

Динамические процессы в электроприводе

ЛЕКЦИЯ 1

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Энергетический подход к описанию электромеханических систем

Изучение электромеханических систем должно решить три главные задачи:

- 1) физическое описание системы
- 2) составление дифференциальных уравнений движения системы
- 3) решение уравнений с учетом конкретных условий задачи

План получения управлений движения

1. Повторение основных соотношений электромеханики
2. Анализ запасенной энергии системы
 - с учетом механических сил в магнитном поле
 - с учетом механических сил в электрическом поле

Фундаментальные соотношения в электромеханике

Уравнение динамического равновесия для k -го механического узла:

$$\sum_{i=1} (p_{ki} - f_{ki}) = 0$$

где

$p_{ki} = \frac{dp_{ki}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{ki}\dot{x}_{ki})$ – инерционная сила i -го узла, а m_{ki} – масса, x_{ki} – перемещение

f_{ki} – механическая сила, включая любые силы связи, приложенная к i -му узлу

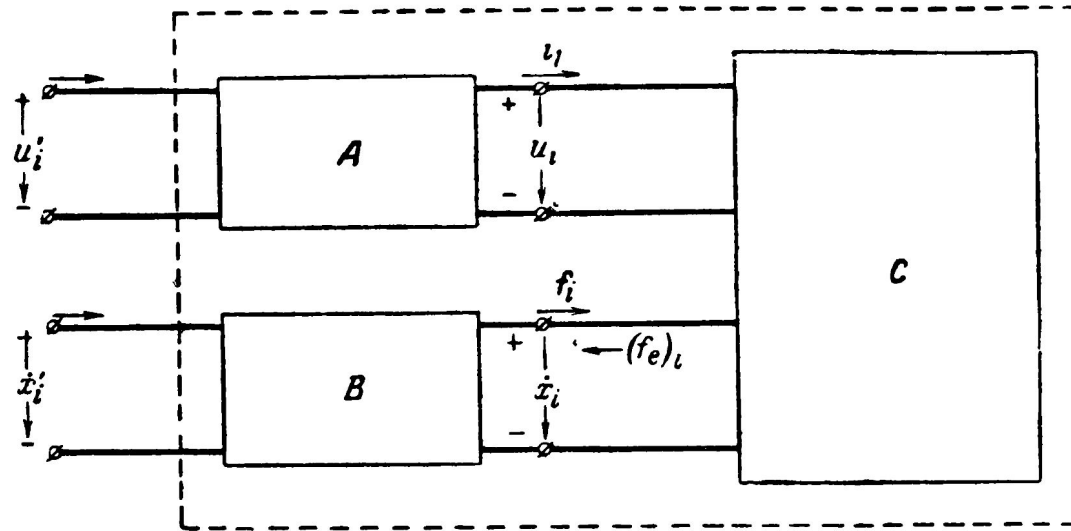
Принцип Даламбера из соотношения непрерывности пространства и законы Кирхгоффа:

$$\sum_{i=1} x_{ki} = 0 \quad \sum_{i=1} e_{ki} = 0 \quad \sum_{i=1} i_{ki} = 0$$

где

e_{ki} – напряжение в k -м контуре, i_{ki} – i -й ток в k -м узле

ЭМГТ с учетом принципа возможных перемещений и закона сохранения энергии

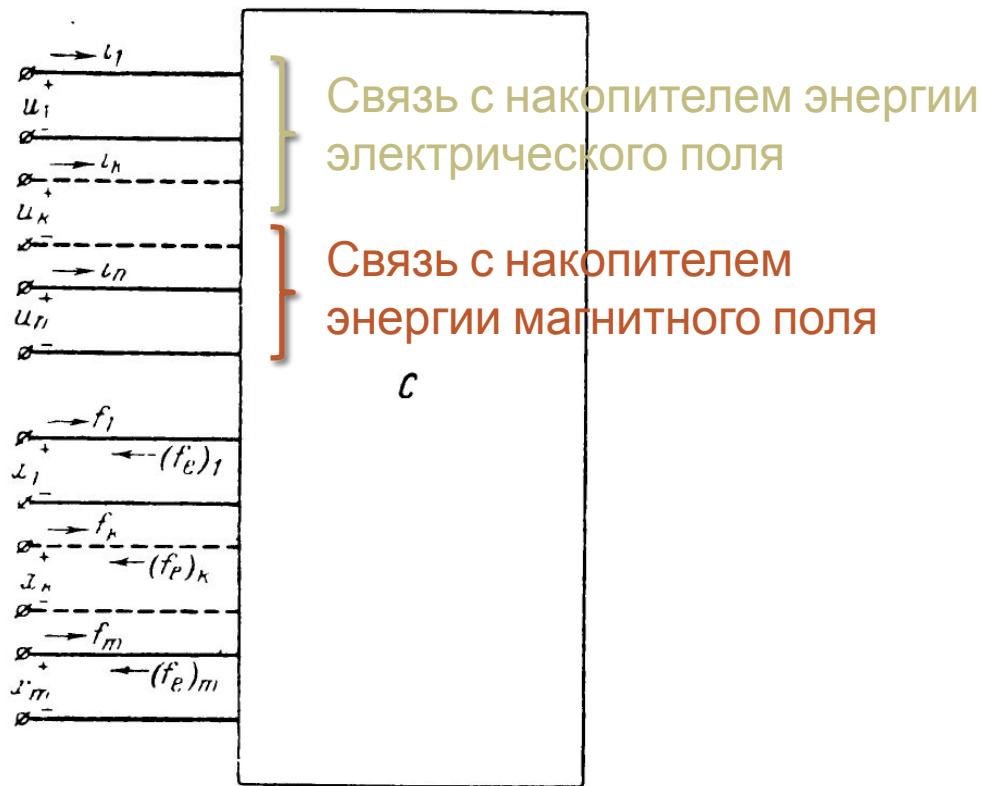


A — электрическая схема, где уравнения движения получают из законов Кирхгофа;

B — механическая схема, где уравнения движения получают из принципа Даламбера

и соотношения непрерывности пространства; C — электромеханическая схема (представляет поля связи — электрическое и магнитное); уравнения движения получают из принципа возможных перемещений и закона сохранения энергии

Консервативная электрохимическая связанная схема



Полная накопленная энергия

$$W = W_e + W_m$$

где

W_e – энергия, запасенная в электрических полях

W_m – энергия, запасенная в магнитных полях

Электрические и магнитные переменные связаны:

$$q_k = \sum_{i=1}^l C_{ki} u_i \quad \Psi_k = \sum_{i=l+1}^n L_{ki} i_i$$

$$i_k = \frac{dq_k}{dt} \quad u_k = \frac{d\Psi_k}{dt}$$

Ограничения на электромеханическую систему

1. Параметры должны быть сосредоточенные. Они вычисляются в общем случае из электромагнитных полей
2. Должны быть однозначными следующие зависимости:

$$u_k = u_k(q_1, \dots, q_l, x_1, \dots, x_m)$$

$$q_k = q_k(u_1, \dots, u_l, x_1, \dots, x_m)$$

$$\Psi_k = \Psi_k(i_{l+1}, \dots, i_n, x_1, \dots, x_m)$$

$$i_k = i_k(\Psi_{l+1}, \dots, \Psi_n, x_1, \dots, x_m)$$

$$f_k = f_k(q_1, \dots, q_l, \Psi_{l+1}, \dots, \Psi_n, x_1, \dots, x_m)$$

3. Гистерезис не учитывается, но потери от гистерезиса могут быть учтены при помощи активного сопротивления, вынесенного за пределы связанной системы

Энергии, вовлекаемые в возможное перемещение

Энергия, поступающая на электрические зажимы:

$$\sum_{i=1}^n u_i i_i dt$$

Энергия, поступающая на механические зажимы:

$$-(f_e)_k \dot{x}_k dt = -(f_e)_k dx_k$$

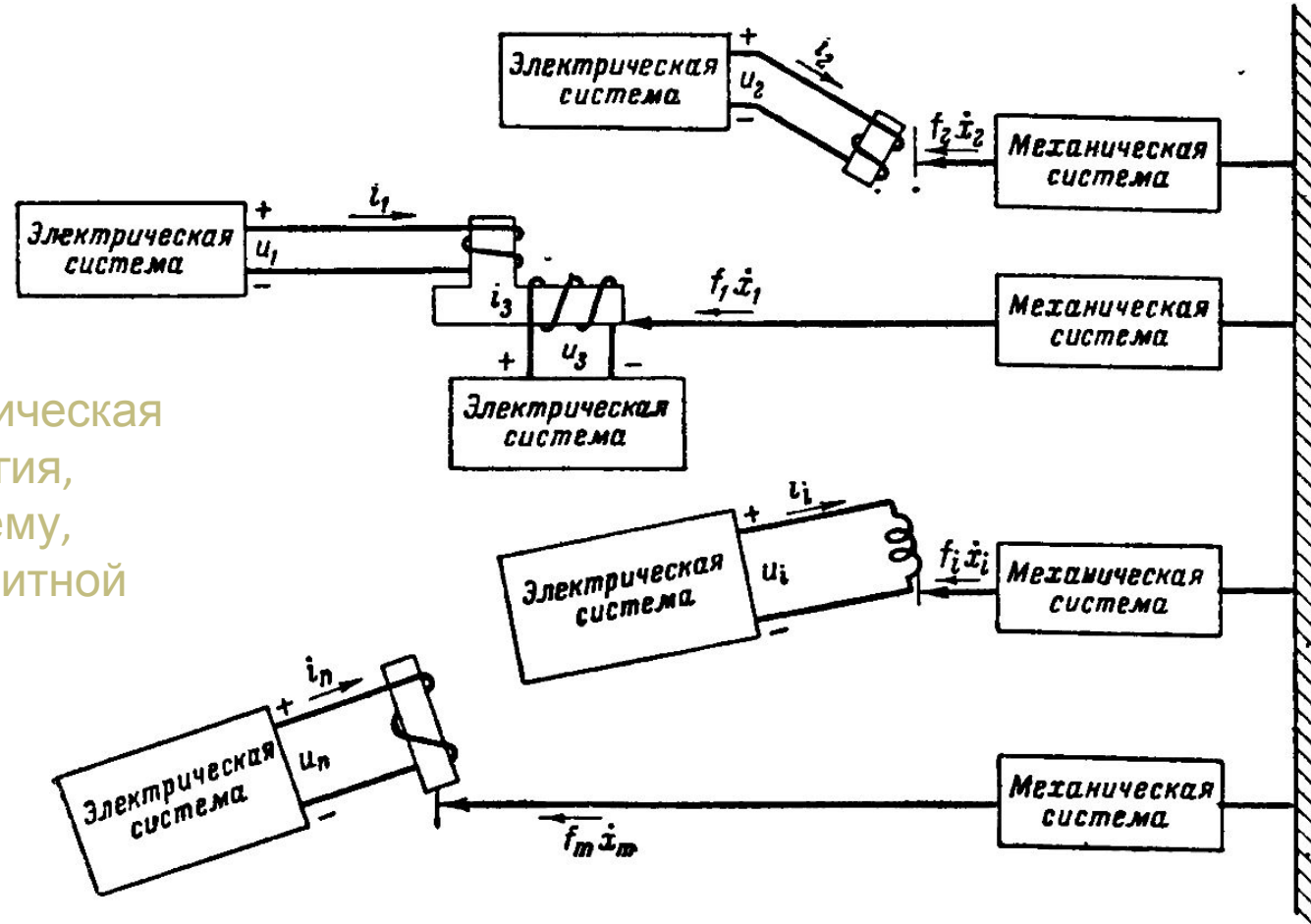
Отсюда, согласно закона сохранения энергии, получим изменение запасенной энергии:

$$dW = \sum_{i=1}^n u_i i_i dt - (f_e)_k dx_k$$

Это даст нам уравнение для силы электромеханической связи:

$$(f_e)_k = \frac{1}{dx_k} \left(\sum_{i=1}^n u_i i_i dt - dW \right)$$

Представление связанных обтекаемых током катушек



Получается, что и электрическая и механическая энергия, поступающие в систему, запасаются в виде магнитной энергии

Запасенная энергия в магнитных полях для определения силы

Запасенная магнитная энергия:

$$W_m(\Psi_1, \dots, \Psi_n, x_1, \dots, x_m) = \int_{0, \dots, 0}^{\Psi_1, \dots, \Psi_n} \sum_{i=1}^n i'_i(\Psi'_1, \dots, \Psi'_n, x_1, \dots, x_m) d\Psi'_i$$

где

i'_i и Ψ'_i – токи и потокосцепления для некоторого фиксированного положения системы, для которого $x_j = \text{const}$

С другой стороны изменения запасенной магнитной энергии с учетом связи i_i и Ψ_i :

$$dW_m(i_1, \dots, i_n, x_1, \dots, x_m) = \frac{\partial W_m}{\partial x_k} dx_k + \sum_{i=1}^n \frac{\partial W_m}{\partial i_i} di_i$$

Тогда из уравнения для силы электромеханической связи получим:

$$(f_e)_k dx_k = \sum_{i=1}^n i_i d\Psi_i - dW_m$$

Запасенная энергия в магнитных полях для определения силы

Перегруппируем:

$$(f_e)_k dx_k = \left(-\frac{\partial W_m}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^n i_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_k} \right) dx_k + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial W_m}{\partial i_i} + \sum_{r=1}^n i_r \frac{\partial \Psi_r}{\partial i_i} \right) di_i$$

Поскольку сила $(f_e)_k$ не зависит от i_i и Ψ_i , коэффициент di_i должен равняться нулю:

$$\sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial W_m}{\partial i_i} + \sum_{r=1}^n i_r \frac{\partial \Psi_r}{\partial i_i} \right) = 0$$

Тогда получим уравнение для силы электромеханической связи:

$$(f_e)_k = \frac{\partial W'_m(\Psi_1, \dots, \Psi_n, x_1, \dots, x_m)}{\partial x_k} - \sum_{i=1}^n \Psi_i \frac{\partial i_i(\Psi_1, \dots, \Psi_n, x_1, \dots, x_m)}{\partial x_k}$$

Уравнения электромагнитного момента электрических машин

Для двигателя постоянного тока:

$$M = p_n L_{12} i_a i_f$$

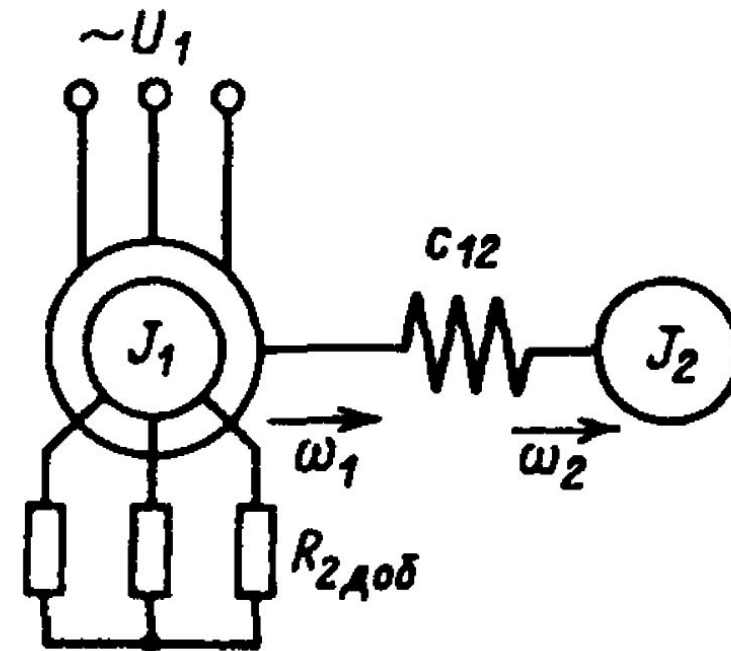
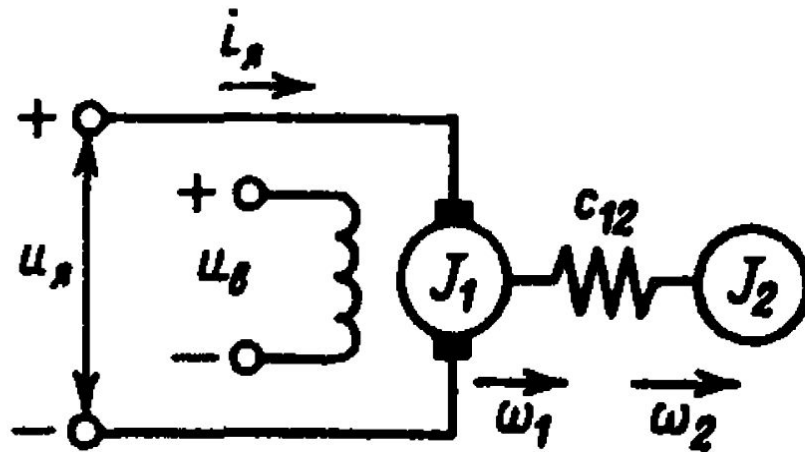
Для асинхронного двигателя:

$$M = p_n (\psi_{1d} i_{1q} - \psi_{1q} i_{1d}) \quad M = p_n \frac{L_m}{L_2} (i_{1q} \psi_{2d} - i_{1d} \psi_{2q})$$
$$M = p_n L_m (i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}) \quad M = p_n \frac{L_m}{L_1 L_2 - L_m^2} (\psi_{1q} \psi_{2d} - \psi_{1d} \psi_{2q})$$

Для синхронного двигателя:

$$M = p_n (i_{1q} (L_{1d} i_{1d} + L_{12} i_{2d}) - i_{1d} L_{1q} i_{1q})$$

Модели электромеханических систем с сосредоточенными параметрами



Примеры описания обобщенного электромеханического преобразователя

На базе АД

На базе ДПТ

$$\begin{cases} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{J_1}(M - M_{12}) \\ \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J_2}M_{12} \\ \frac{dM_{12}}{dt} = C_{12}(\omega_1 - \omega_2) \end{cases}$$

Контрольный срез!

Исходя из уравнений ОЭМ выведите уравнение момента

$$u_{\dot{\varphi}_{\text{эл}}} = R_i i_i + \sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \frac{di_j}{dt} + \omega \sum_{j=1}^{2q} \frac{dL_{i,j}}{d\varphi_{\text{эл}}} i$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1\alpha} &= i_{1\alpha} L_{1\alpha,1\alpha} + i_{1\beta} L_{1\alpha,1\beta} + i_{2d} L_{1\alpha,2d} + i_{2q} L_{1\alpha,2q} \\ \psi_{1\beta} &= i_{1\alpha} L_{1\beta,1\alpha} + i_{1\beta} L_{1\beta,1\beta} + i_{2d} L_{1\beta,2d} + i_{2q} L_{1\beta,2q} \\ \psi_{2d} &= i_{1\alpha} L_{2d,1\alpha} + i_{1\beta} L_{2d,1\beta} + i_{2d} L_{2d,2d} + i_{2q} L_{2d,2q} \\ \psi_{2q} &= i_{1\alpha} L_{2q,1\alpha} + i_{1\beta} L_{2q,1\beta} + i_{2d} L_{2q,2d} + i_{2q} L_{2q,2q} \end{aligned} \right\}$$

$$L_{1\alpha,2d} = L_{2d,1\alpha} = L_{12} \cos \varphi$$

$$L_{1\alpha,2q} = L_{2q,1\alpha} = L_{12} \cos(\varphi_{\text{эл}} + 90^\circ) = -L_{12} \sin \varphi$$

$$L_{1\beta,2d} = L_{2d,1\beta} = L_{12} \sin \varphi$$

$$L_{1\beta,2q} = L_{2q,1\beta} = L_{12} \cos \varphi$$

$$M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2q} i_i \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi_{\text{эл}}}$$