественных дисциплин

Числовые множества

Составитель: преподаватель:

Войкова Т.Ю.

Что такое – число?

Многие люди, изучая математику, испытывают разочарование от того, что не понимают этот предмет. Это вполне объяснимо: готовясь к занятию, я задала вопрос: «Число – что это?» и не нашла ни одного корректного определения.

Он-лайн справочник webmath.ru приводит следующее определение:

«**Число** является одним из самых важных понятий в математике. Оно используется для описания количественных характеристик, для сравнений, нумерации объектов и их частей. Для написания чисел чаще всего используют арабские цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; а так же символы математических операций.»

Хочется сказать Автору: «Спасибо большое. Слова «Одно из самых важных понятий» были очень важными, но лишними в определении, т.к. по сути никакой информации не несут. Кроме того, существуют числа, которые НЕ используются «для описания количественных характеристик, для сравнений, нумерации объектов и их частей».

Не удалось найти корректное определение понятия «Число» и в Википедии.

Так что остановимся на том, что есть понятия, с которыми мы сталкиваемся постоянно, но определения, устраивающие всех, для них придумать не удастся.

Множества.

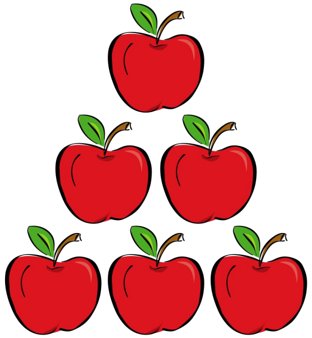
И снова – разочарование: понятие «Множество» (набор, совокупность, соединение, комбинация) не имеет определение. Фактически, мы изучаем «не понятно, что».
На самом деле, многие неопределяемые понятия соответствуют объектам, имеющим вполне определённые свойства и доступны пониманию, хотя бы на уровне интуиции.

История возникновения натуральных чисел берет свое начало еще с первобытного общества.

Для обозначения множеств используются заглавные буквы латинского алфавита. Числовые множества, как частный случай множеств, обозначаются также. Например, можно говорить о числовых множествах A, H, W и т.п. Особую важность имеют множества натуральных, целых, рациональных, действительных, комплексных чисел и т.п., для них были приняты свои обозначения:
N – множество всех натуральных чисел: 1; 2; 3: 4; 5; 6;…;
Z – множество целых чисел;
Q – множество рациональных чисел;
J – множество иррациональных чисел;
R – множество действительных чисел;
C – множество комплексных чисел.

Числовые множества.

Иногда у меня создаётся впечатление, что математика похожа на религию.
Некоторые положения (аксиомы) принимаются без доказательств.
Есть существенные различия во взглядах на некоторые вопросы – как и в религиях. Например, число 0 (нуль) в Российской Федерации не относится к натуральным.
Здесь натуральные числа используются для счёта предметов:



«Одно яблоко, два яблока, три яблока…», т.е. Натуральные числа – это множество N: 1; 2; 3;… Наименьшее натуральное число – единица.

Числовые множества.

В некоторых странах натуральные числа – это 0; 1; 2; 3;…
Это связано с тем, что в качестве натурального числа (например, во Франции) рассматривают количество предметов, а не номер предмета. Количество может быть равно нулю.
Сразу договоримся, что мы используем вариант:
N: 1; 2; 3;…
Раз уж мы заговорили про обозначения, то здесь напомним и про обозначение пустого множества, то есть множества, не содержащего элементов. Его обозначают знаком ∅.

Подумайте, какой пример пустого множества Вы можете привести.

Вопрос на смекалку: предложите набор натуральных чисел, такой, что если перемножить эти числа, то в результате получится 15. И если сложить те же самые числа, в результате получится 15.

Факториал

Сколькими способами пять бабушек могут занять очередь к невропатологу? Сколькими способами трое студентов могут занять очередь за шаурмой? На этот вопрос ответит ФАКТОРИАЛ.
Факториал натурального числа n(эн) – это произведение всех натуральных чисел, от одного до n включительно. Это число обозначается восклицательным знаком.
Другое, тоже достойное определение:
Факториал натурального числа n обозначается n! Вычисляется по формуле:
$n!=1\cdot2\cdot3\ldots\cdot(n-1)\cdot n$
Дополнительно, математики считают, что факториал нуля равен единице: 0!=1. Просто запомните. Можно, конечно, доказать, но придётся лезть в математические дебри. Что не входит сегодня в наши планы.

$$\frac{8!}{5!}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}=\frac{1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1}=336$$

Операции с числовыми множествами.

Первый вопрос: принадлежит ли число множеству? Второй вопрос: является ли числовое множество частью другого числового множества?

Символы «Принадлежит, содержится» - это $\subset$ и $\in$

Понятно, что не стоит обозначать множество, состоящее, к примеру, из двух чисел 5 и −7 как Q, это обозначение будет вводить в заблуждение, так как буквой Q обычно обозначают множество всех рациональных чисел. Для обозначения указанного числового множества лучше использовать какую-нибудь другую «нейтральную» букву, например, A.

$A=\{5; -7\}$.

$A \subset N$ – неверно;

$A \subset Z$ – верно; $N \subset Z$ – верно.

$-7 \in N$ – неверно; $5 \in N$ – верно; $-7 \in Z$ – верно; таким образом, символ «$\in$» используется, когда говорят о принадлежности одного элемента множеству, а символ «$\subset$» - когда говорят, что одно множество является ЧАСТЬЮ (подмножеством) другого множества. Перечеркнув, мы получим символ «не принадлежит»: $-7 \notin N$ – верно, т.к. 7 – не натуральное число.

Операции с числовыми множествами.

Исходя из того, что $N \subset Z$ – верно и **5** $\in$ N – верно, приходим к выводу, что **5** $\in$ Z ; **5** $\in$ Q; **5** $\in$ R; **5** $\in$ C – тоже верные высказывания, несмотря на то, что определение комплексного числа Вы, скорее всего, ещё не проходили. Множество комплексных чисел – это расширение множества действительных чисел. Обозначают множество комплексных чисел латинской буквой C.

Множество целых чисел Z – это множество натуральных чисел N, дополненное нулём и множеством целых отрицательных чисел.

Отрицательные числа впервые появились в древней Индии в связи с понятием долга:

-15+23=8 «Был должен 15 рупий, заработал 23 рупии, отдал долг, в итоге запас 8 рупий»

Операции с числовыми множествами.

Множество рациональных чисел Q включат в себя множество целых (а значит, и натуральных чисел), и ещё дробные и смешанные числа.
Смешанные числа – это числа, содержащие целую и дробную часть:
$3\frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7}$
N⊂Z⊂Q – верно

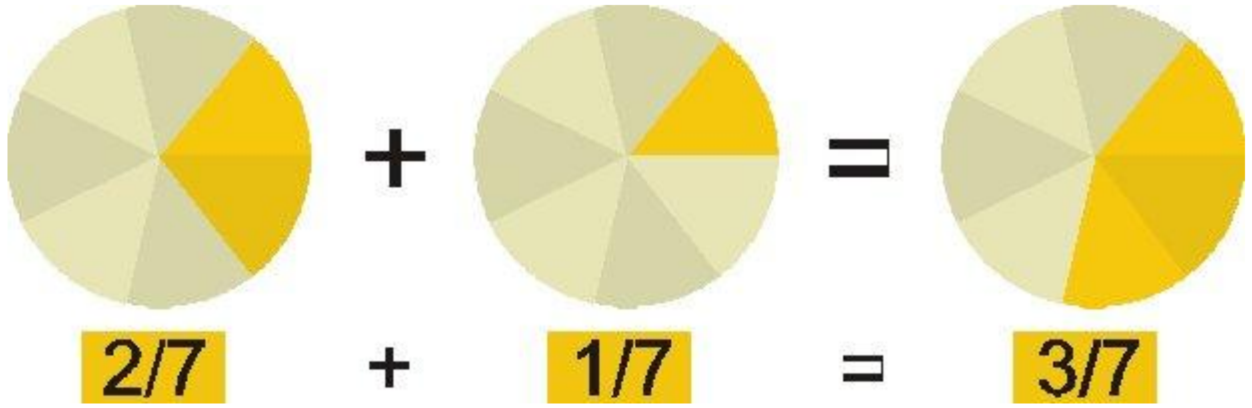
Рациональное число (лат. *ratio* «отношение, деление, дробь») — число, которое можно представить обыкновенной дробью, числитель— целое число, а знаменатель — натуральное число.

Например, $3\frac{2}{7} = \frac{7 \cdot 3+2}{7} = \frac{23}{7}$; **23** ∈ Z; 7 ∈ N => $3\frac{2}{7}$ ∈ Q.

Со множеством нерациональных (иррациональных) чисел всё немного сложнее. Общепринятого обозначения множества иррациональных чисел нет.

Операции с числовыми множествами.

Обыкновенные дроби:



Опр. Дробь – это одна или несколько равных частей единицы.

Операции с числовыми множествами.

Со множеством нерациональных (иррациональных) чисел всё сложнее. Общепринятого обозначения множества иррациональных чисел нет.

Иррациональное число — число, которое нельзя представить обыкновенной дробью, где числитель— целое число, а знаменатель — натуральное число.

Есть и другое определение.

Иррациональное число – это бесконечная непериодическая дробь.

В общем, когда за запятой нет никакого порядка – только сплошное безобразие. Нет повторяющейся последовательности из одних и тех же цифр.

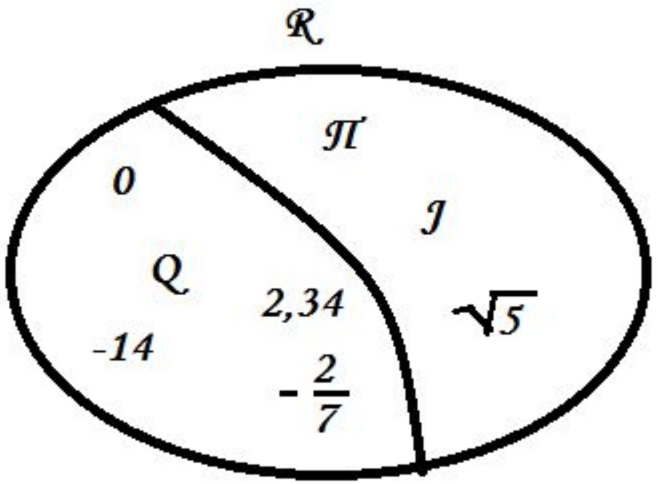
0,0945094509450945094509450945… - это – рациональное число:

$$\frac{105}{1111}$$

Проверьте на калькуляторе.

Операции с числовыми множествами.

Множество иррациональных чисел обозначают латинской буквой I (и); J (жи; йот), а также R \ Q - разность множества действительных (вещественных) и рациональных чисел.



Что такое – разность множеств?.. Опять нет определения?. На это раз повезло: определение есть.

Разность множеств A \ B – это множество элементов, которые принадлежат первому множеству (A), но не принадлежат второму множеству (B). Например, A={-1; 0; 2; 3; 4}; B={-1; 0; 3}
Тогда A \ B = {2; 4}
Разобраться легко, если сказать: «A, но не B» или «A, без B».
Таким образом, если мы отбросим от множества действительных чисел «хорошие», рациональные числа (множество Q), то получим множество «нехороших», иррациональных чисел. Как это множество обозначать – математики так и не договорились. То ли I , то ли J, то ли R\Q. Там число π, всякие неизвлекающиеся корни (как например $\sqrt{5}$) и прочие вредные для обычного человека числа.