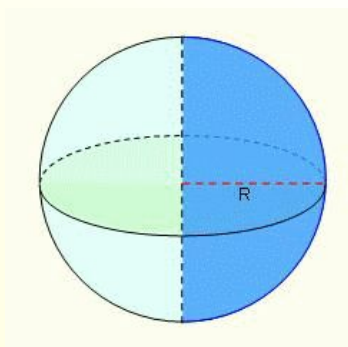
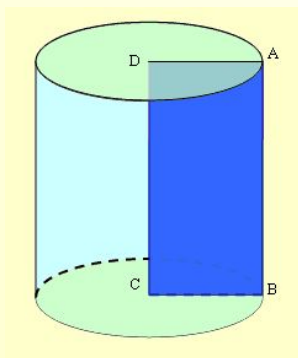


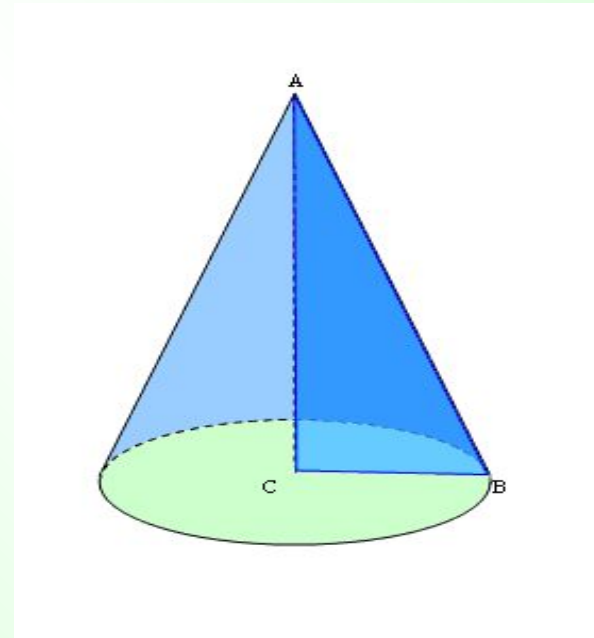
Тела вращения

# КОНУС



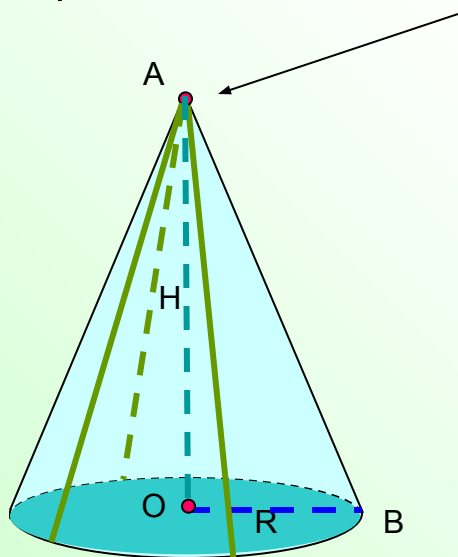
**КОНУС:** *от греческого «сосновая шишка, остроконечная верхушка шлема»*

**Конусом** называется тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



# Основные определения

**Основанием** конуса называется круг, полученный в результате вращения катета, перпендикулярного стороне, принадлежащей оси вращения.



**Вершиной конуса** называется точка, не лежащая в плоскости этого круга.

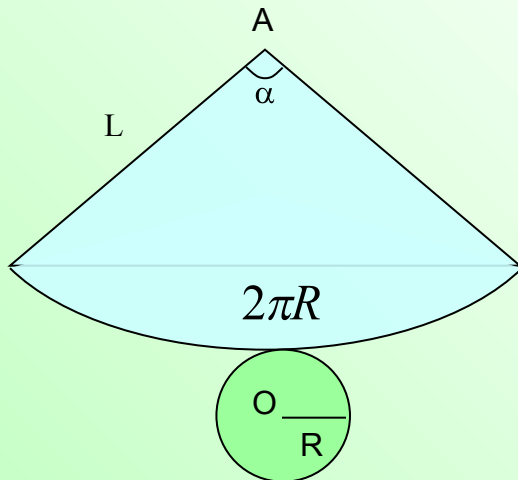
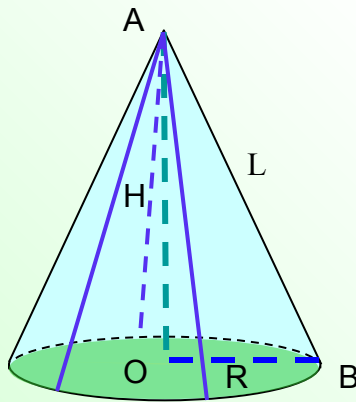
**Радиусом** конуса называется радиус его основания.

**Образующими** конуса называются отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания.

**Высотой конуса** называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

• **Осью прямого конуса** называется прямая, содержащая его высоту.

# Конус: основные свойства



- Конус называется **прямым**, если прямая соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

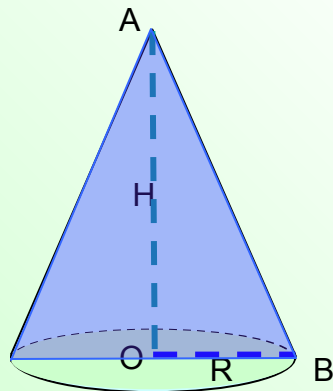
- **Образующие** прямого конуса равны.

**Боковая поверхность** составлена из образующих.

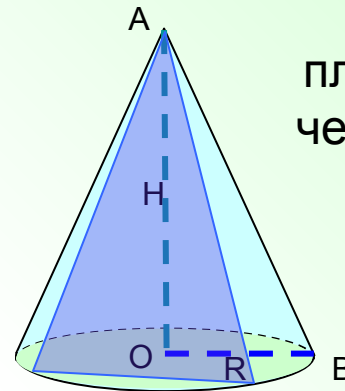
- **Полная поверхность** конуса состоит из основания и боковой поверхности.

**Развертка** конуса представляет собой круговой сектор, радиусом которого является образующая, и круг.

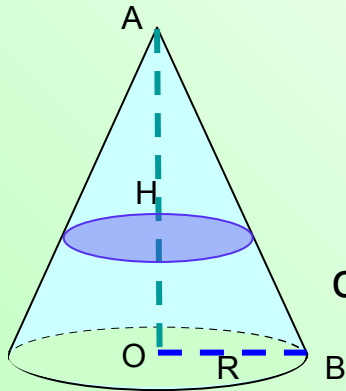
# Сечения конуса



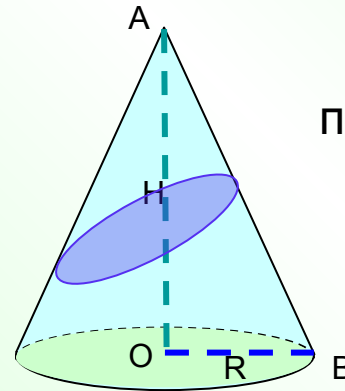
•Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.  
Осевое сечение прямого конуса является равнобедренным треугольником



•Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, но не через его ось представляет собой **равнобедренный треугольник**.



•Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



•Сечение конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

# КОНУС:

R - радиус основания; H – высота; L - образующая

Площадь полной поверхности:

$$S = S_{бок} + S_{осн} = \pi R(L + R)$$

Площадь боковой поверхности:

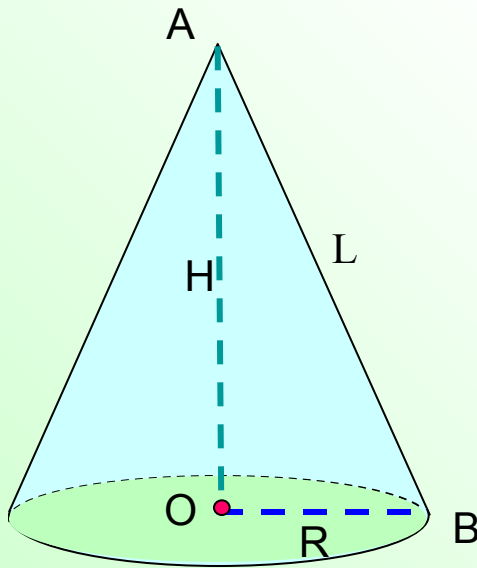
$$S_{бок} = \pi R L$$

Площадь основания:

$$S_{осн} = \pi R^2$$

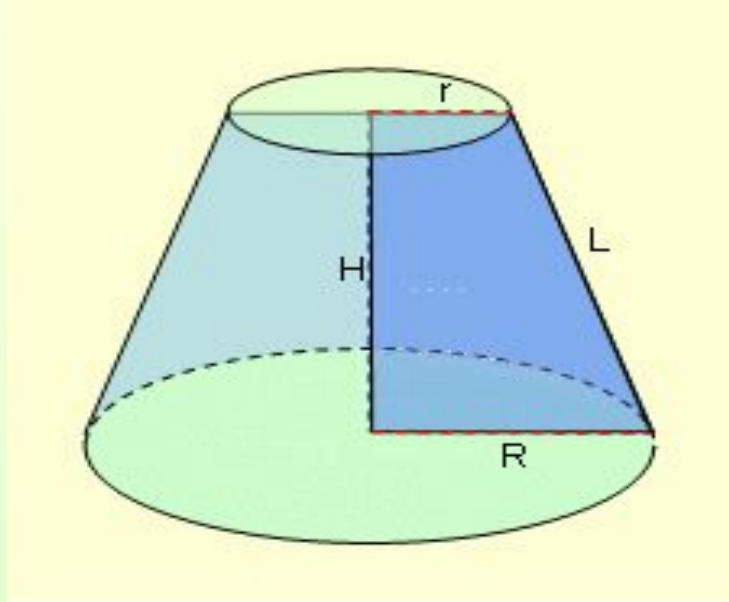
Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

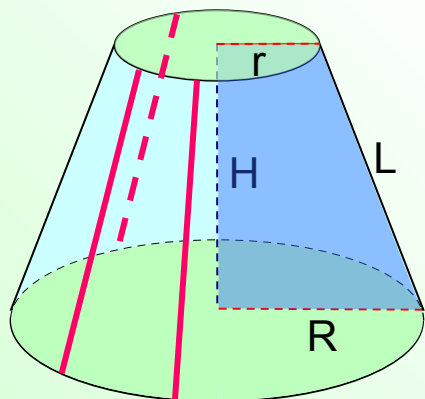


# Усеченный конус

**Усеченным конусом** называется часть конуса, заключенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной плоскости основания конуса.



# Основные определения



**Основаниями** усеченного конуса

называются основание данного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью.

**Образующими** называются отрезки образующих конической поверхности, расположенные между основаниями усеченного конуса.

**Радиусами** усеченного конуса называются радиусы его оснований.

**Высотой** называется отрезок, соединяющий центры оснований усеченного конуса.



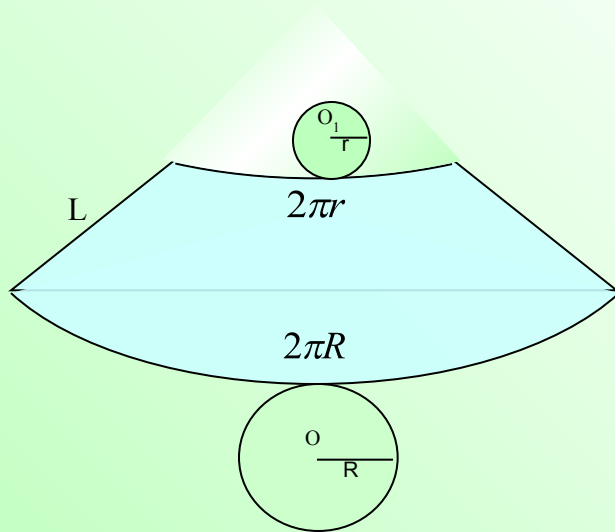
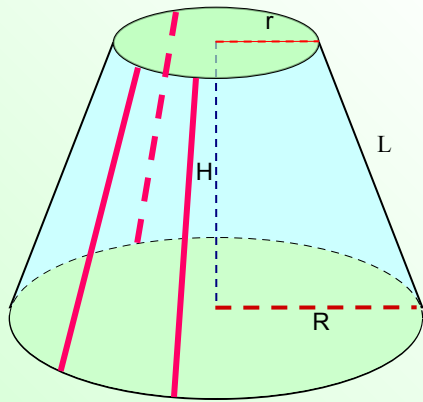
# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС: ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

Все **образующие** усеченного конуса равны между собой.

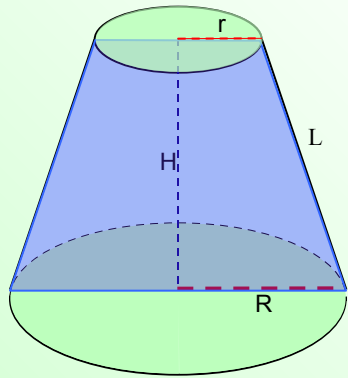
**Боковой поверхностью усеченного конуса** называется часть конической поверхности, ограничивающая усеченный конус.

**Полная поверхность** конуса состоит из оснований и боковой поверхности.

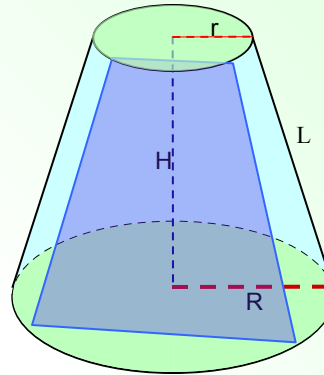
**Развертка** усеченного конуса представляет собой часть кругового кольца и два круга.



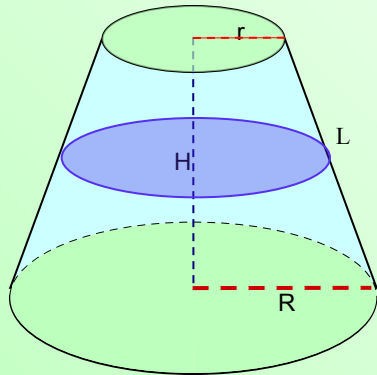
# Некоторые варианты сечений усеченного конуса



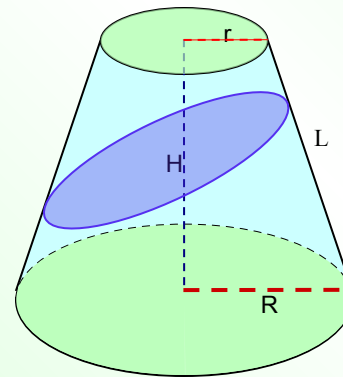
Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**. Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через основания конуса, параллельно его оси представляет собой **равнобедренную трапецию**.



Сечение усеченного конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



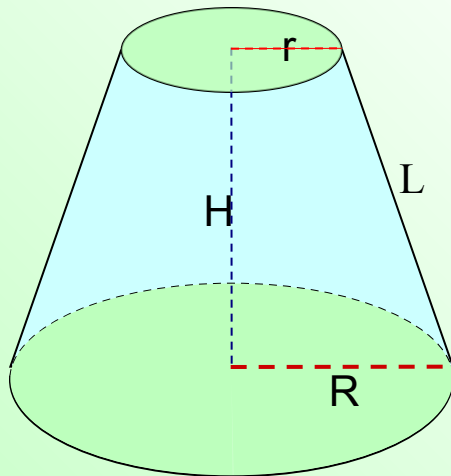
Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС:

$R$  и  $r$  - радиусы оснований;  $H$  – высота;  $L$  - образующая

**Площадь полной поверхности:**

$$S = S_{\text{бок}} + S_{\text{ниж.осн}} + S_{\text{верх.осн}} = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$



**Площадь боковой поверхности:**

$$S_{\text{бок}} = \pi L(R + r)$$

**Площадь оснований:**

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2 + \pi r^2$$

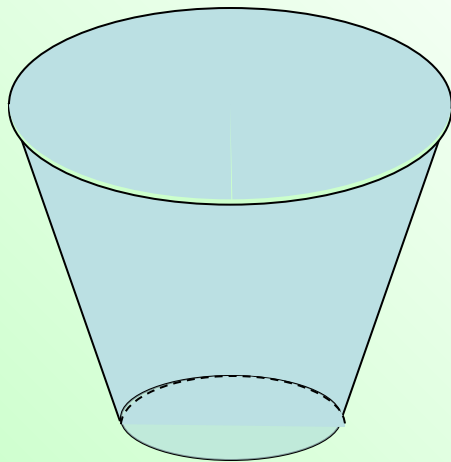
**Объем усеченного конуса:**

$$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$$

# Формулы площади поверхности и объема тел вращения

| Название тела   | Формула площади бок. поверхности | Формула площади полной поверхности     | Формула объема                                |
|-----------------|----------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Цилиндр         | $S_{бок} = 2\pi RH$              | $S = 2\pi R(H + R)$                    | $V = \pi R^2 H$                               |
| Конус           | $S_{бок} = \pi RL$               | $S = \pi R(L + R)$                     | $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$                    |
| Усеченный конус | $S_{бок} = \pi L(R + r)$         | $S = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$ | $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$        |
| Шар             |                                  | $S = 4\pi R^2 = \pi d^2$               | $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$ |

**Задача 2.** Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15см и 10см, а образующая равна 30см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 квадратный метр требуется 150г краски?



$$S = \pi l \cdot (R + r) + \pi r^2$$

$$2S = 2\pi l \cdot (R + r) + 2\pi r^2$$

$$2S = 2\pi \cdot 0,3 \cdot 0,25 + 2\pi \cdot 0,01$$

$$2S = 0,15\pi + 0,02\pi = 0,17\pi$$

$$m = 100 \cdot 0,17\pi \cdot 0,15 = 2,55\pi (\text{кг})$$

$$\text{Ответ : } 2,55\pi \approx 8,011 (\text{кг})$$