Лекция 4
«Плоскость в системе H,V,W»

4.1. Плоскость. Задание плоскости на чертеже. Принадлежность точки и прямой плоскости.

Плоскость на чертеже может быть задана:

1 – тремя точками, не лежащими на одной прямой;
2 – прямой и точкой вне этой прямой;
3 – двумя пересекающимися прямыми;
4 – двумя параллельными прямыми;
5 – плоской фигурой (например, треугольник);
6 – следами (линии пересечения плоскости с плоскостями проекций).

Принадлежность точки и прямой плоскости:

1. **Прямая принадлежит плоскости**, если она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости, т.е. пересекает другие прямые, лежащие в этой плоскости;

2. **Прямая принадлежит плоскости**, если она проходит через точку, принадлежащую плоскости (пересекает другую прямую данной плоскости), и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости;

3. **Точка принадлежит плоскости**, если она принадлежит прямой, лежащей в данной плоскости.

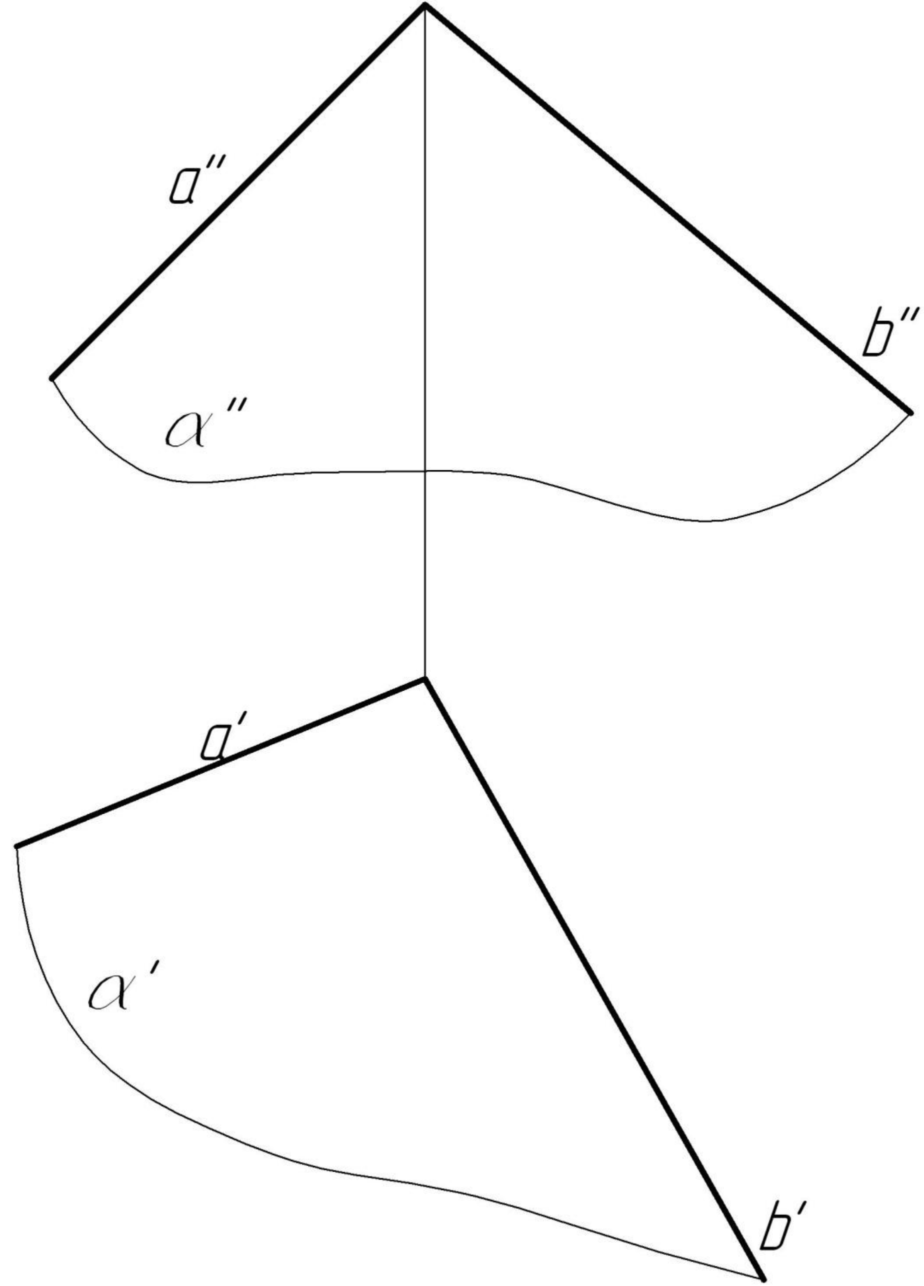
Чтобы построить точку в плоскости, нужно построить в плоскости прямую и на ней задать точку.

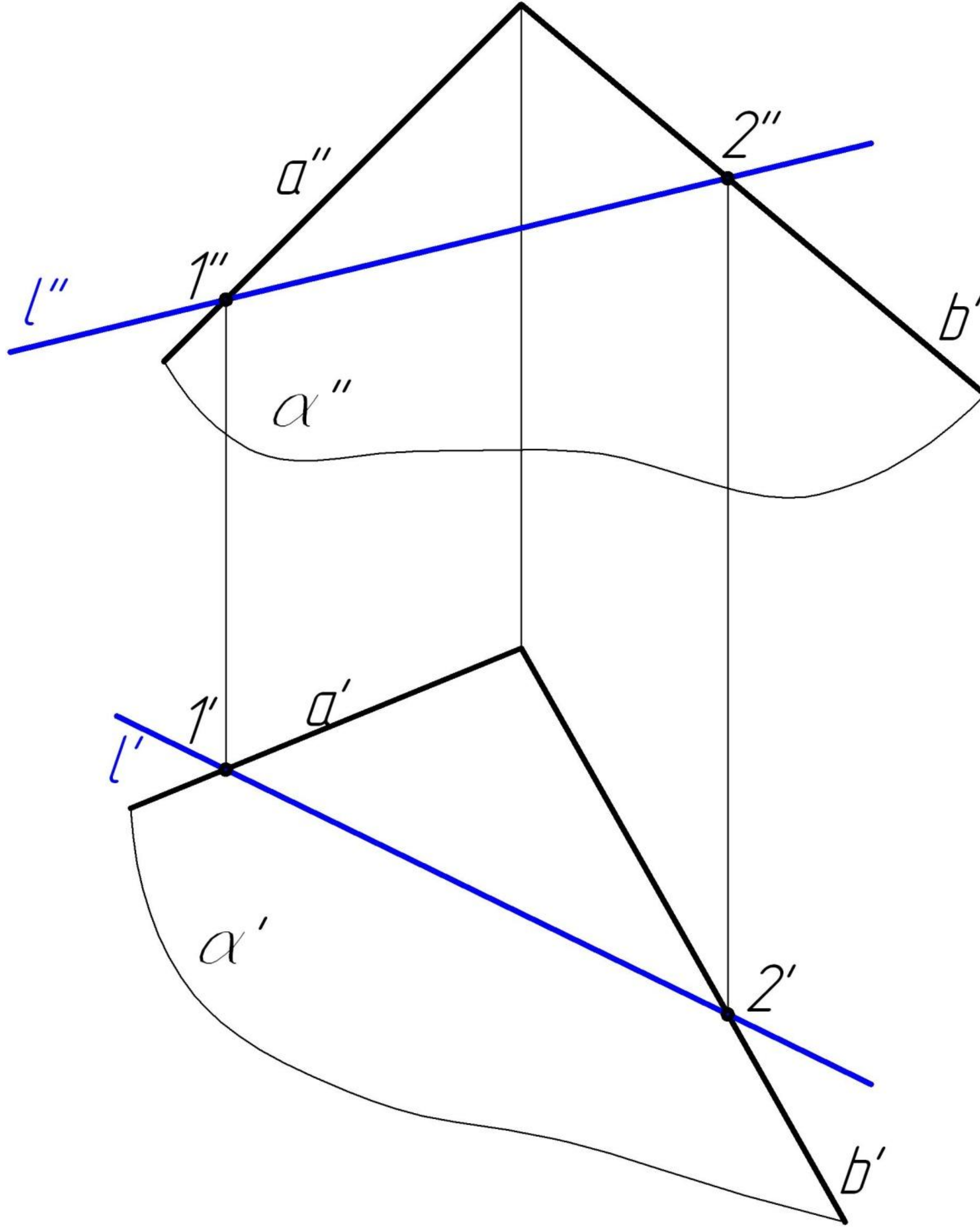
<u>Пример 1</u>

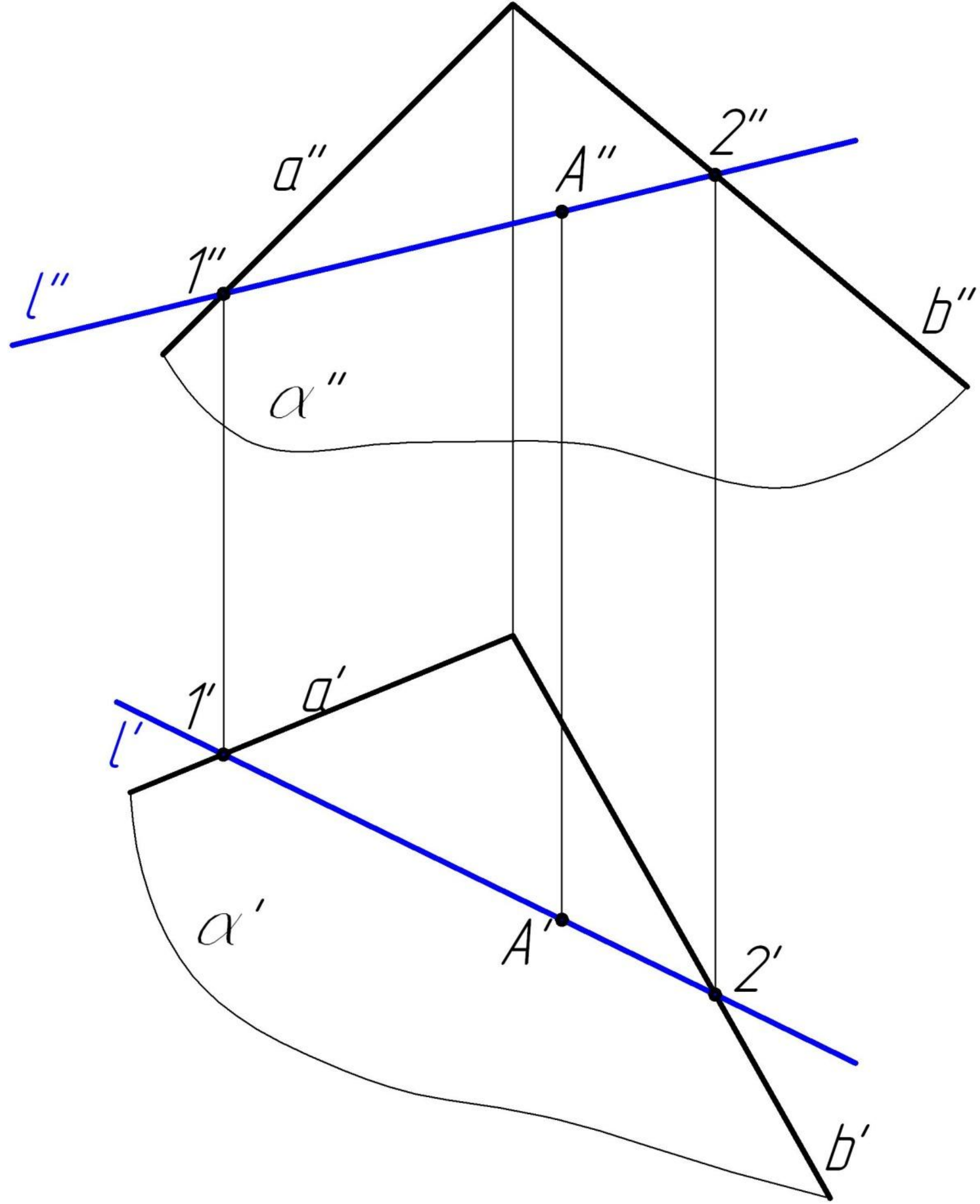
$$\alpha(a \cap b)$$

$$l \subset \alpha, \ m \subset \alpha$$

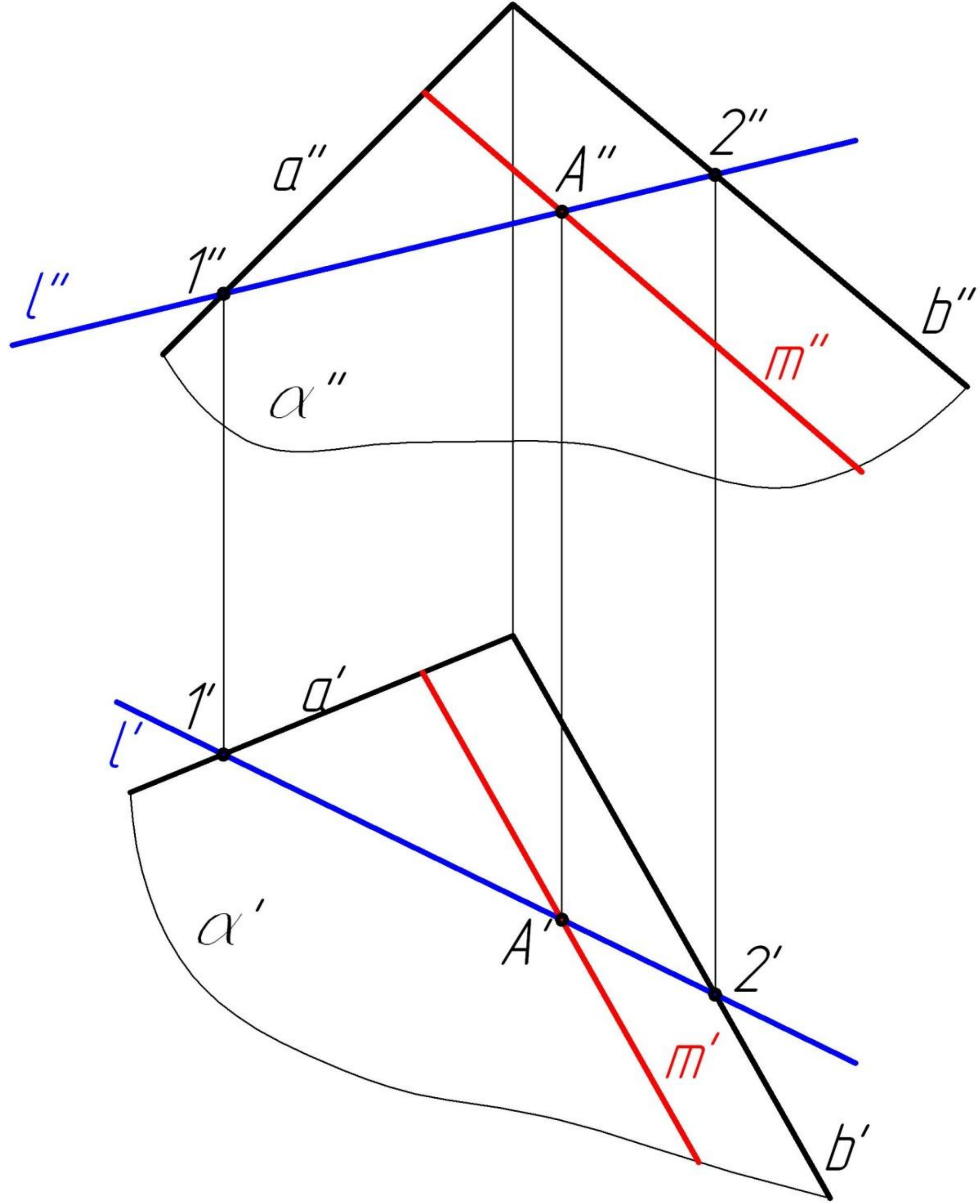
$$A \subset \alpha$$




a''
2''
1''
l''
b''
α''
1'
a'
l'
α'
2'
b'



a''
A''
2''
1''
l''
b''
α''
1'
a'
l'
α'
A'
2'
b'


a''
2''
A''
1''
l''
b''
m''
α''
1'
a'
l'
α'
A'
2'
m'
b'

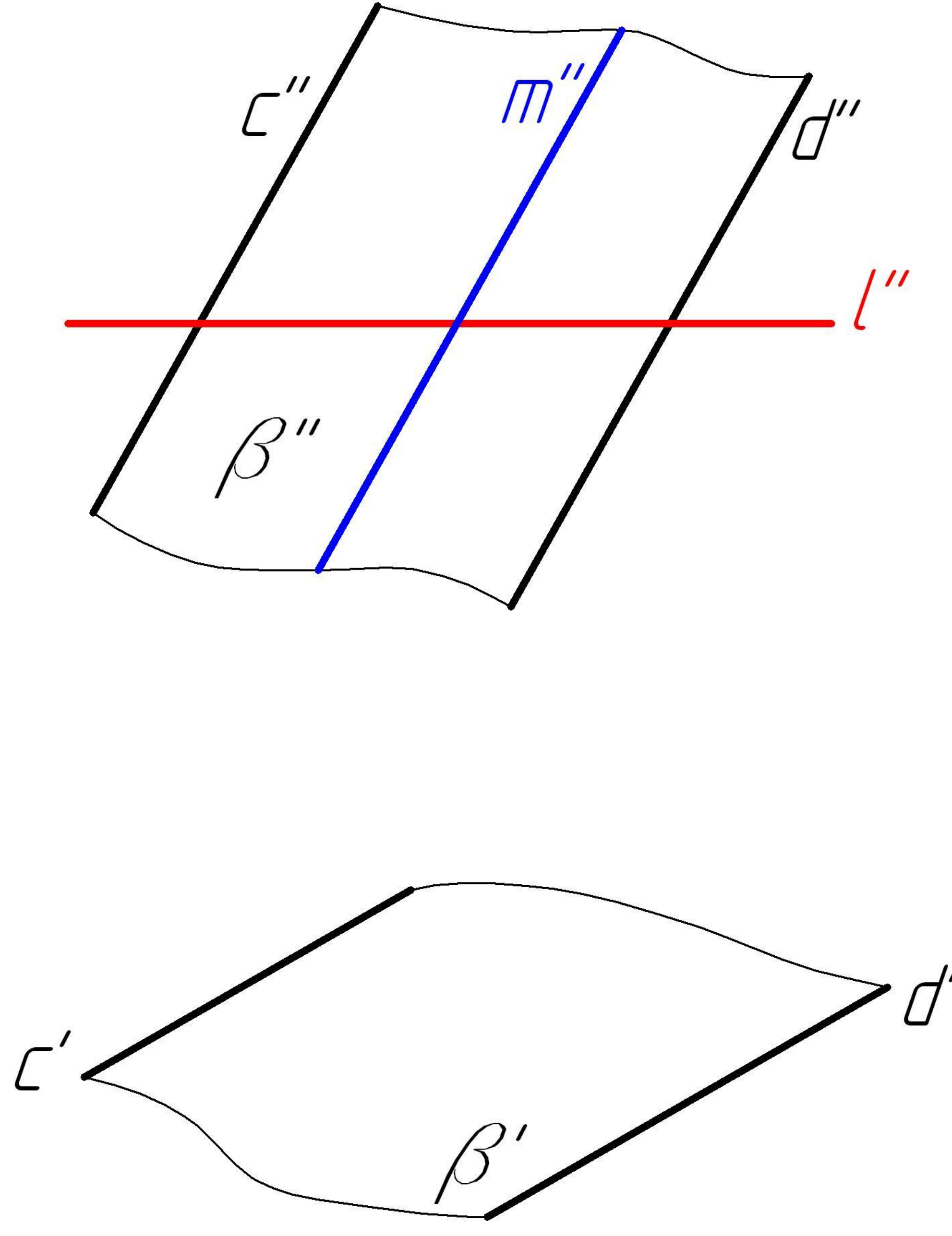
Пример 2

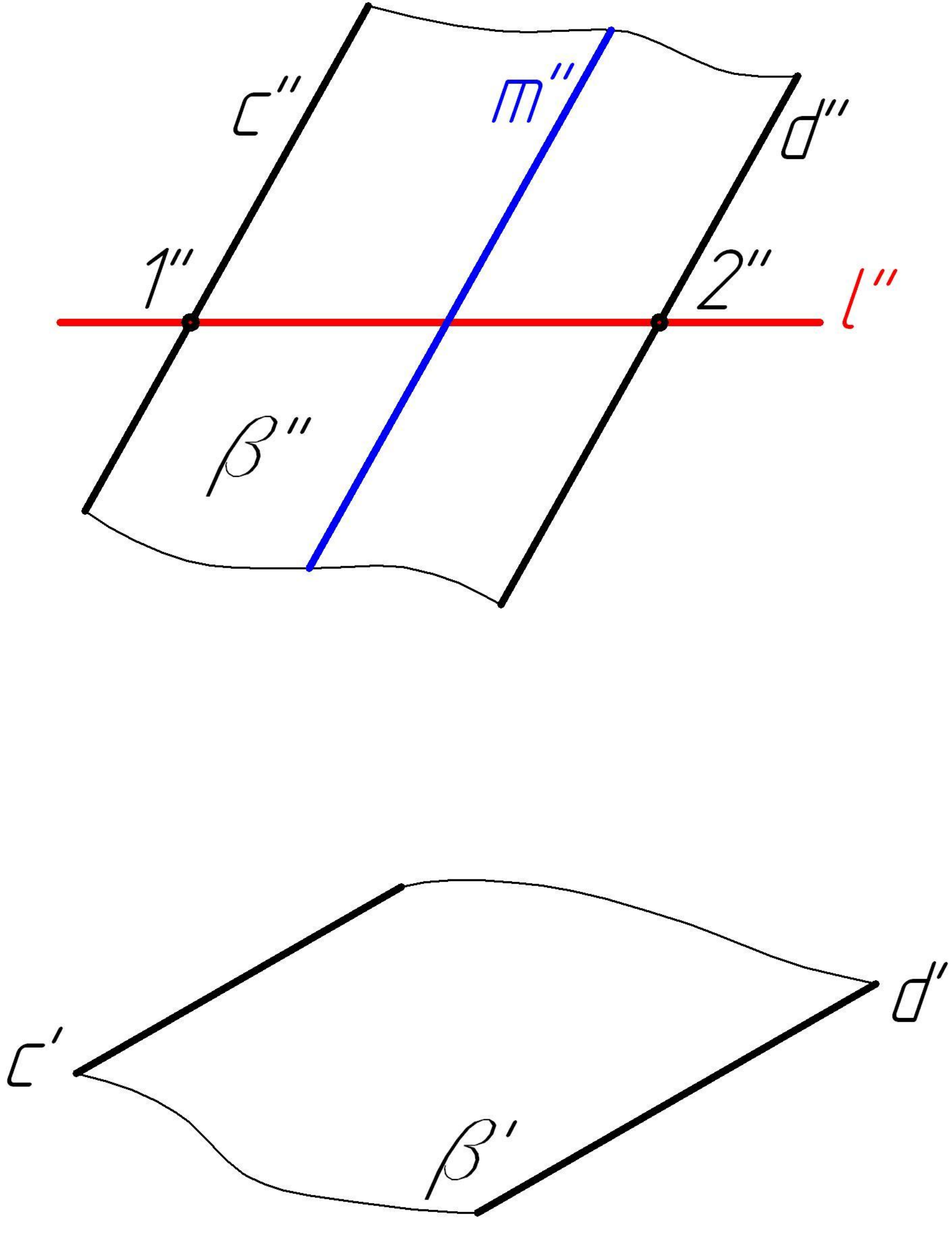
$$\beta(c \,//\, d)$$

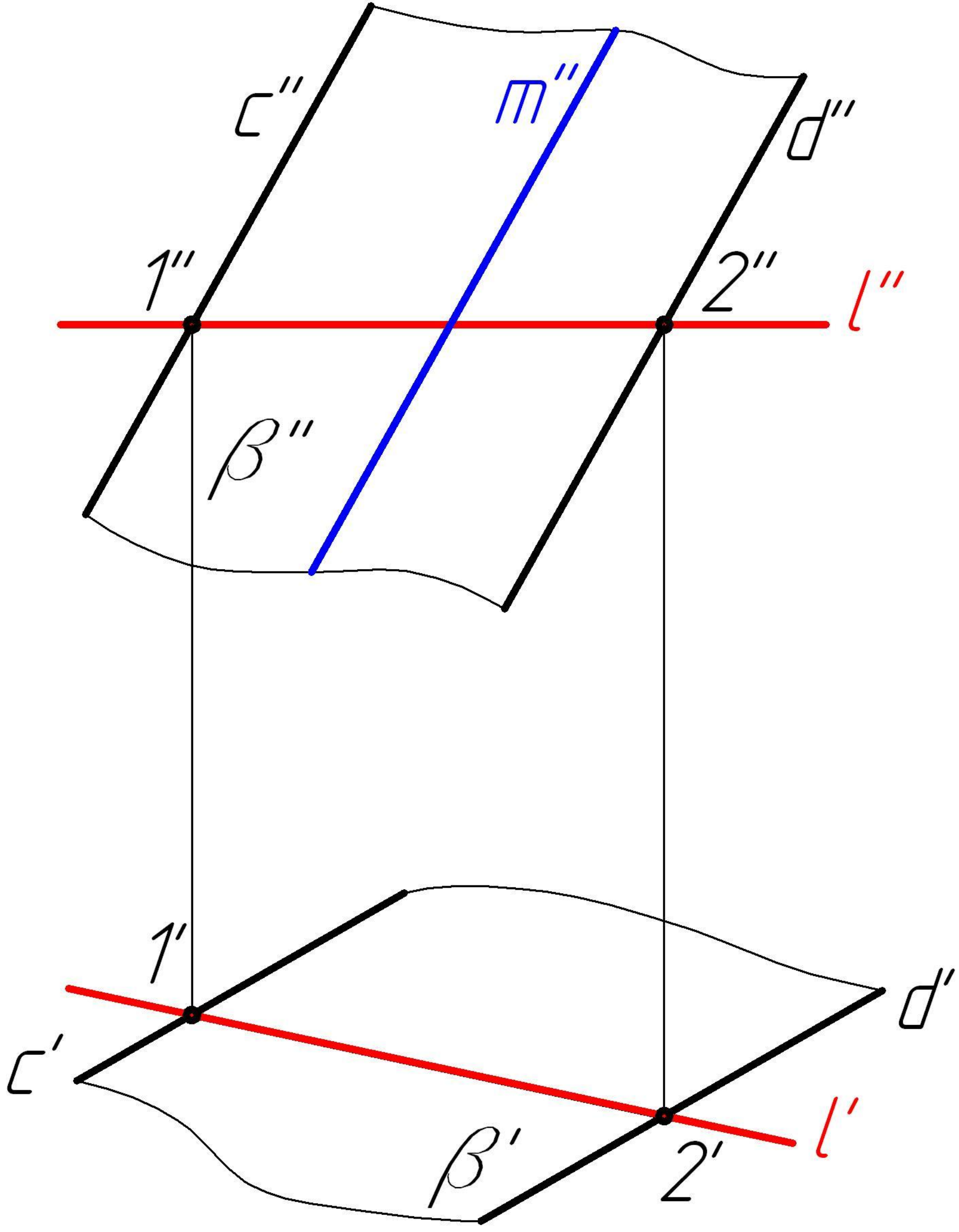
$$m \subset \beta,\ l \subset \beta$$

$$m \,//\, c \,//\, d$$

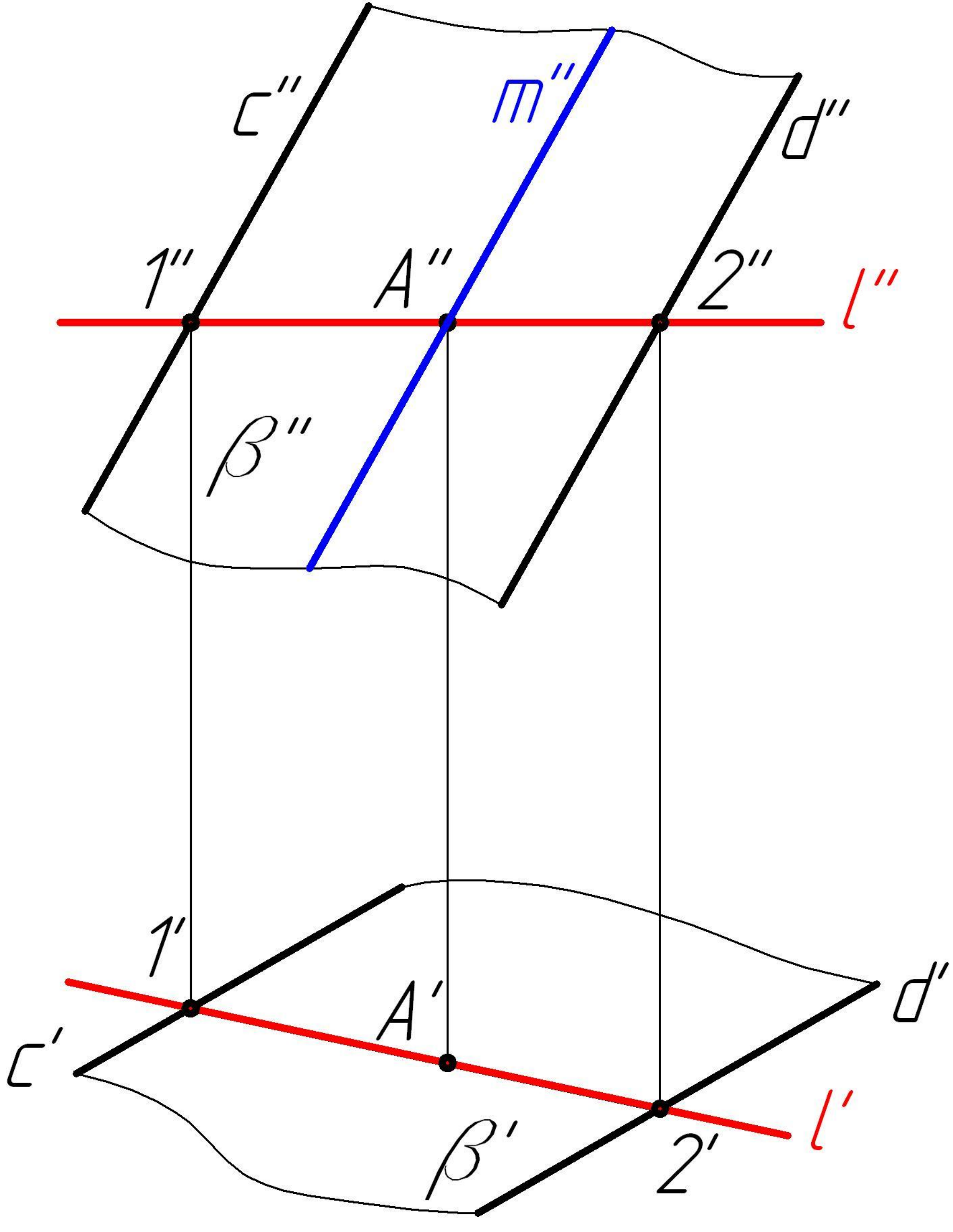
$$m' - ? \quad l' - ?$$



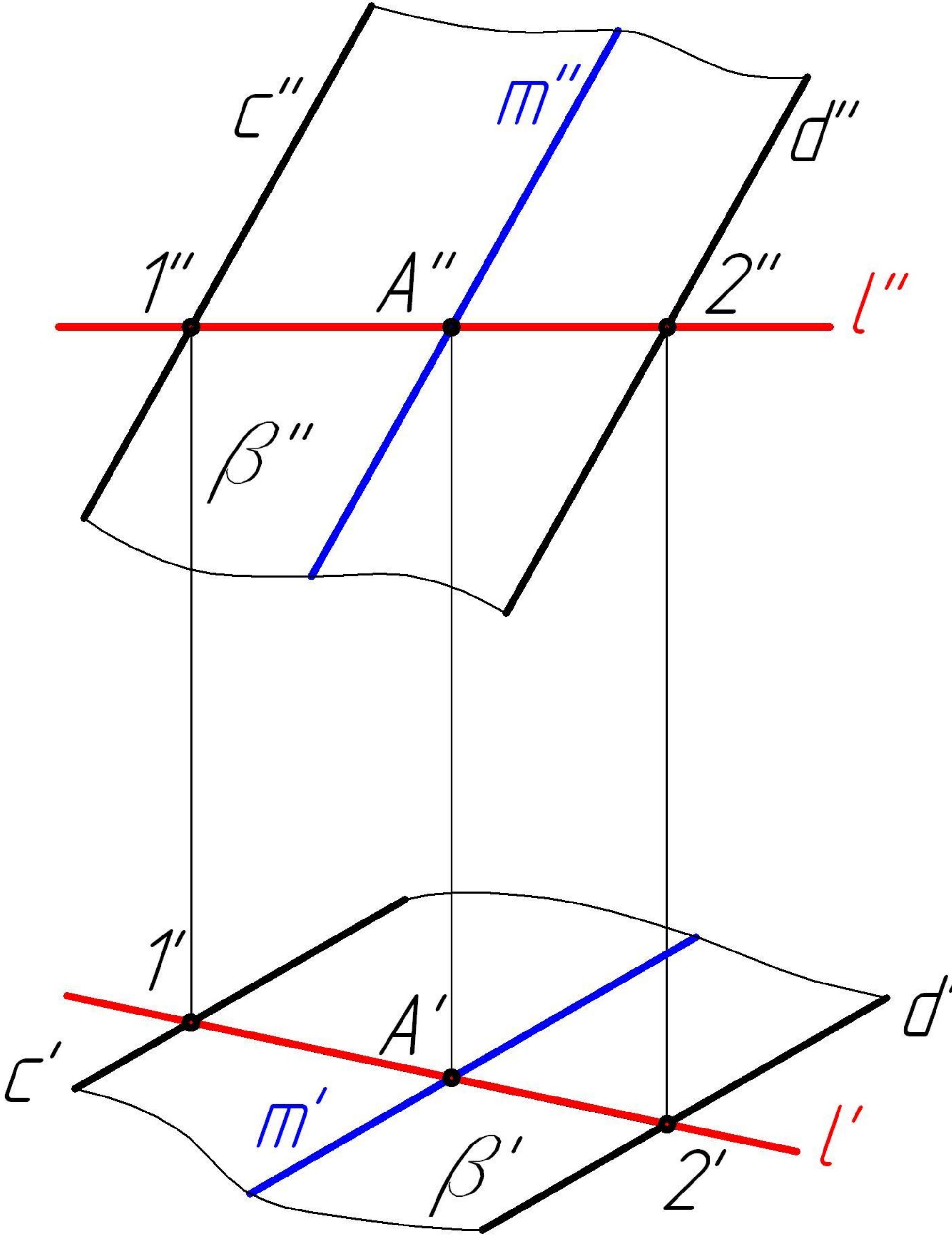

c''
m''
d''
1''
2''
l''
β''
c'
d'
β'



c''
m''
d''
1''
2''
l''
β''
1'
d'
c'
l'
β'
2'

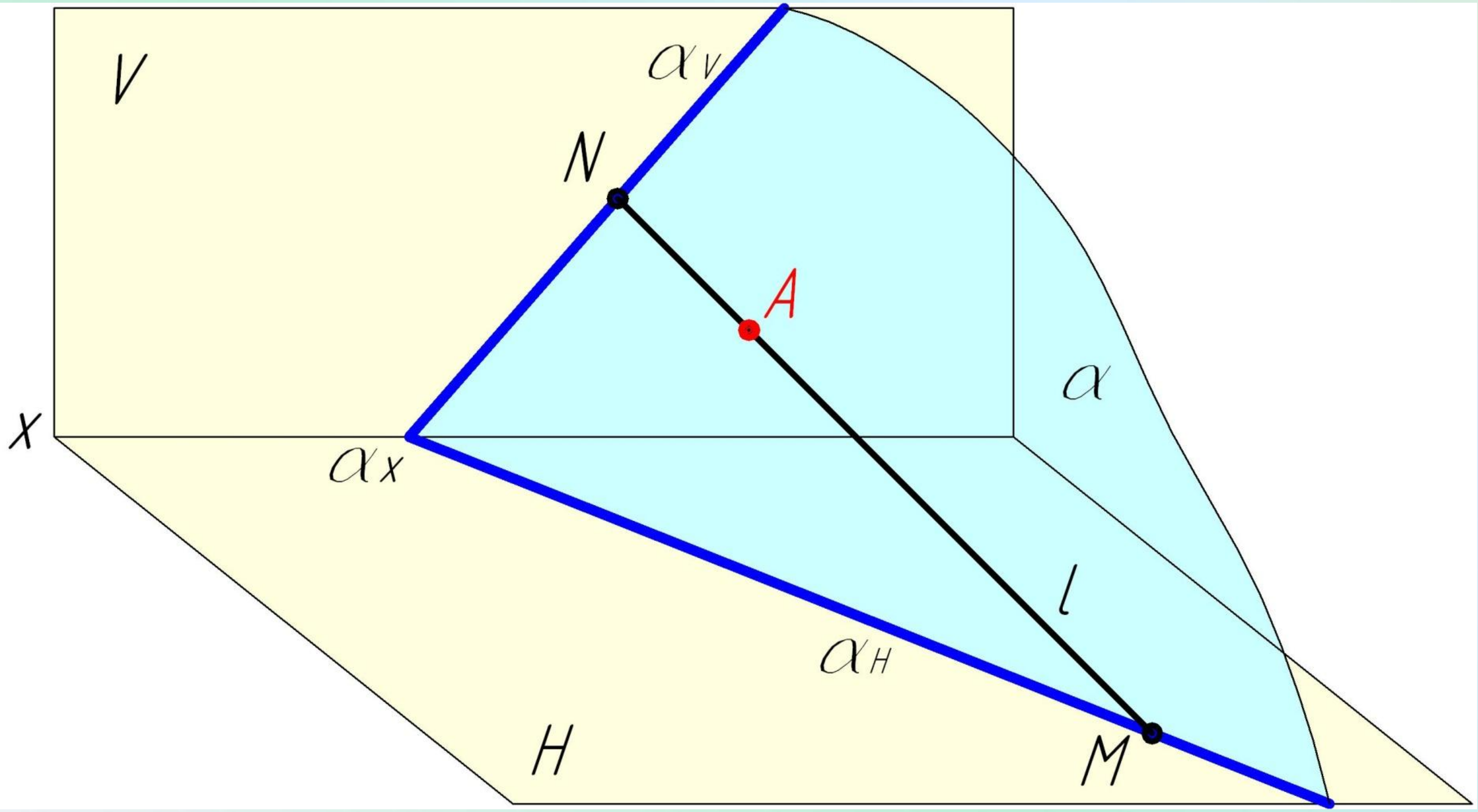


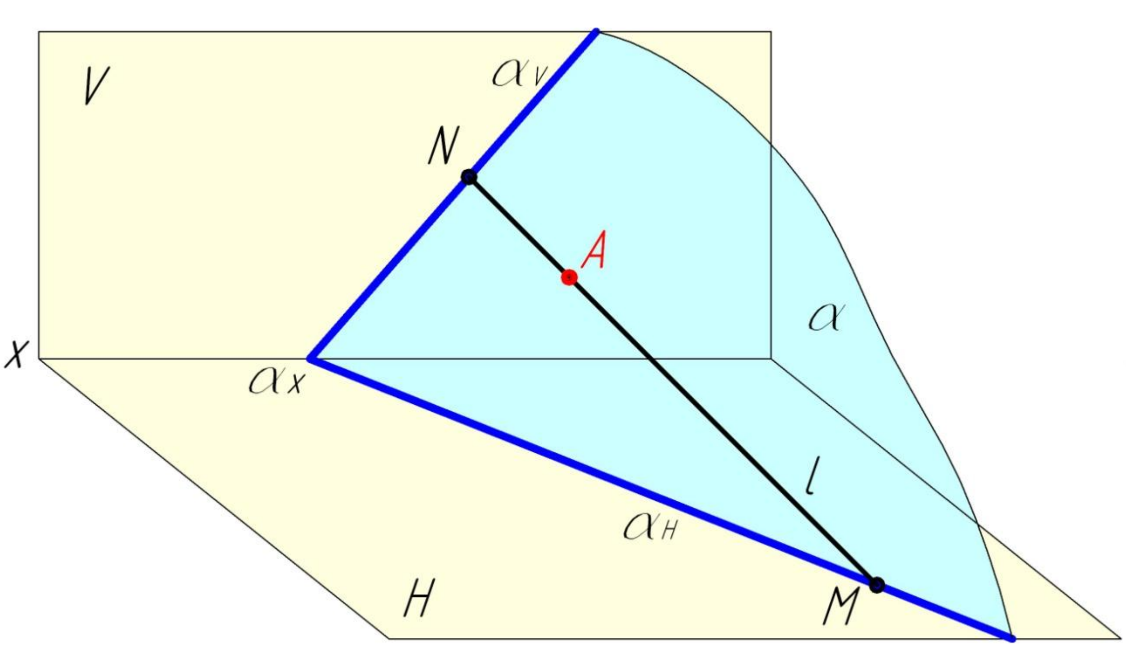
c''
m''
d''
1''
A''
2''
l''
β''
1'
A'
d'
c'
l'
β'
2'

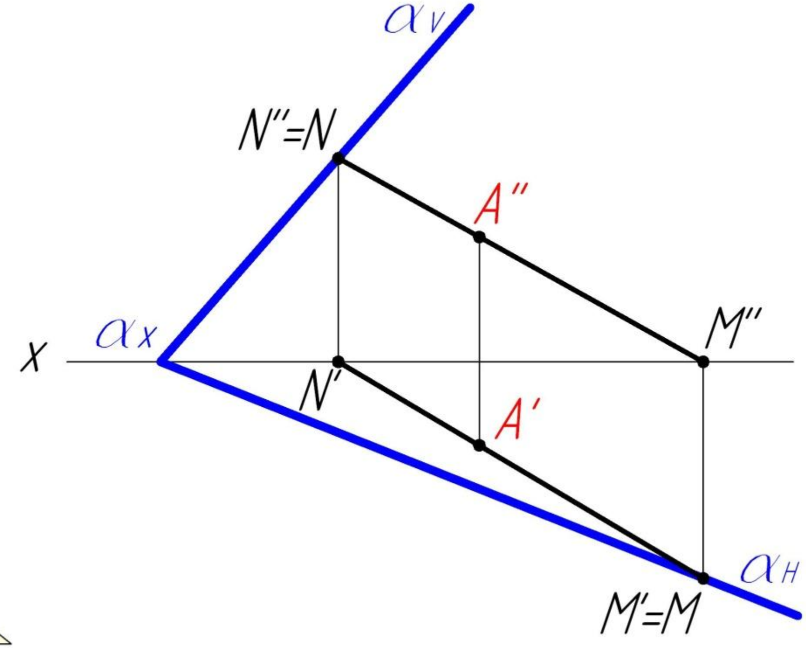

c''
m''
d''
1''
A''
2''
l''
β''
1'
A'
d'
c'
m'
l'
β'
2'

4.2. Следы плоскости

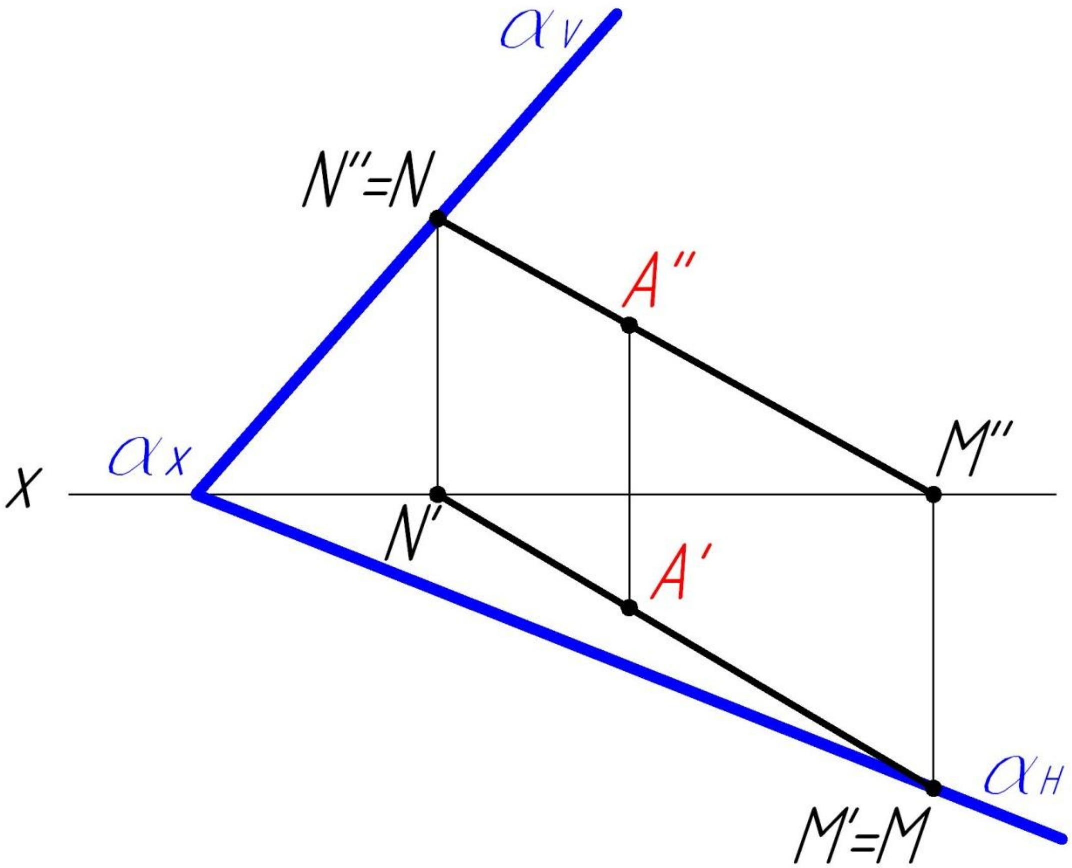
Следы плоскости – это линии, по которым плоскость пересекает плоскости проекций.







α_H – горизонтальный след
α_V – фронтальный след
α_x – точка схода следов



$l \subset \alpha$

N – фронтальный след прямой l

M – горизонтальный след прямой l

Если прямая принадлежит плоскости, заданной следами, то следы прямой лежат на одноименных следах плоскости.

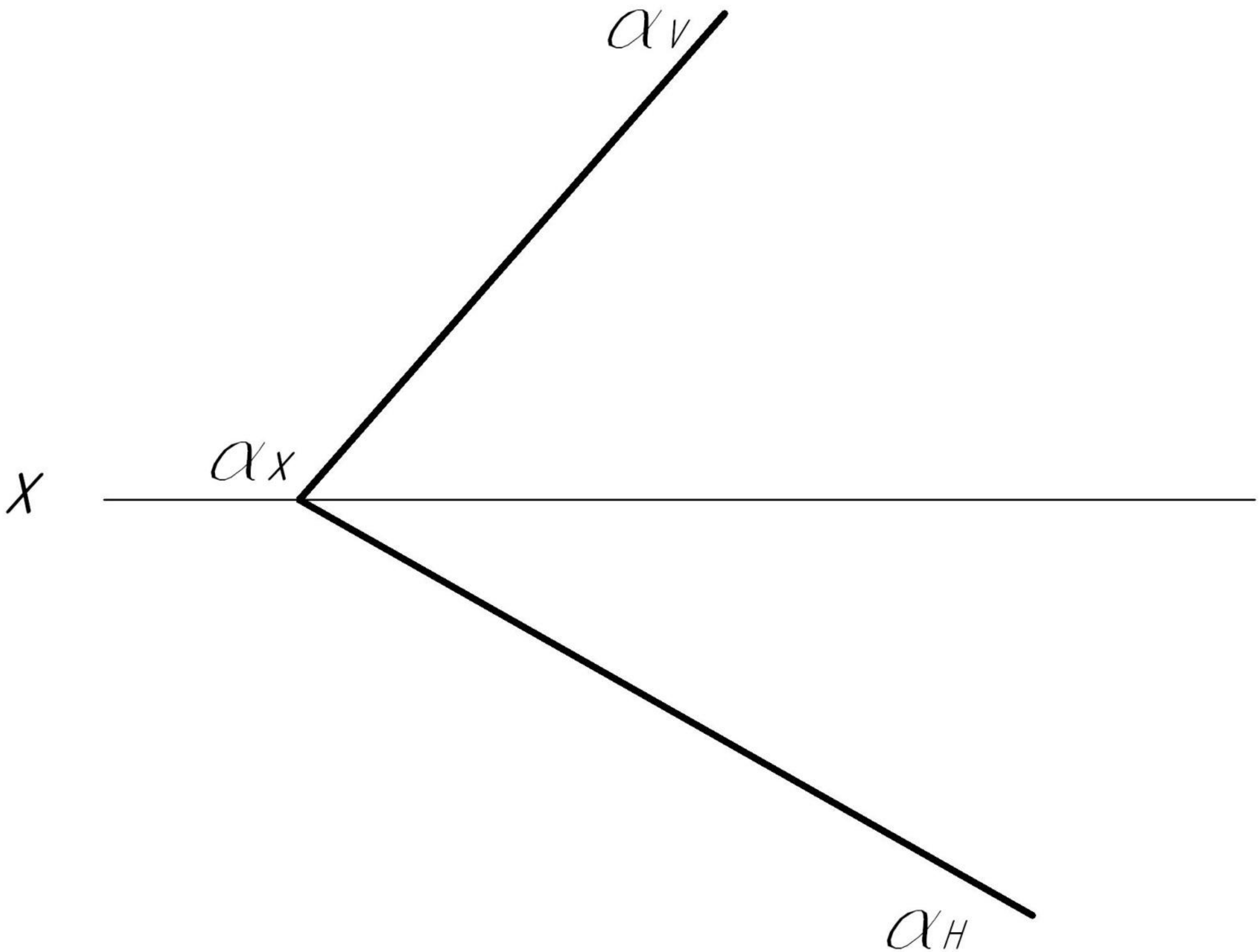
4.3. Главные линии плоскости

Главные линии плоскости – это линии, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекций. Это **горизонталь** и **фронталь.**

Горизонталь – это прямая, принадлежащая плоскости, и параллельная горизонтальной плоскости проекций H. Ее фронтальная проекция h" всегда параллельна оси OX, а горизонтальная проекция h' – есть натуральная величина этой прямой.

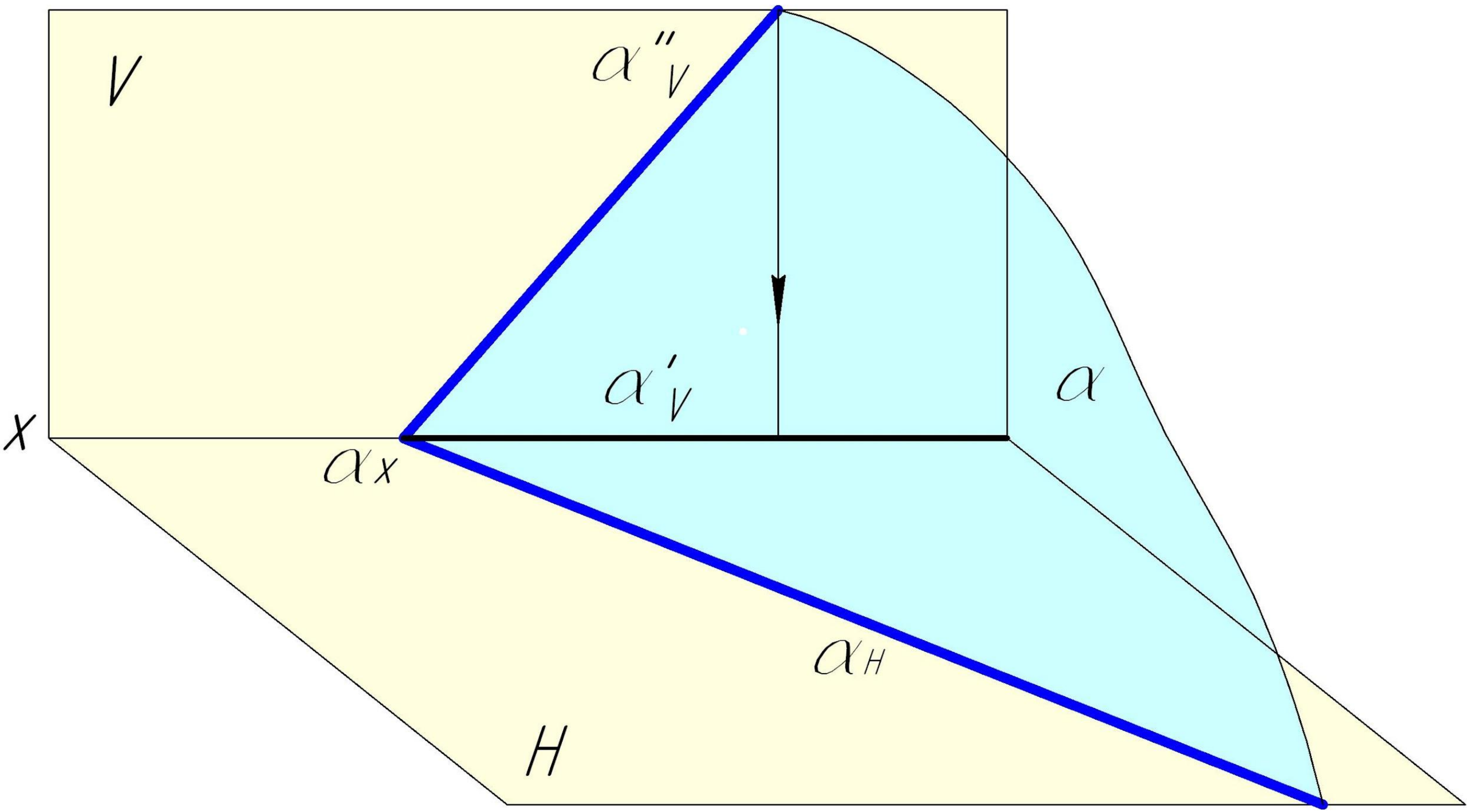
Фронталь – это прямая, принадлежащая плоскости, и параллельная фронтальной плоскости проекций V. Ее горизонтальная проекция v' всегда параллельна оси OX, а фронтальная проекция v" – есть натуральная величина этой прямой.

<u>Задача 1.</u> Плоскость α задана следами. Построить горизонталь и фронталь плоскости α.

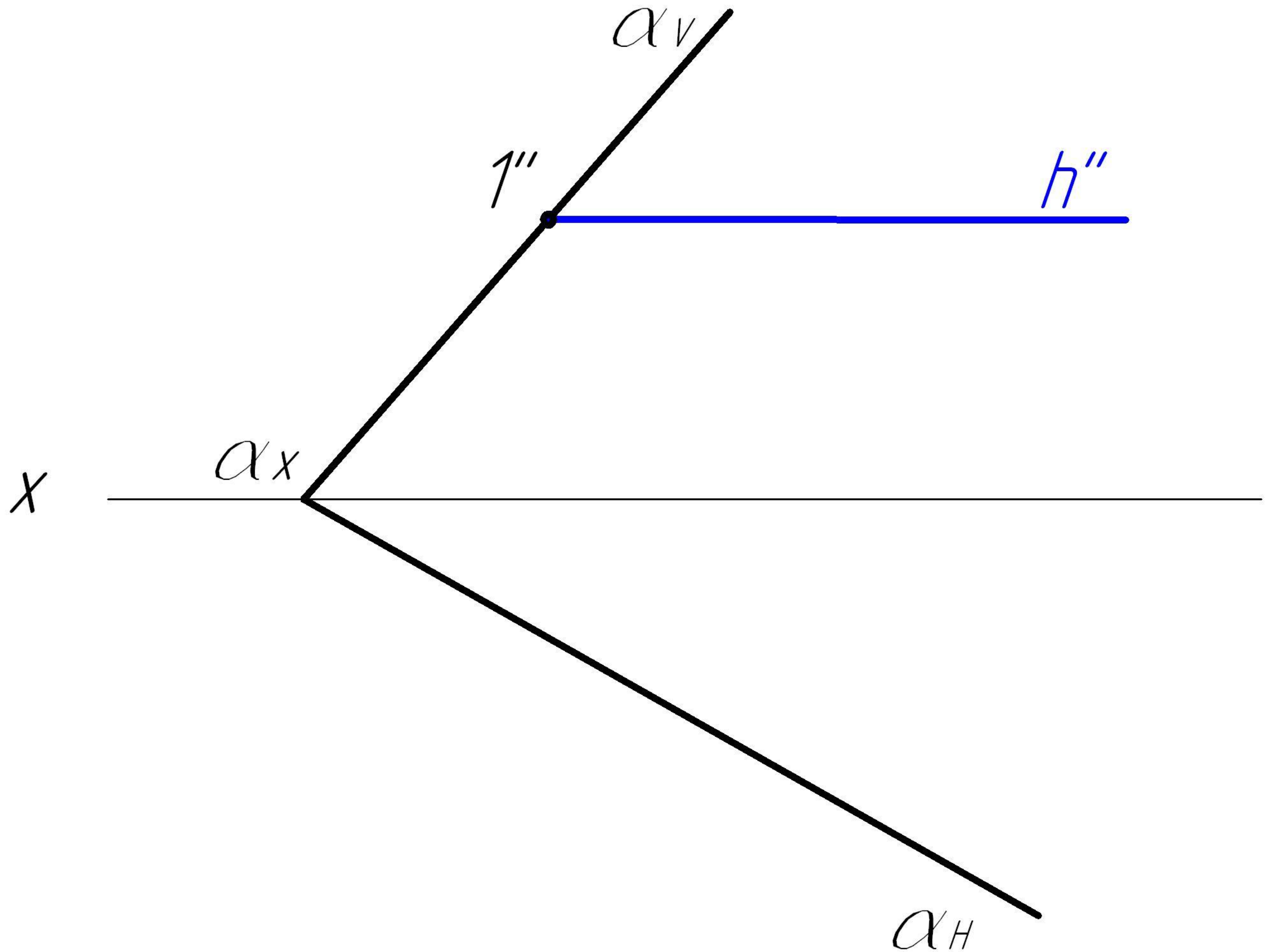


$$\alpha(\alpha_H \cap \alpha_V)$$

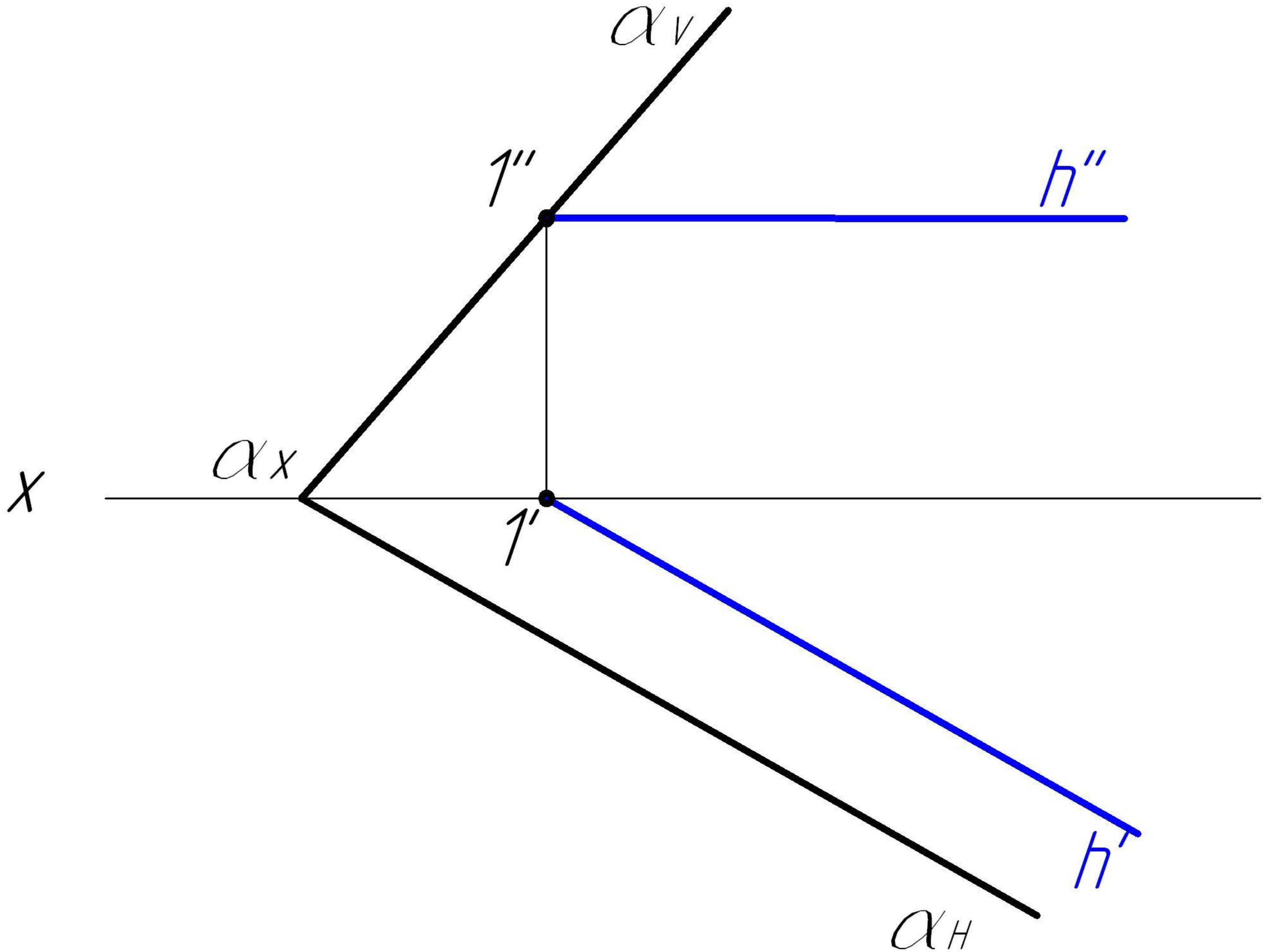
$$h \subset \alpha,\ v \subset \alpha$$



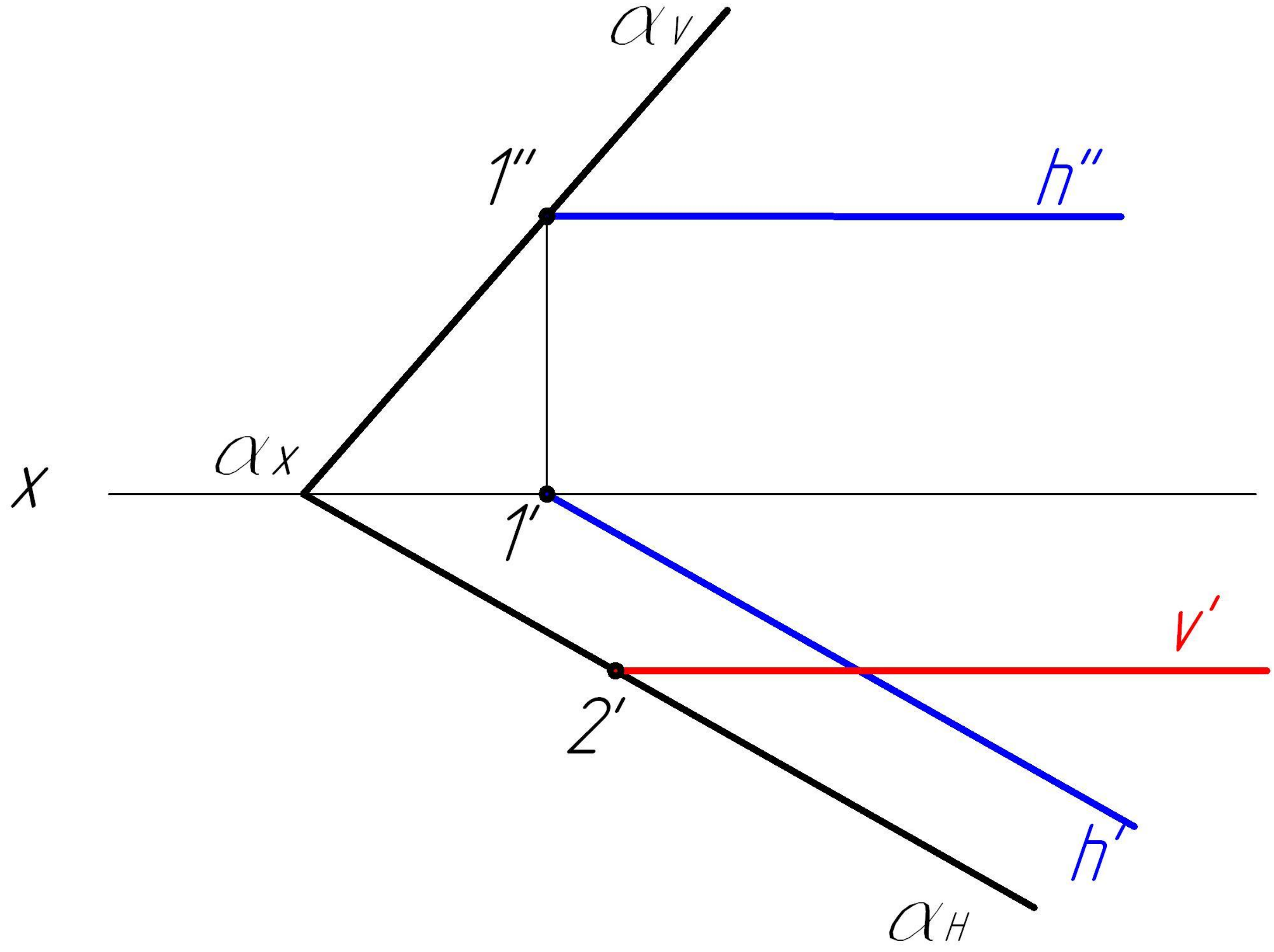
α_H, α_V – нулевая горизонталь и фронталь



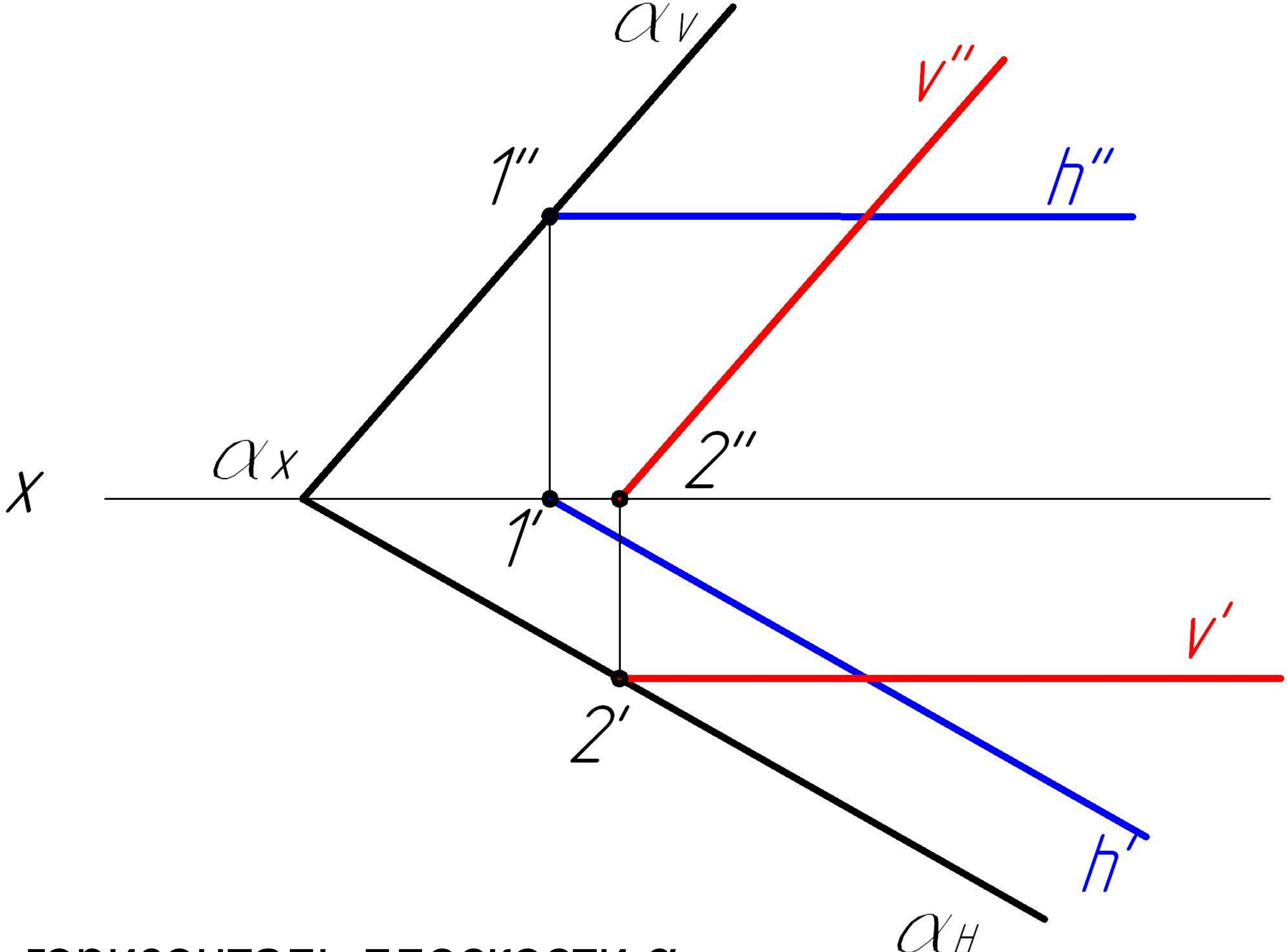
α_V
1''
h''
α_x
X
α_H



αV
1''
h''
αx
x
1'
h'
αH

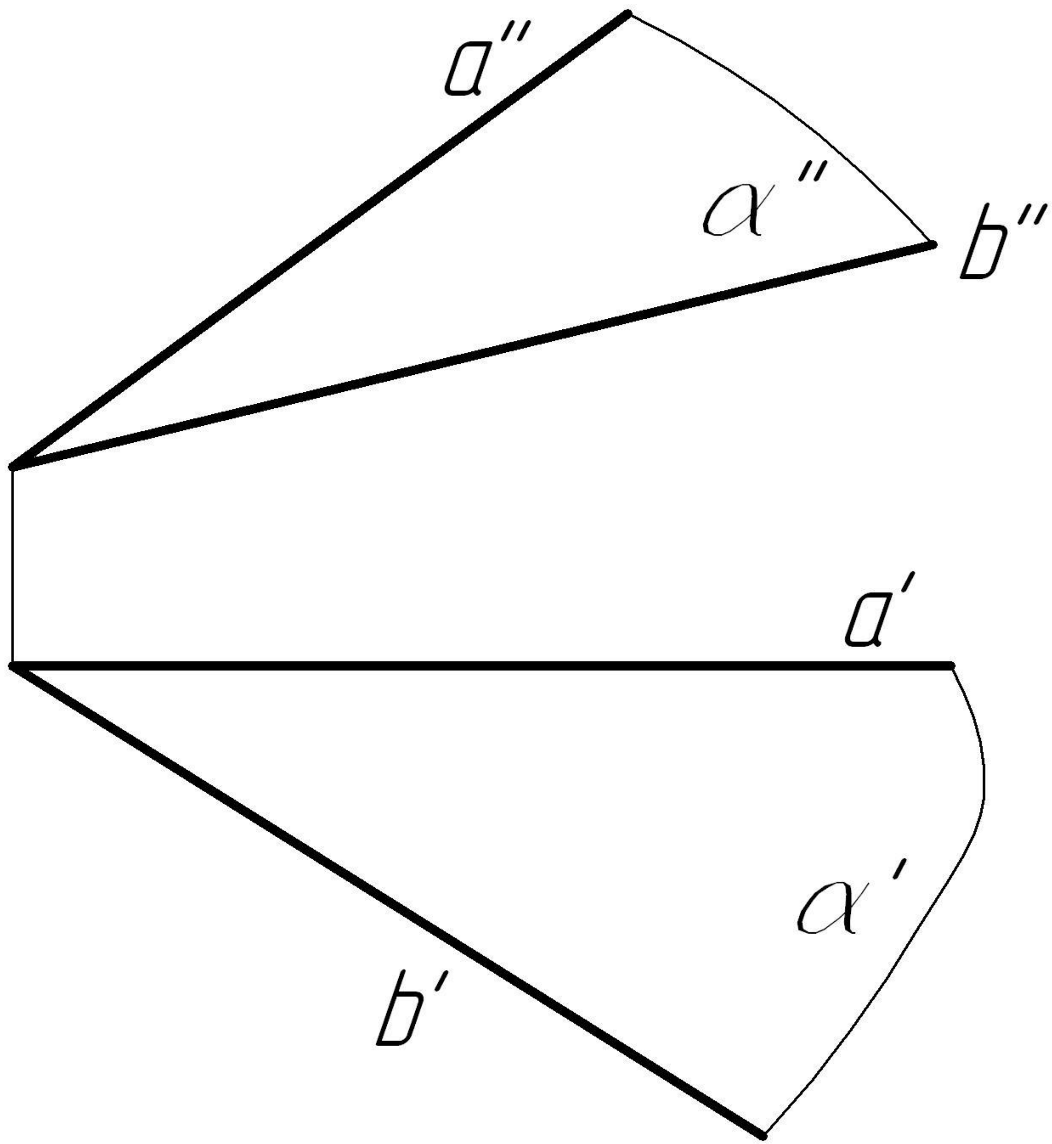


αV
1″
h″
αX
X
1′
v′
2′
h′
αH

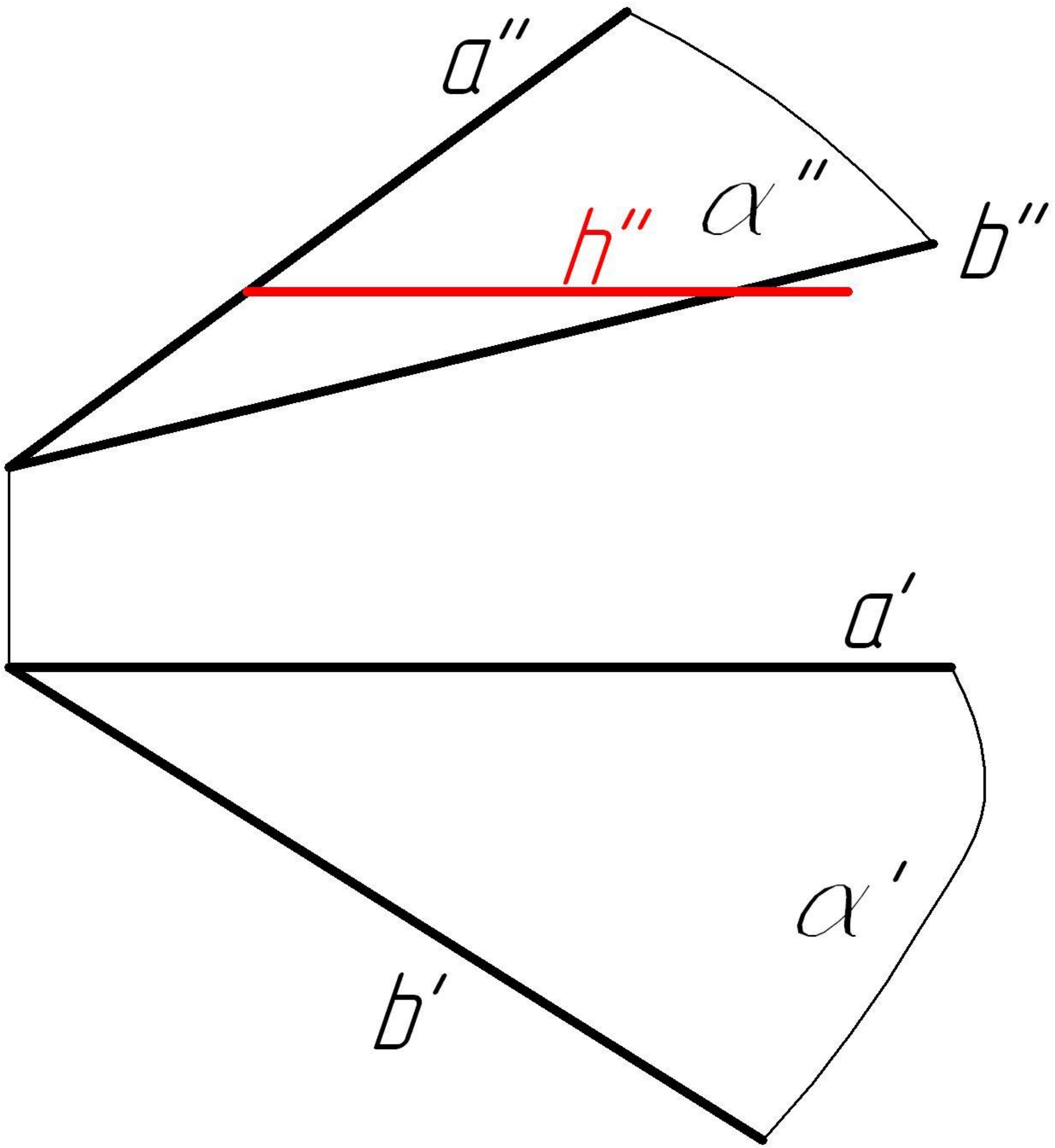


h // H – горизонталь плоскости α
v // V – фронталь плоскости α

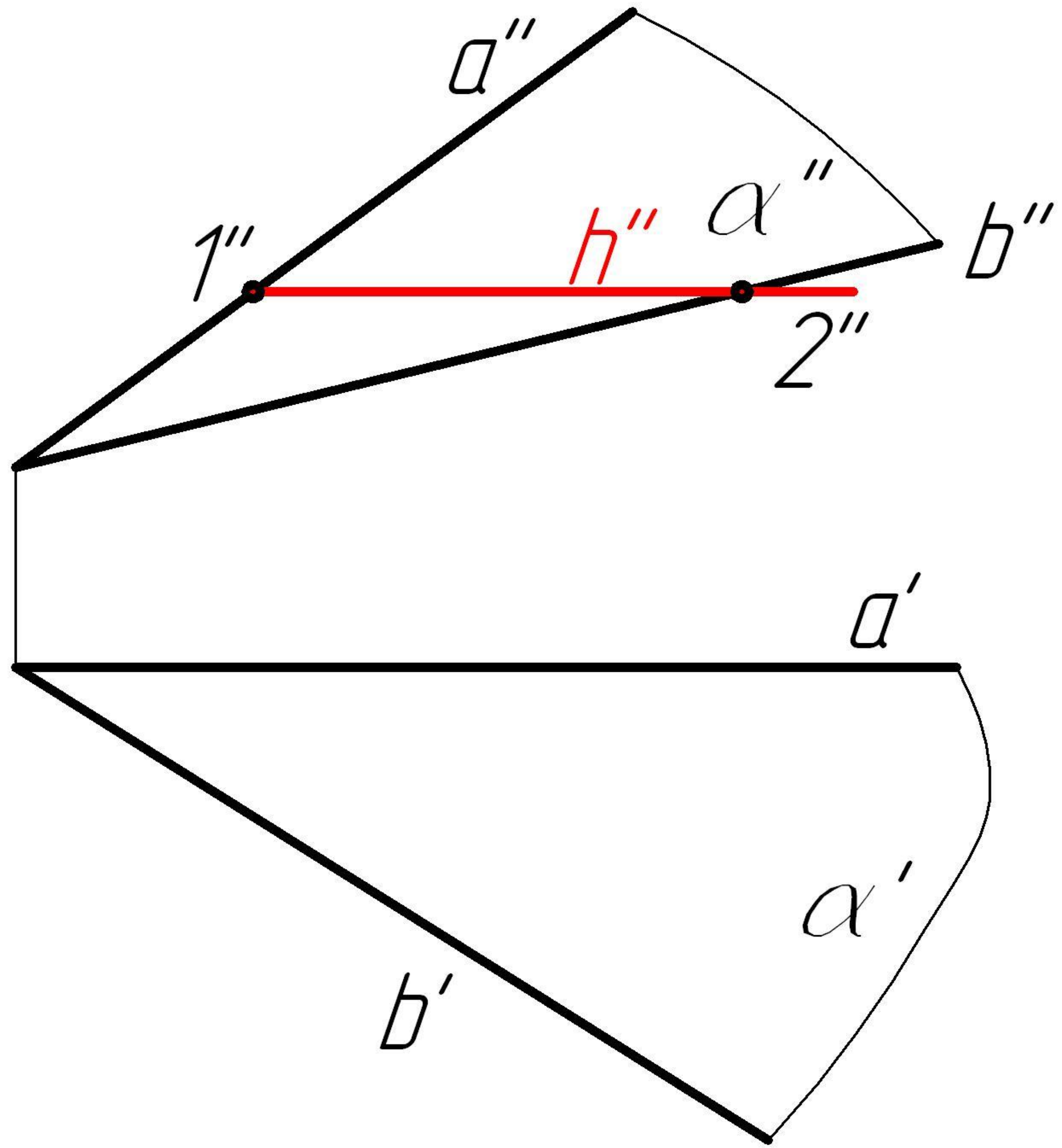
<u>Задача 2.</u> Плоскость α задана пересекающимися прямыми a и b. Построить горизонталь и фронталь плоскости α.



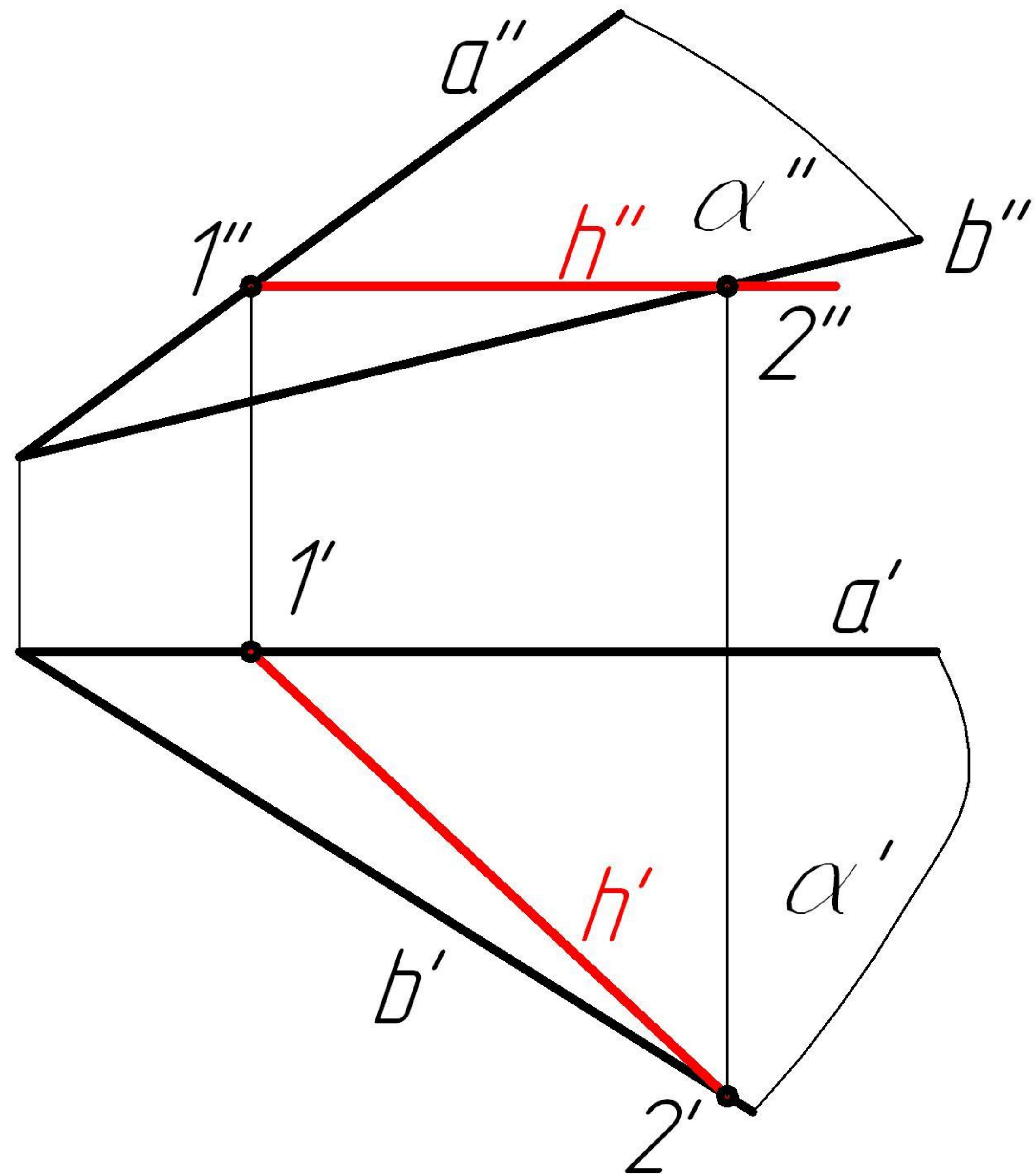
$$\alpha(a \cap b)$$



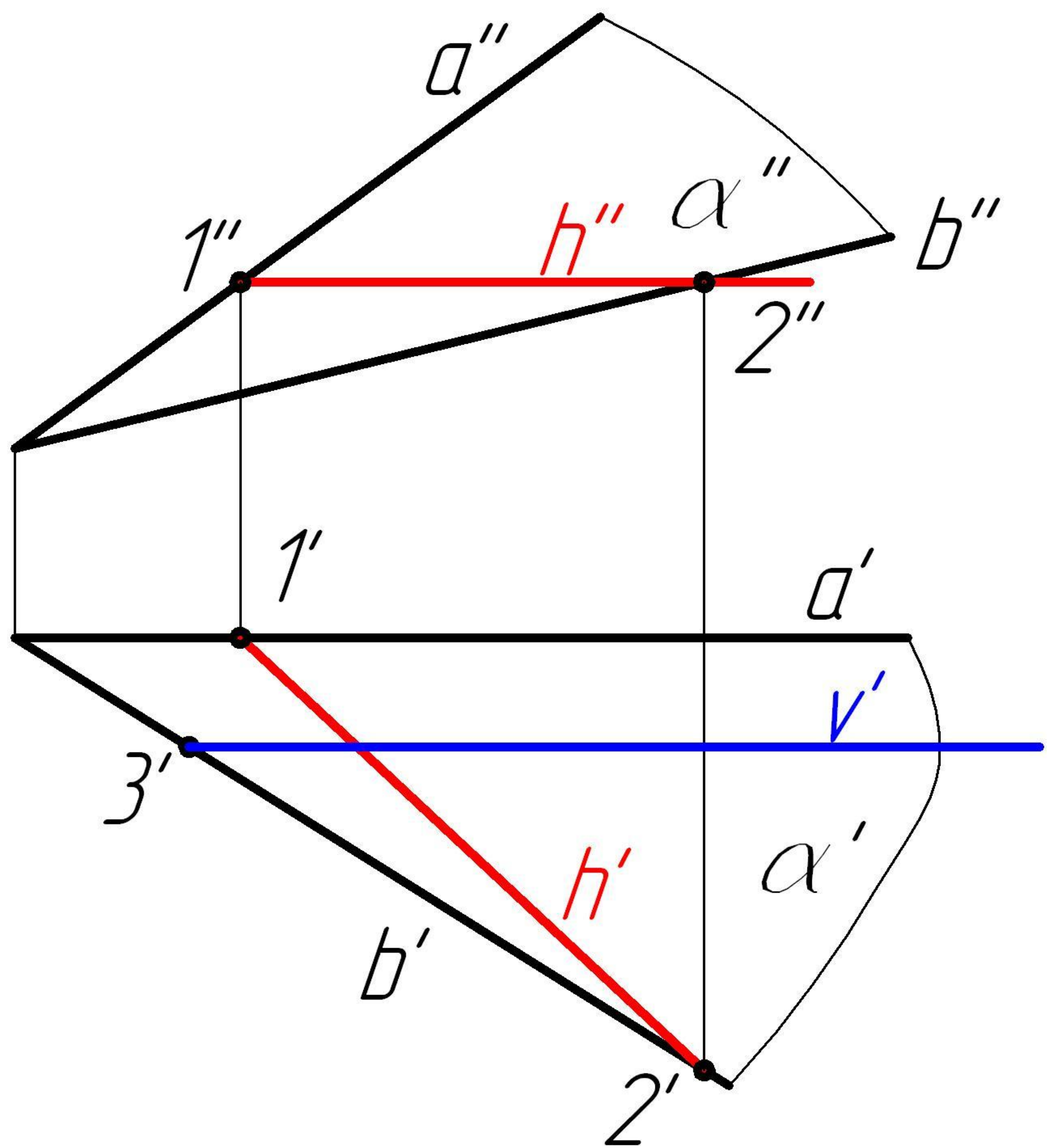
a''
h''
α''
b''
a'
α'
b'



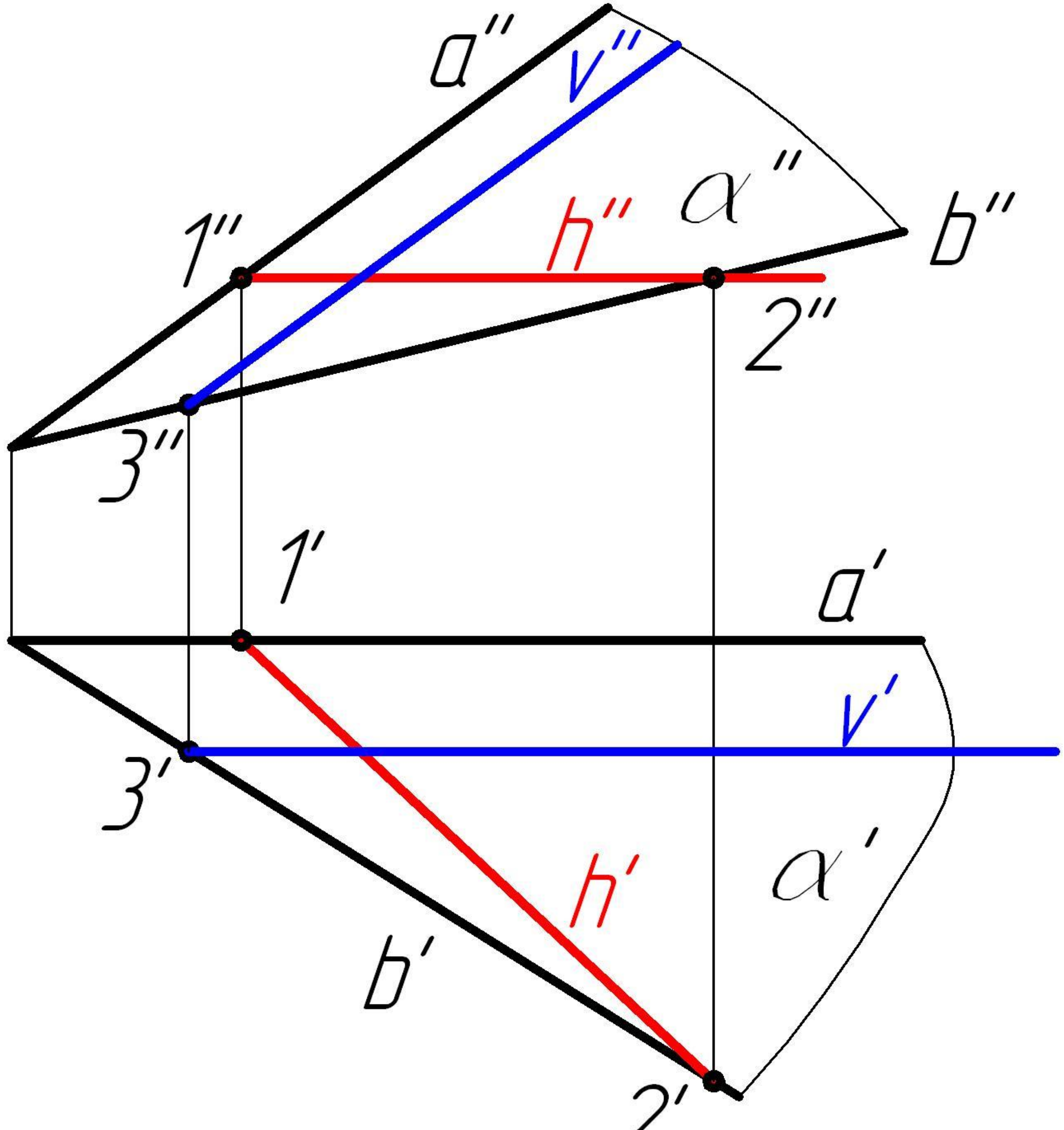
a''
α''
h''
1''
b''
2''
a'
α'
b'



a''
α''
h''
1''
b''
2''
1'
a'
h'
α'
b'
2'



a''
α''
b''
1''
h''
2''
1'
a'
v'
3'
h'
α'
b'
2'



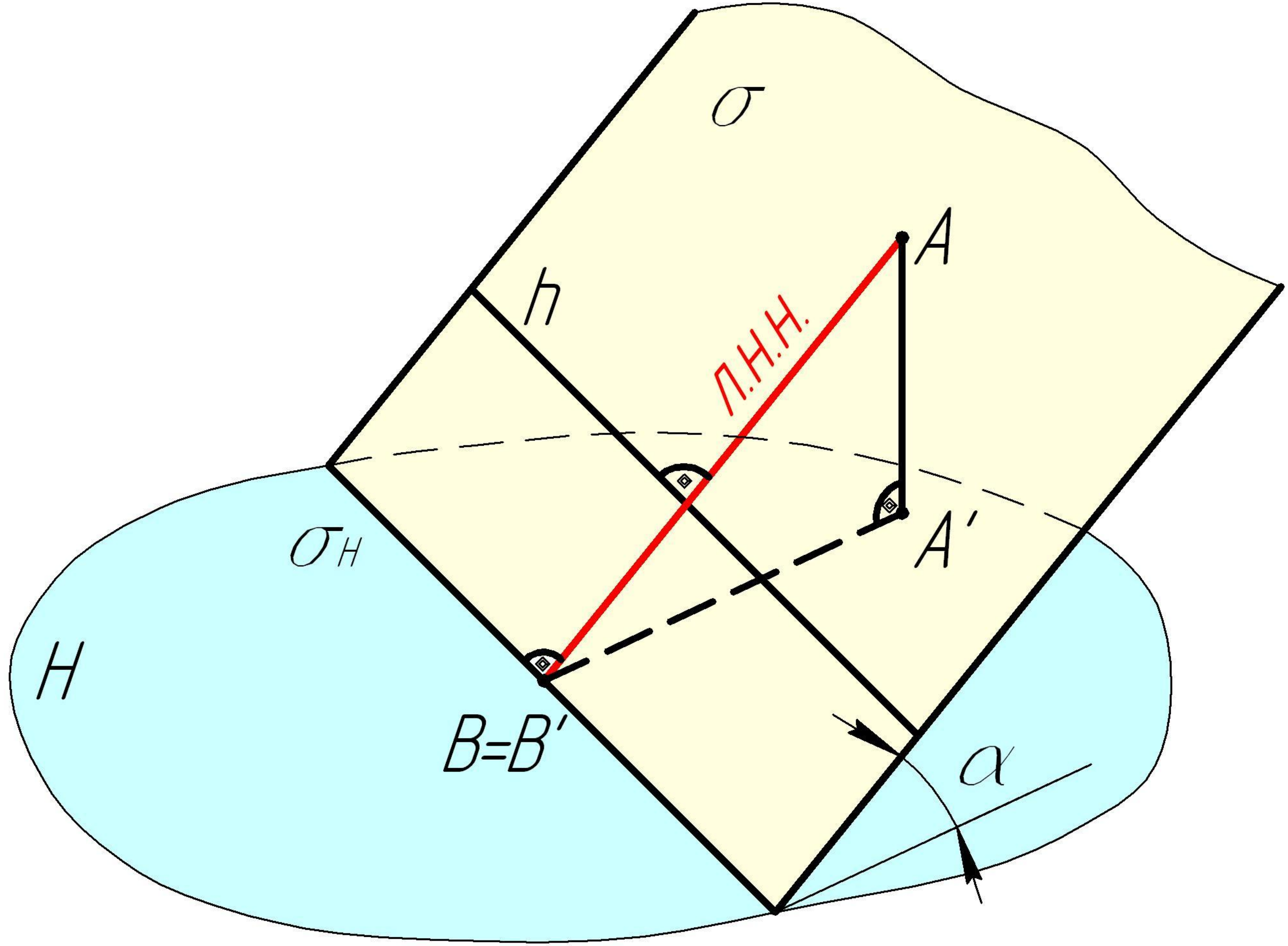
a''
v''
α''
b''
1''
h''
2''
3''
1'
a'
v'
3'
α'
h'
b'
2'

4.4. Линии наибольшего наклона плоскости к плоскостям проекций. Определение углов наклона плоскости к плоскостям проекций

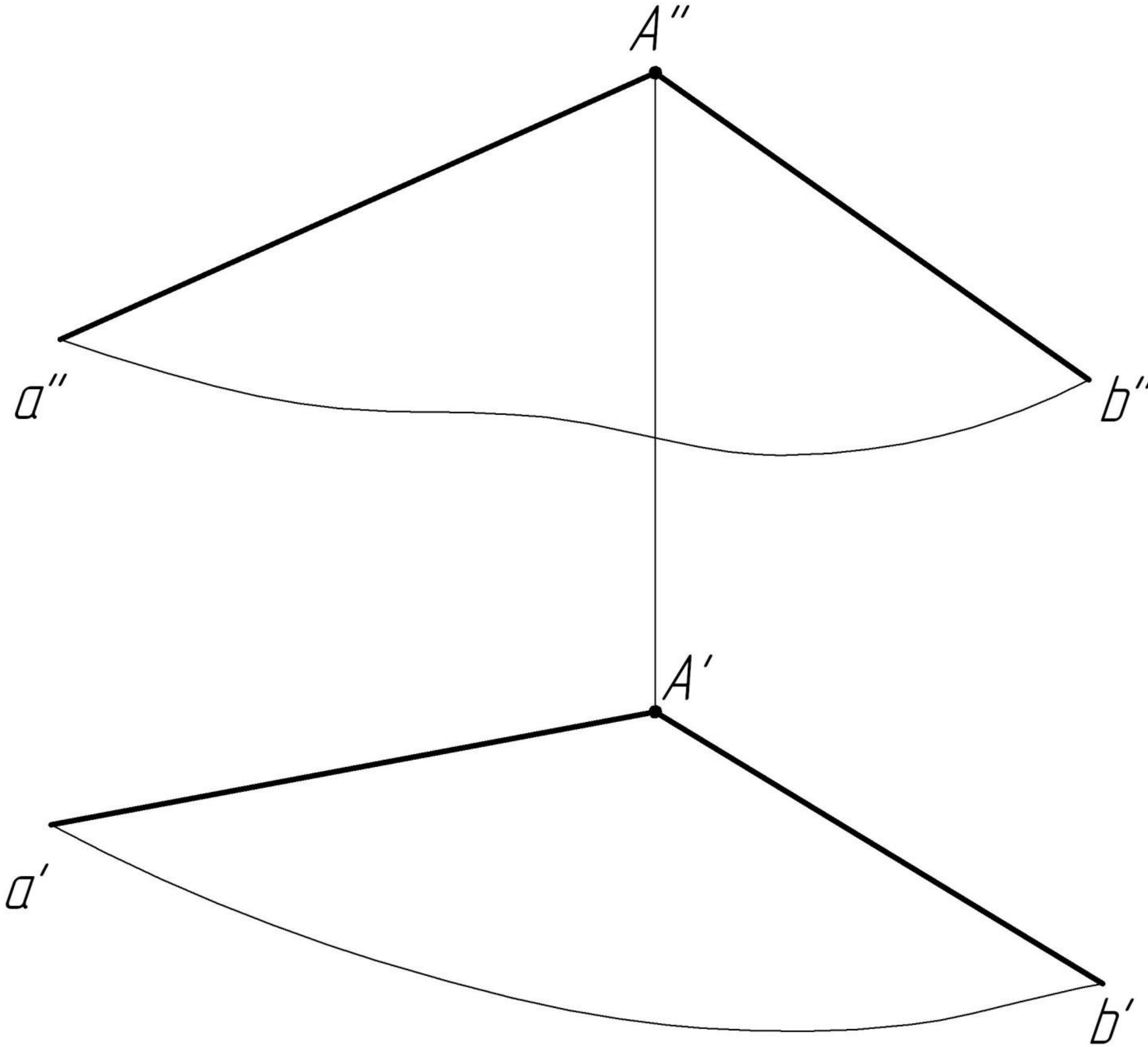
Линия наибольшего наклона (л.н.н.) к плоскости H (V) – это прямая, принадлежащая этой плоскости и перпендикулярная к горизонтали (фронтали) плоскости.

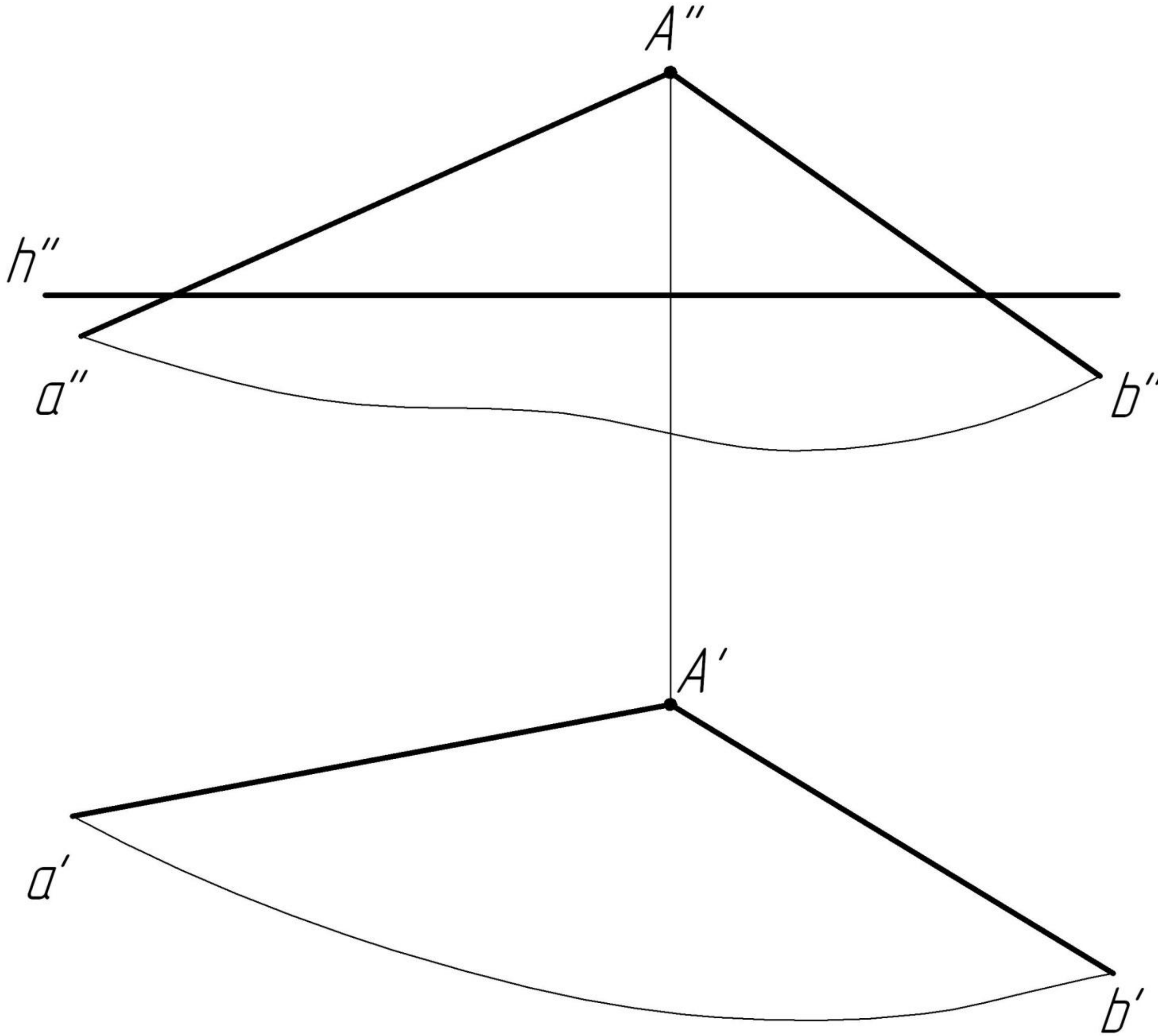
Линию наибольшего наклона к плоскости H называют еще **линией ската.**

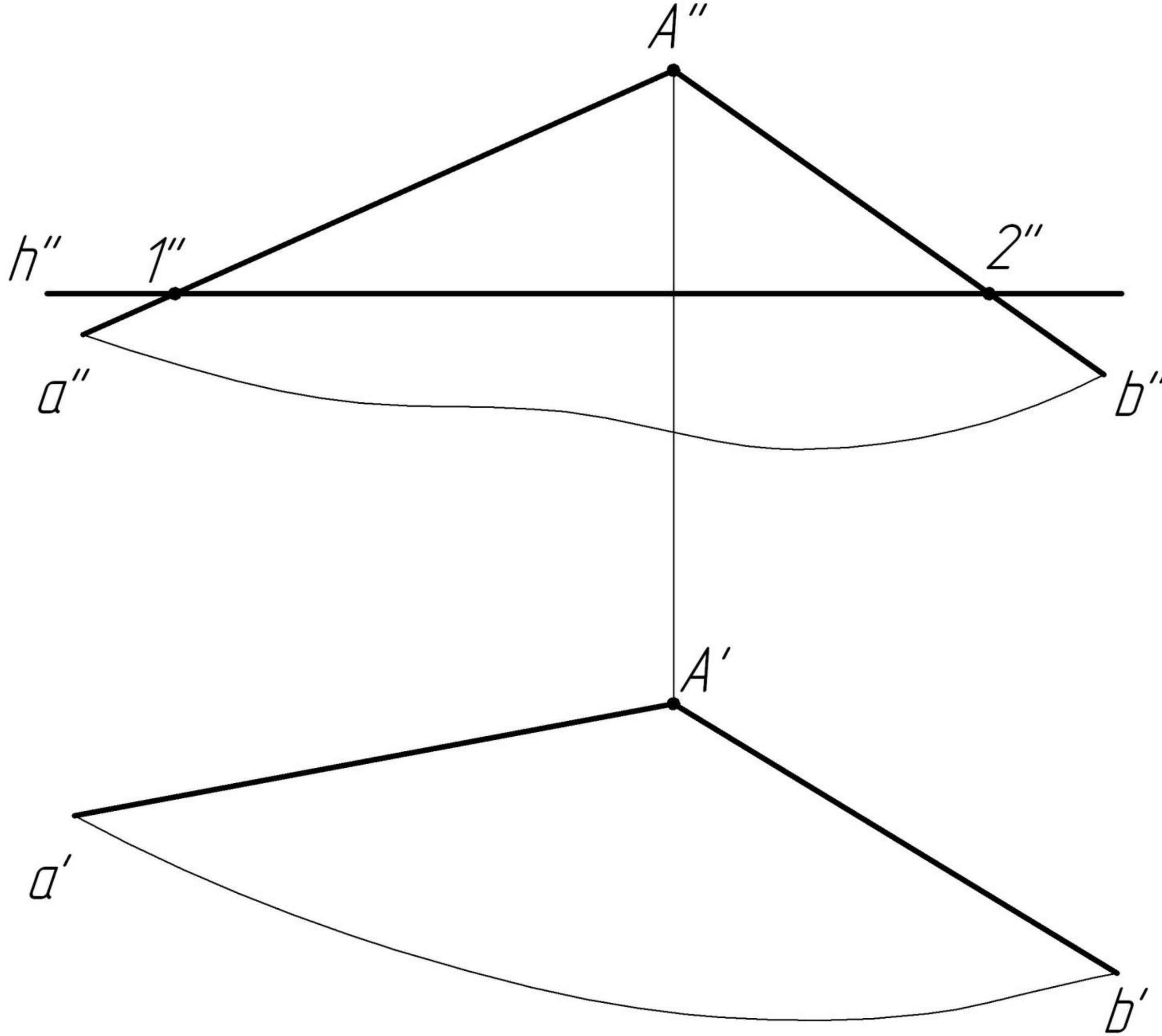
С помощью линий наибольшего наклона определяют углы наклона заданной плоскости к плоскостям проекций.

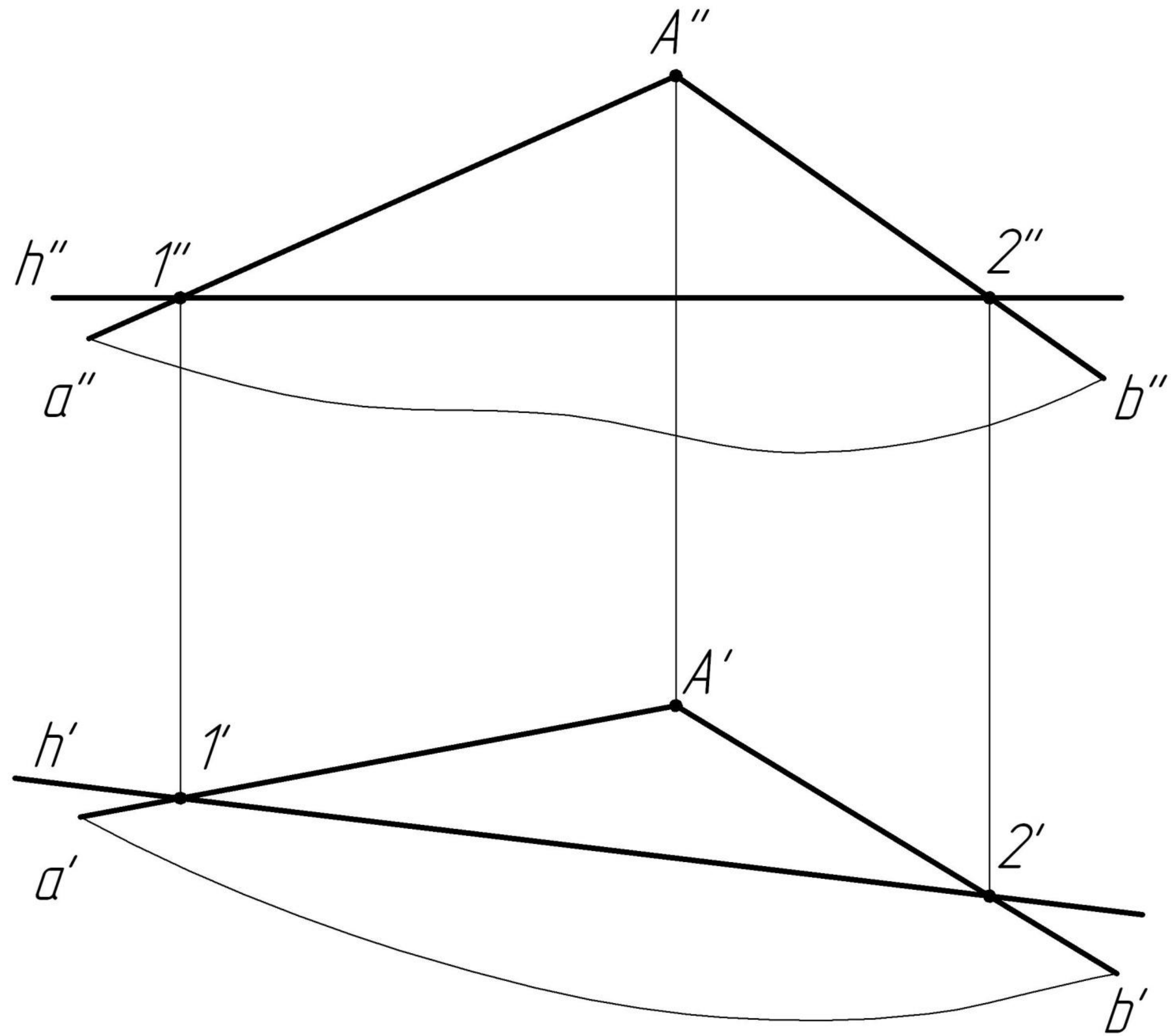

σ
A
h
П.Н.Н.
σH
A'
H
B=B'
α

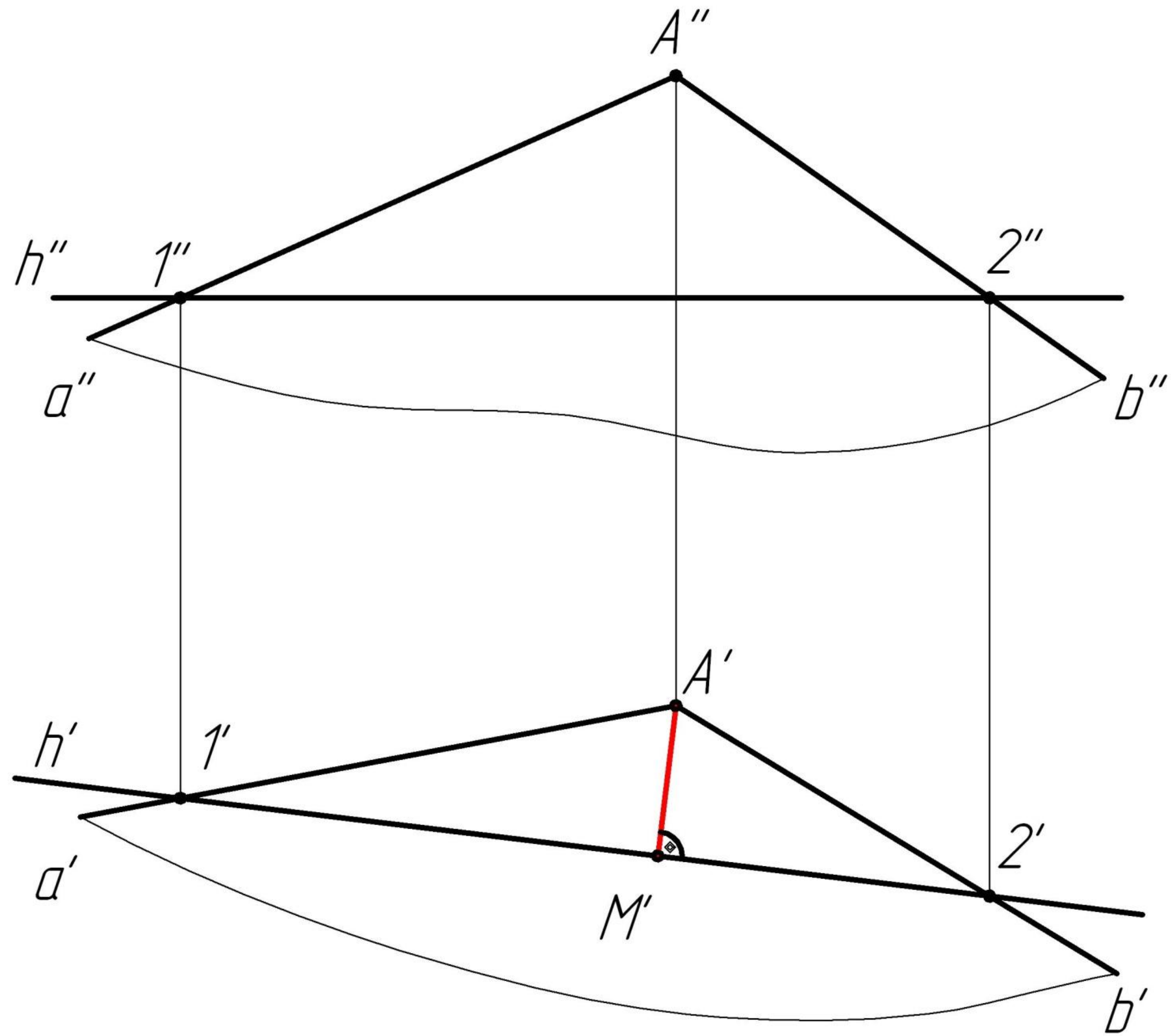
Пример 3: Определить угол наклона плоскости σ (a ∩ b) к горизонтальной плоскости проекций H.

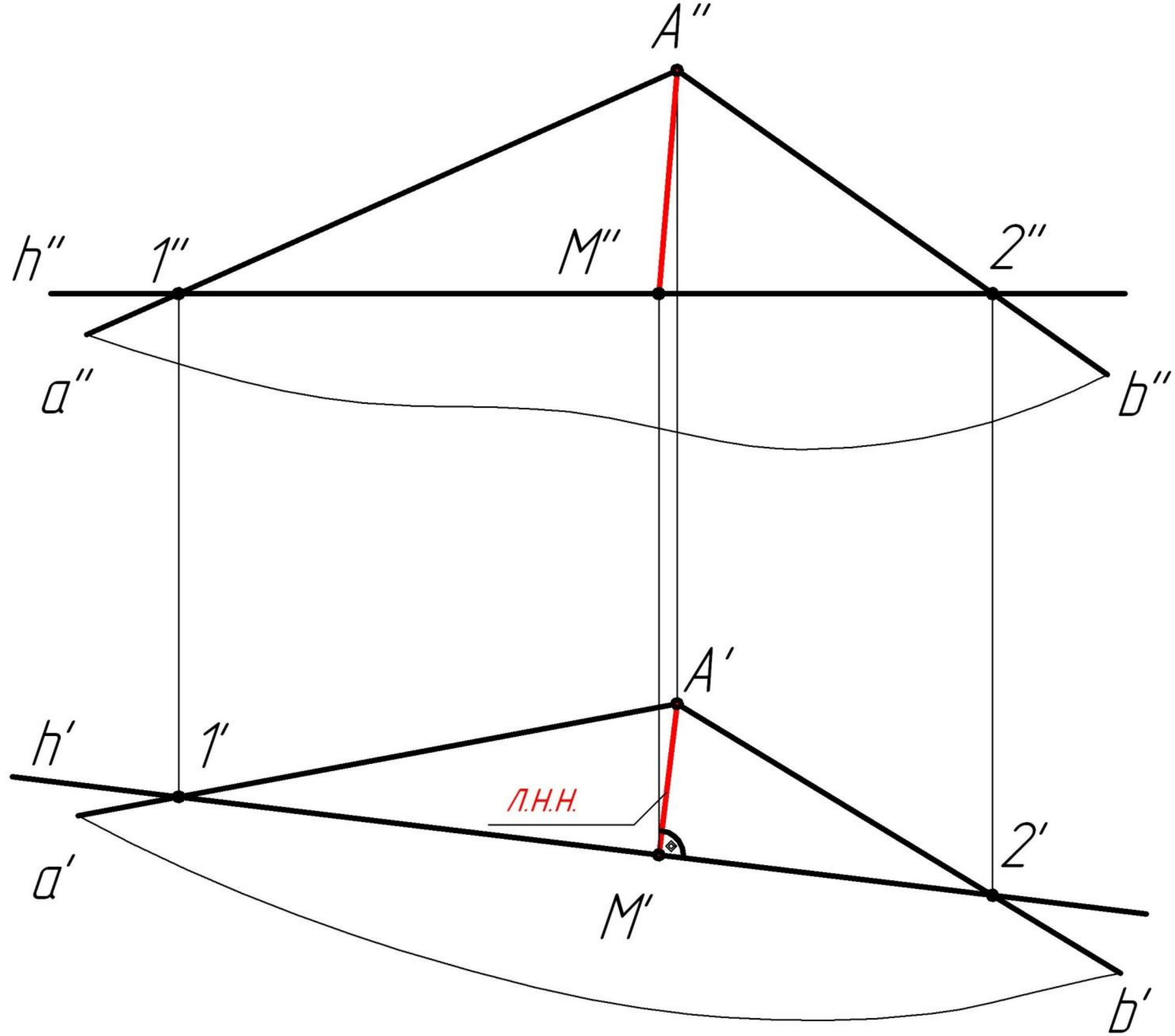


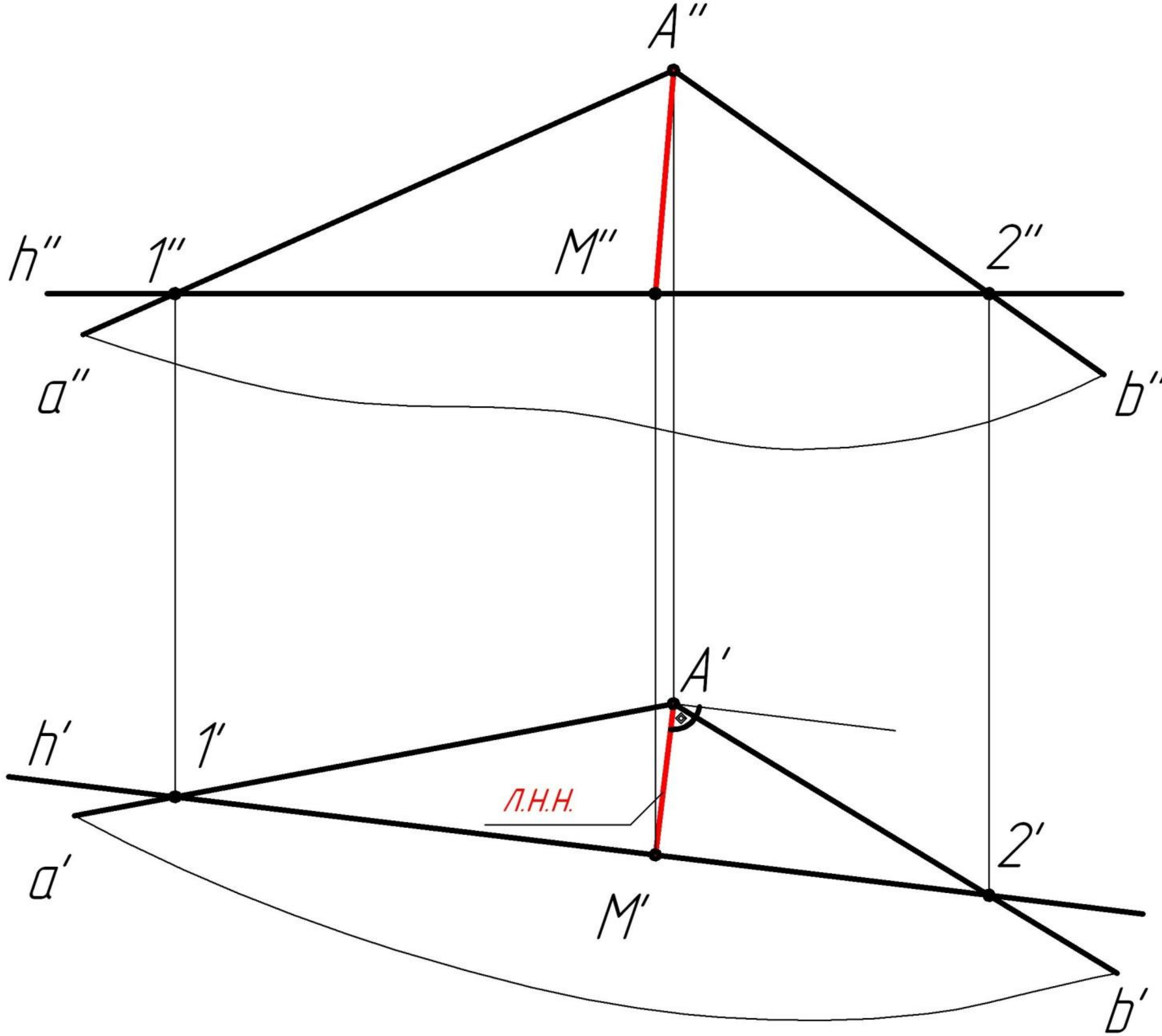

A''
h''
a''
b''
A'
a'
b'


A''
h''
1''
2''
a''
b''
A'
a'
b'

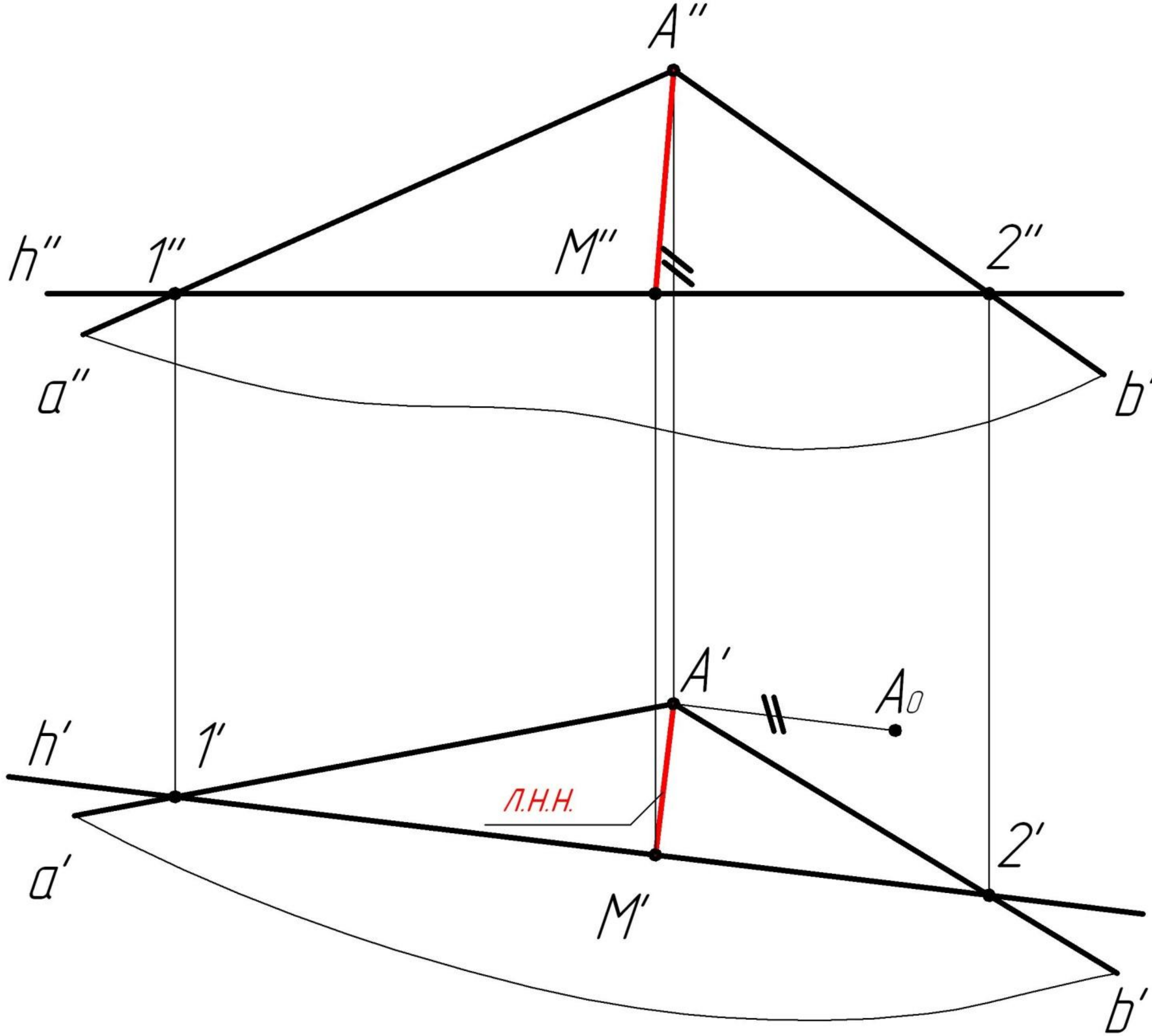

A''
h''
1''
2''
a''
b''
A'
h'
1'
2'
a'
b'

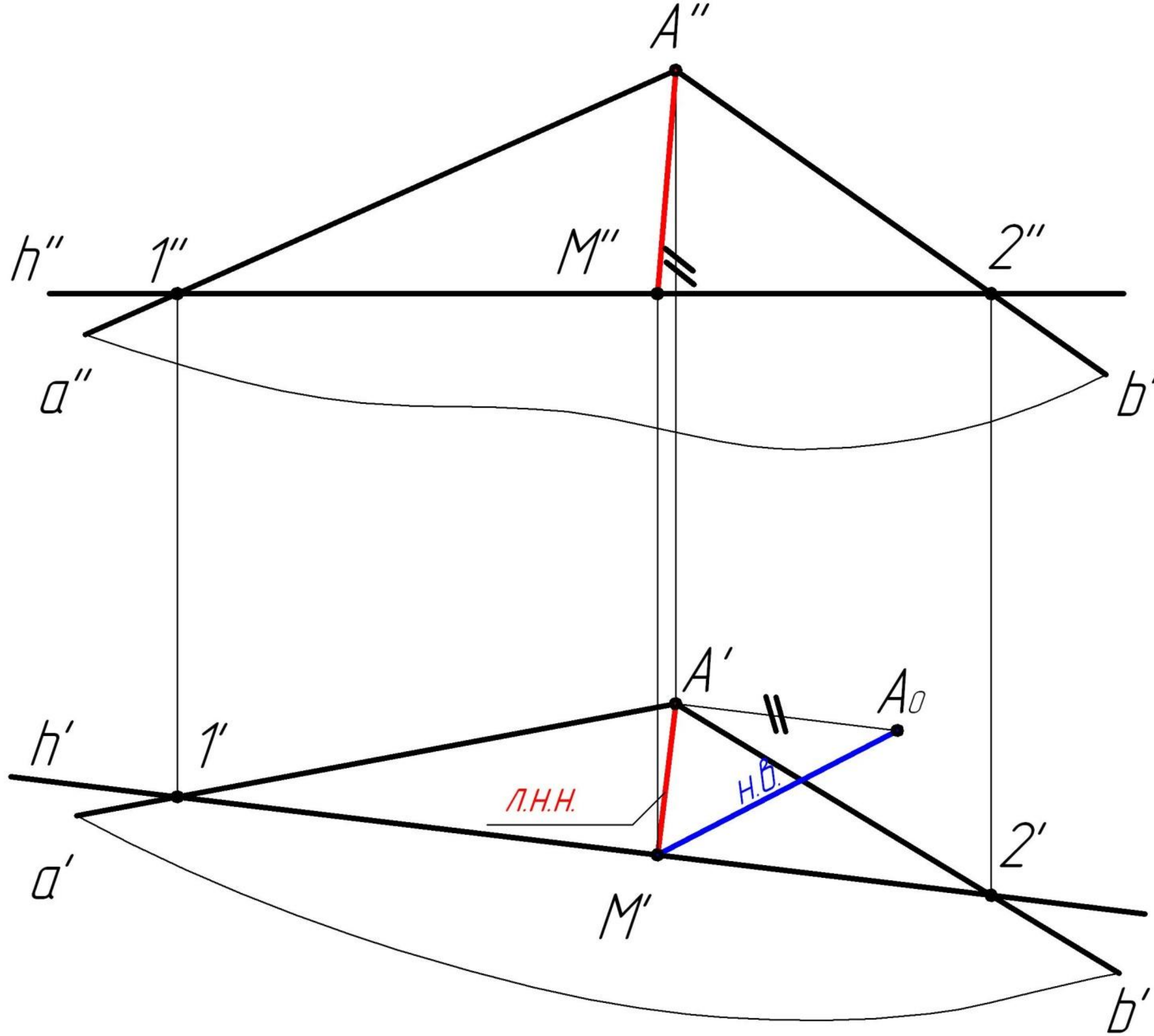

A''
h''
1''
2''
a''
b''
A'
h'
1'
2'
a'
M'
b'

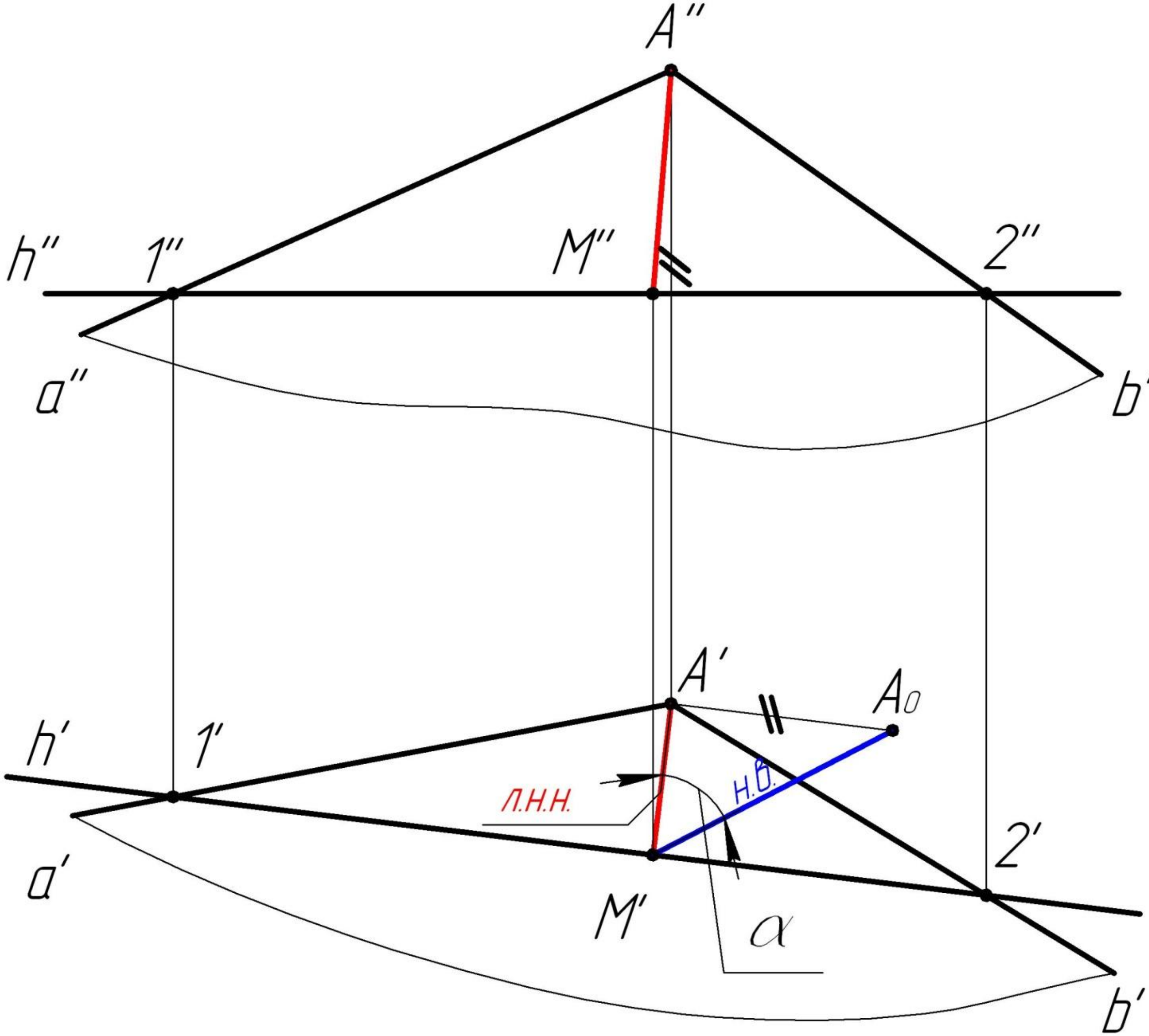

A''
h''
1''
M''
2''
a''
b''
A'
h'
1'
Л.Н.Н.
2'
a'
M'
b'



A''
h''
1''
M''
2''
a''
b''
A'
h'
1'
Л.Н.Н.
2'
a'
M'
b'


A''
h''
1''
M''
2''
a''
b''
A'
A0
h'
1'
Л.Н.Н.
2'
a'
M'
b'


A''
h''
1''
M''
2''
a''
b''
A'
A0
h'
1'
н.в.
л.н.н.
2'
a'
M'
b'


A''
h''
1''
M''
2''
a''
b''
A'
A0
h'
1'
л.н.н.
н.в.
2'
a'
M'
α
b'

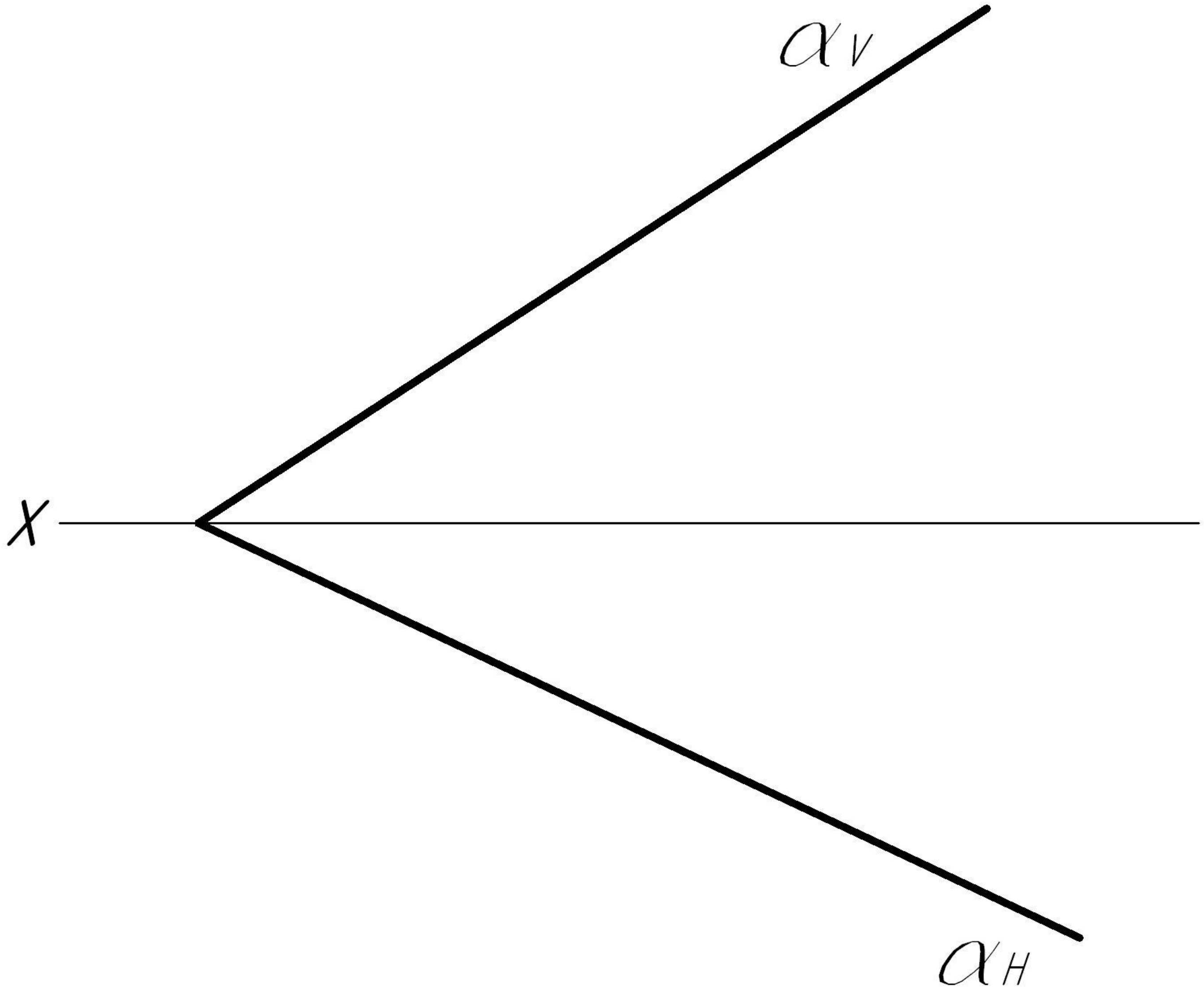
Алгоритм решения задачи:

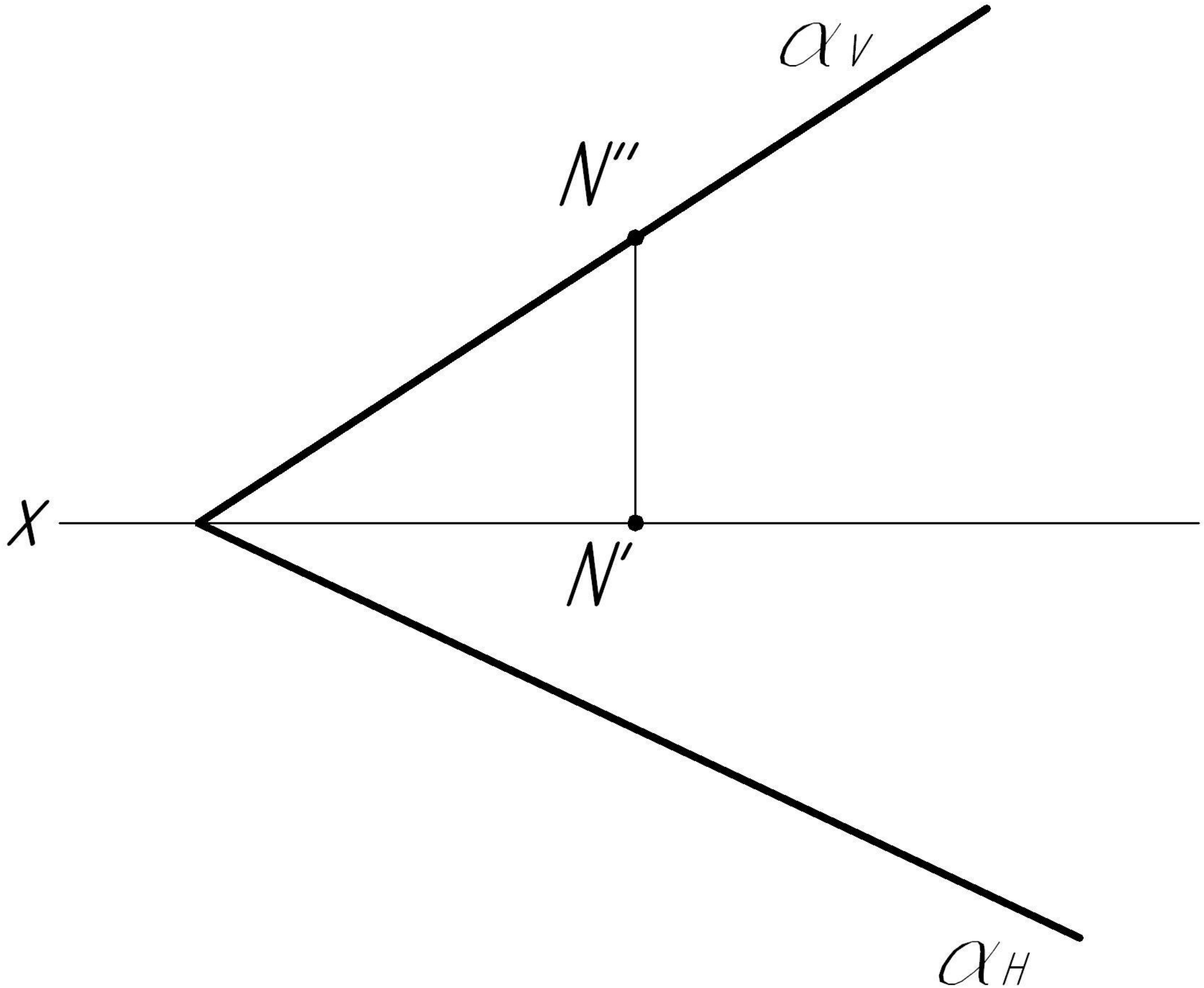
1. Проводим в плоскости σ горизонталь h;
h" // OX; h' – н.в. горизонтали.

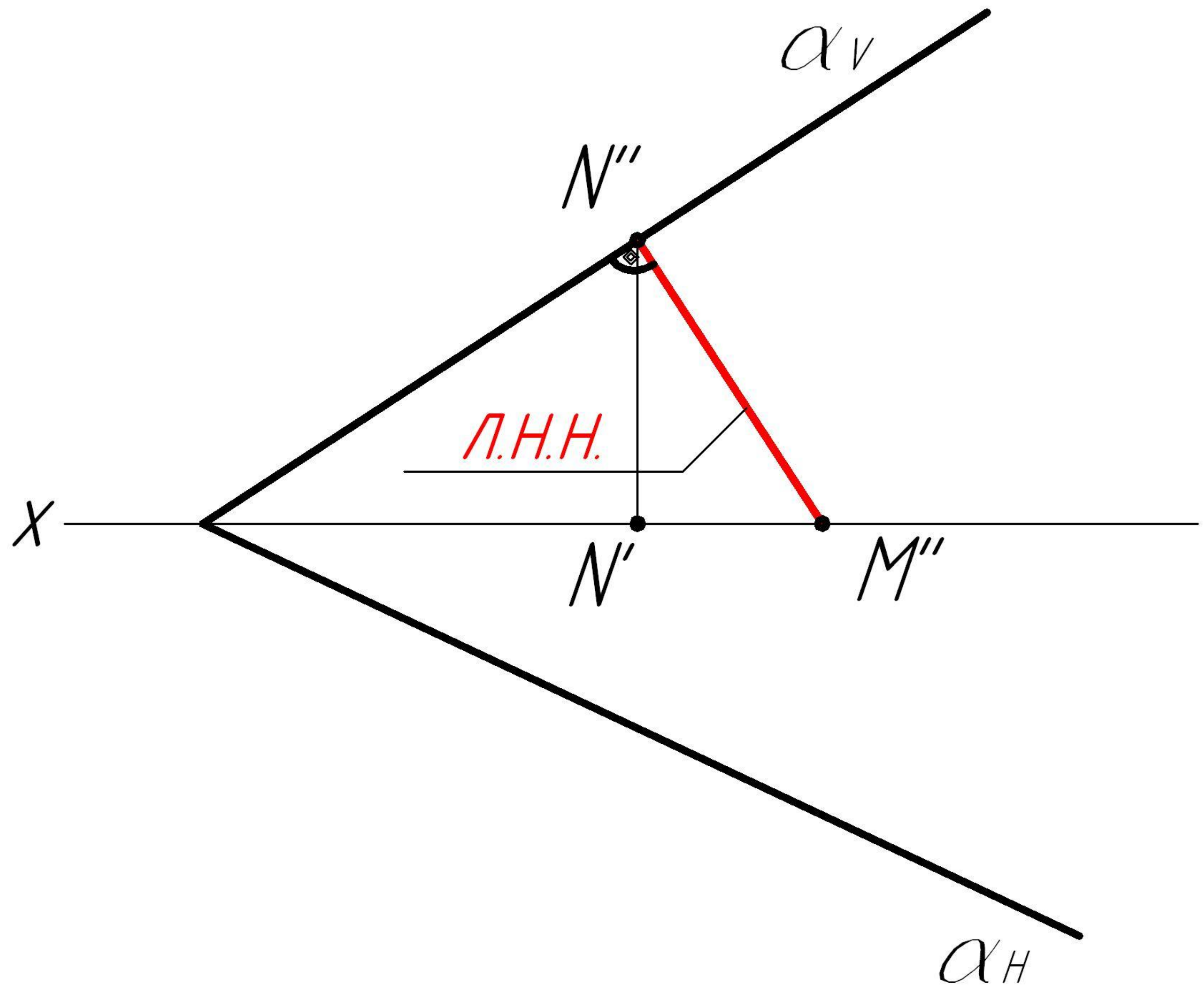
2. Из произвольной точки (т. А) строим к н.в. горизонтали перпендикуляр A'M'.
AM есть л.н.н.; $A'M' \perp h'$.

3. Определяем натуральную величину отрезка [AM] способом прямоугольного треугольника.
$< A'M'A_0 = <\alpha°$ - угол между плоскостью σ и плоскостью H.

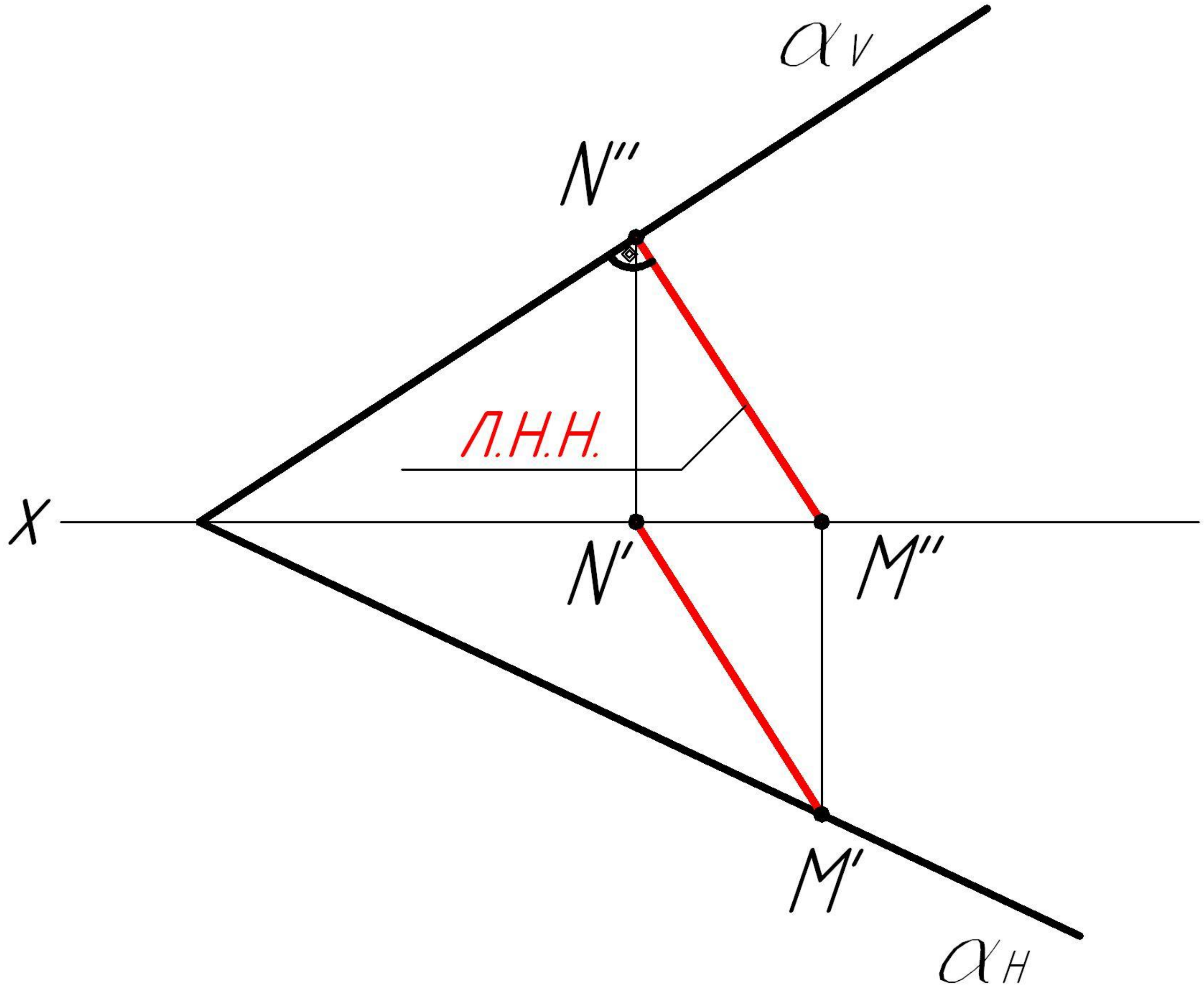
Пример 4: Определить угол наклона плоскости α ($\alpha_H \cap \alpha_V$) к фронтальной плоскости проекций V.



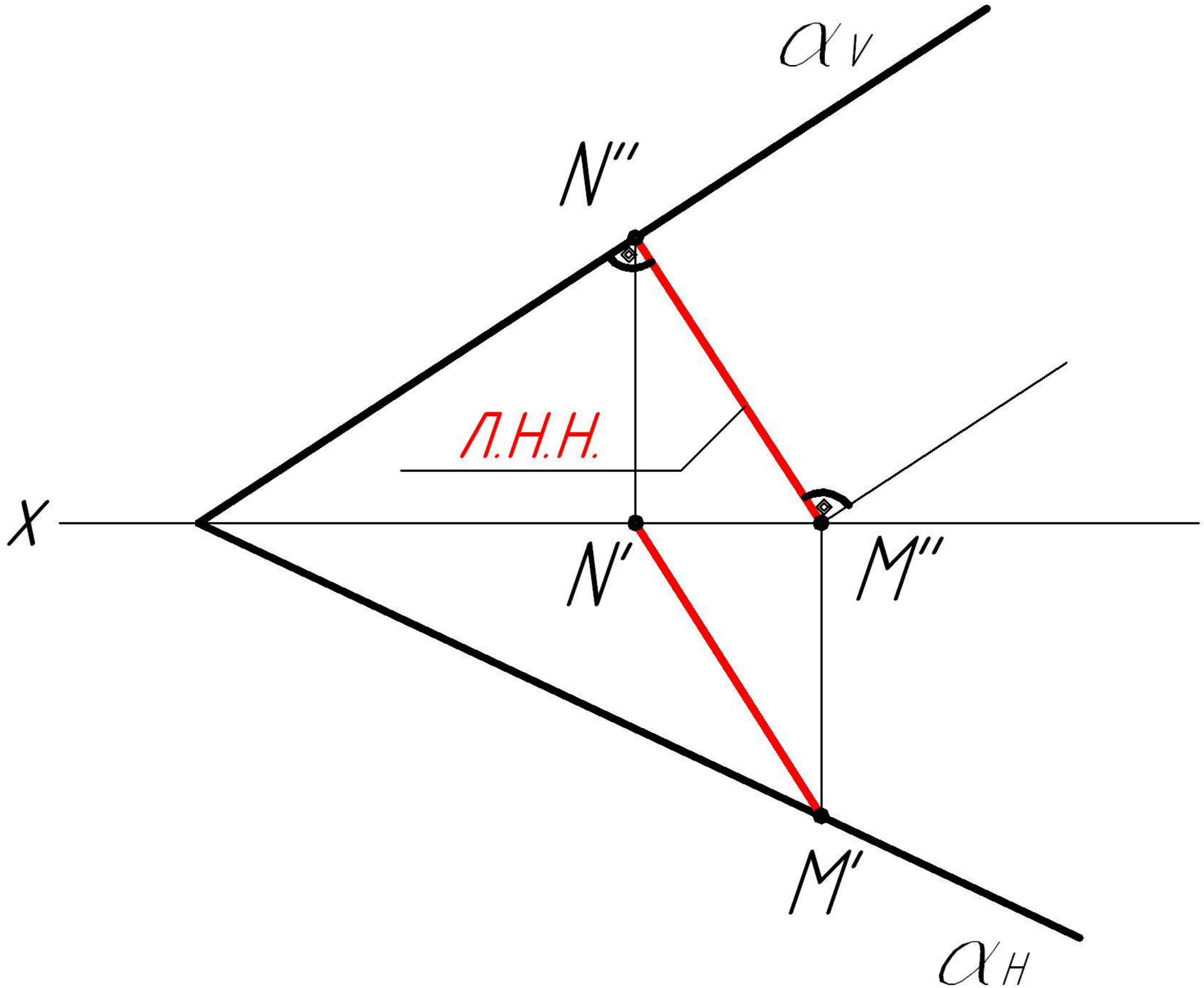

αV
N''
X
N'
αH



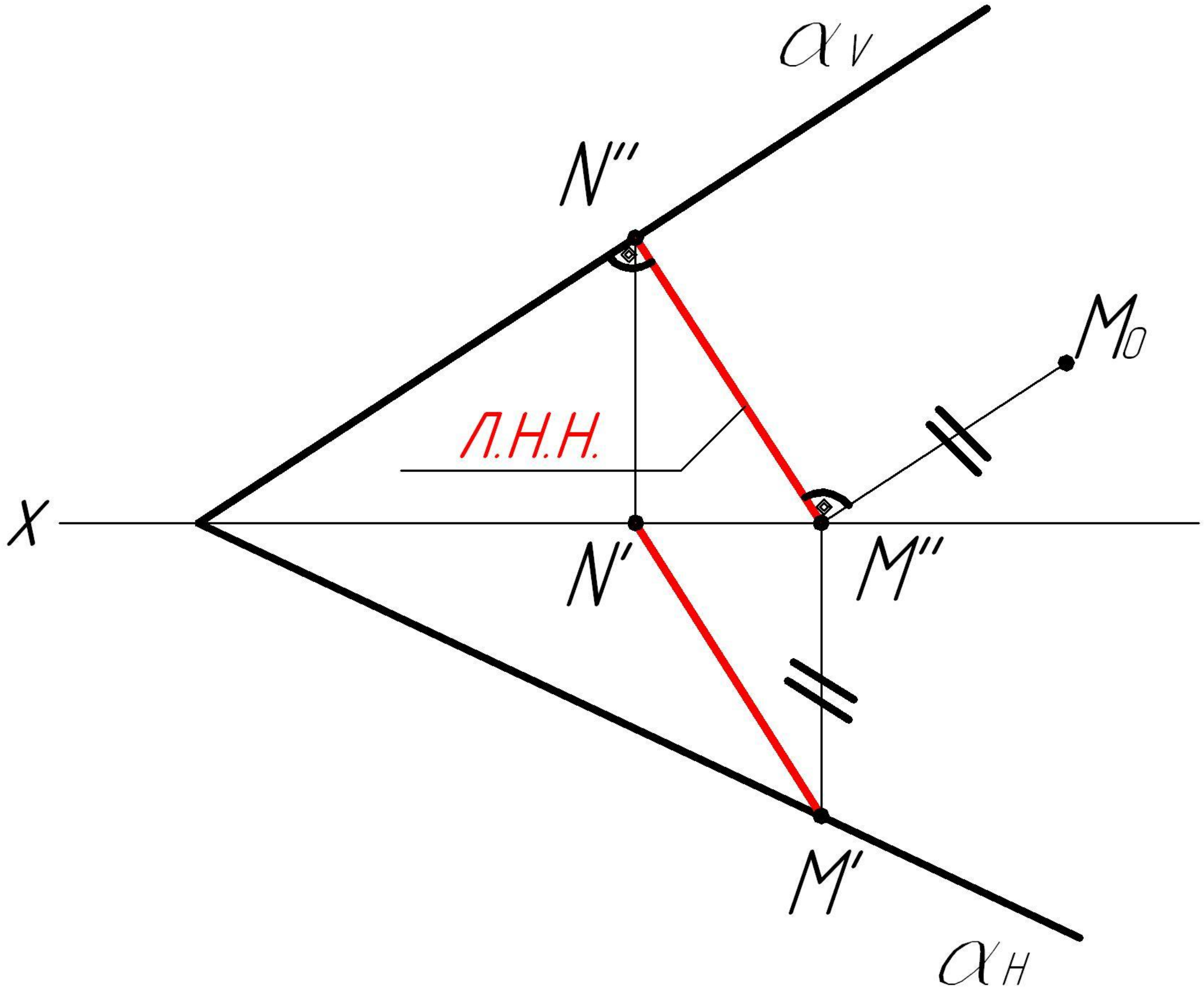
αV
N''
Л.Н.Н.
X
N'
M''
αH



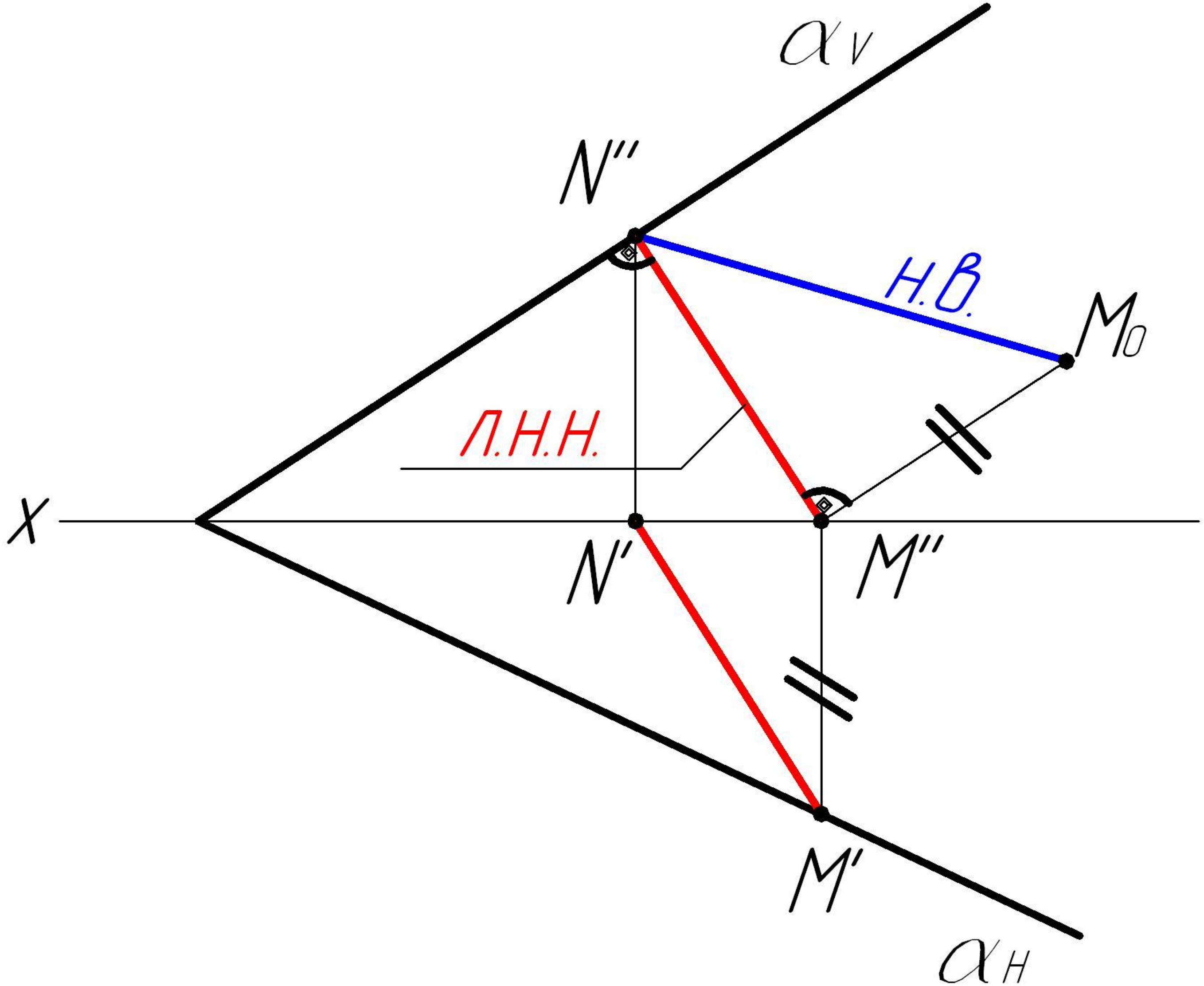
αV
N''
Л.Н.Н.
X
N'
M''
M'
αH

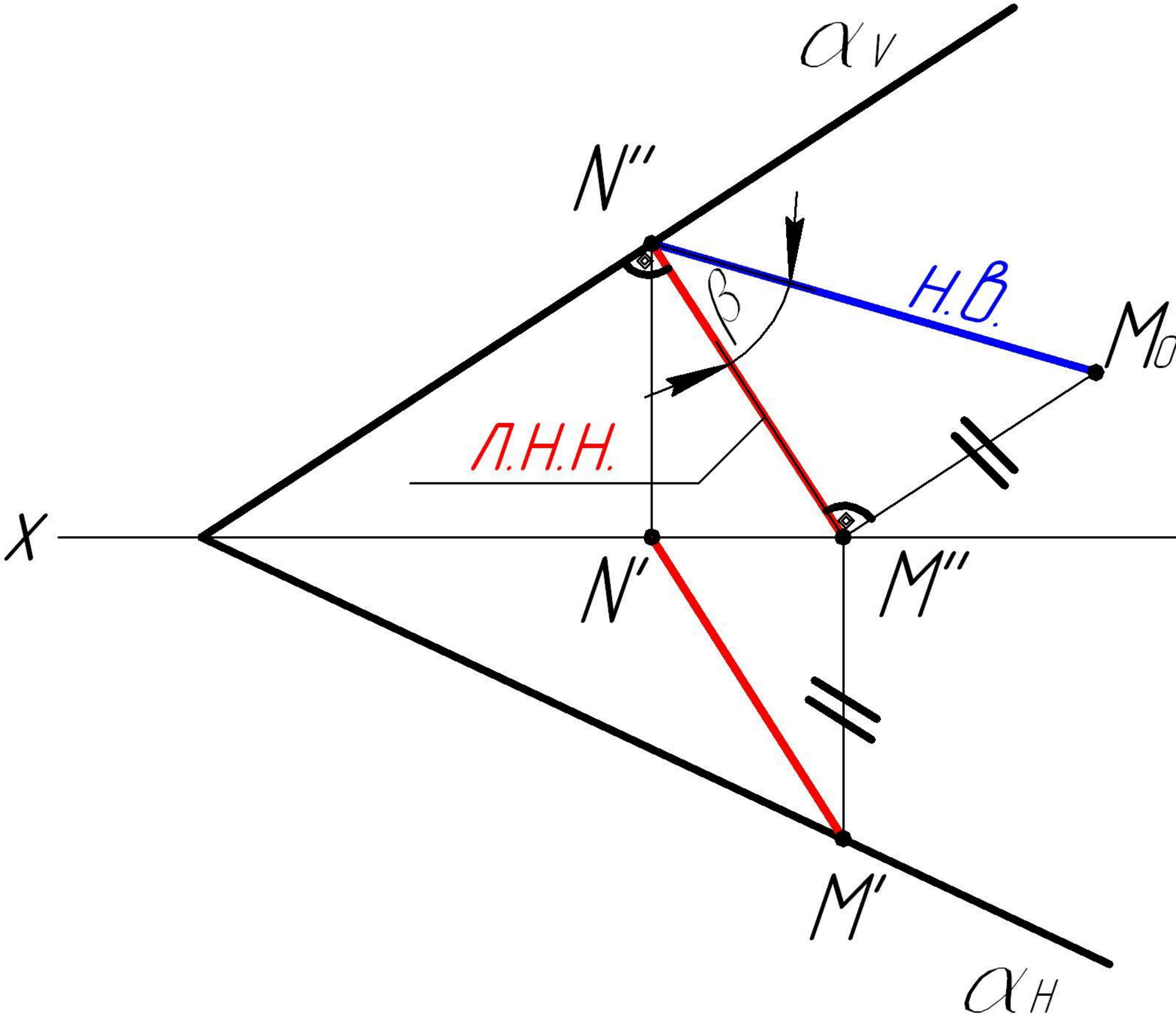


αV
N''
Л.Н.Н.
X
N'
M''
M'
αH



αV
N''
Л.Н.Н.
M0
X
N'
M''
M'
αH


αV
N''
Н.В.
M0
Л.Н.Н.
X
N'
M''
M'
αH



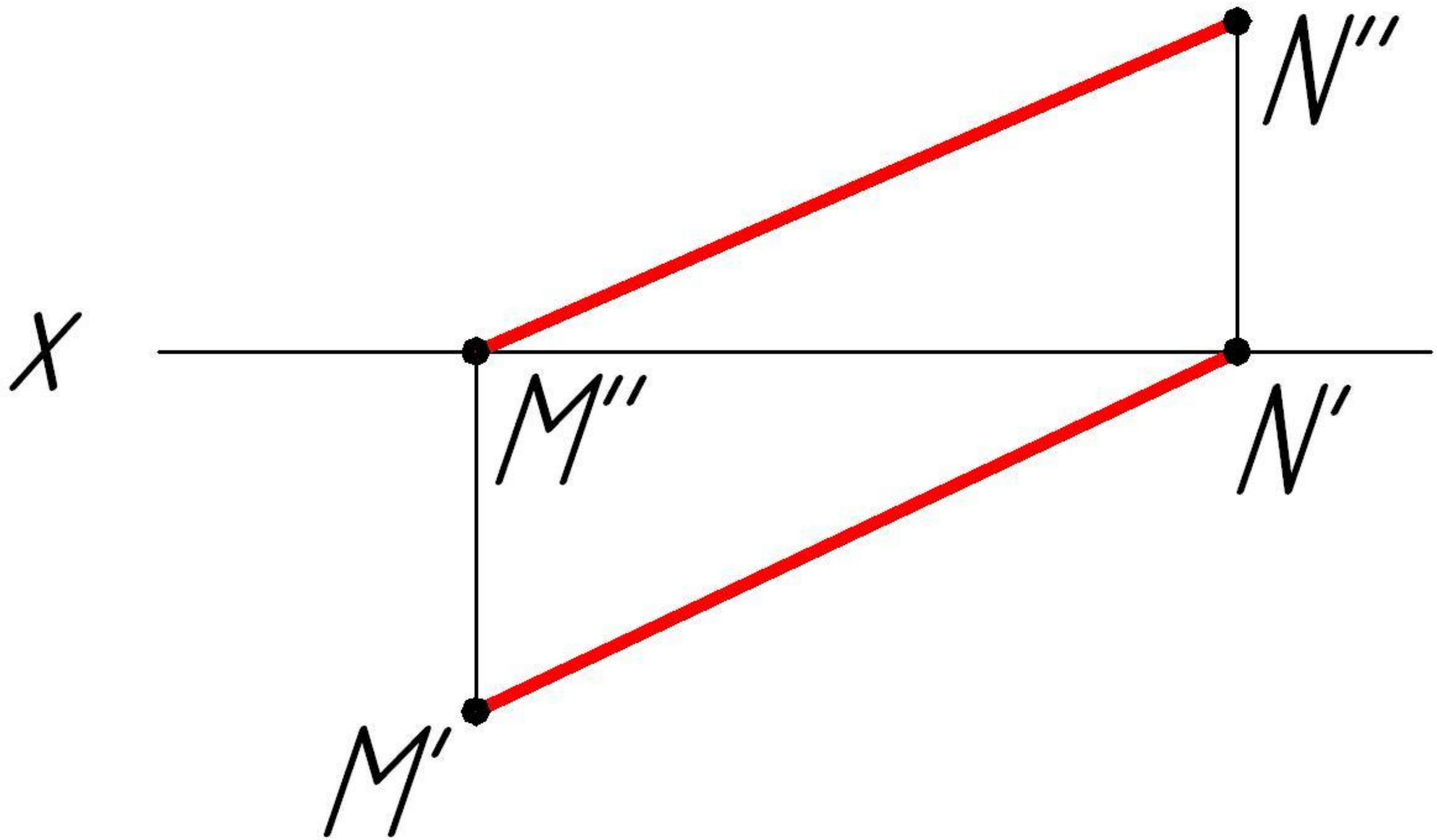
1. Точку N берем произвольно.

2. Строим из т. N перпендикуляр к следу α_V.

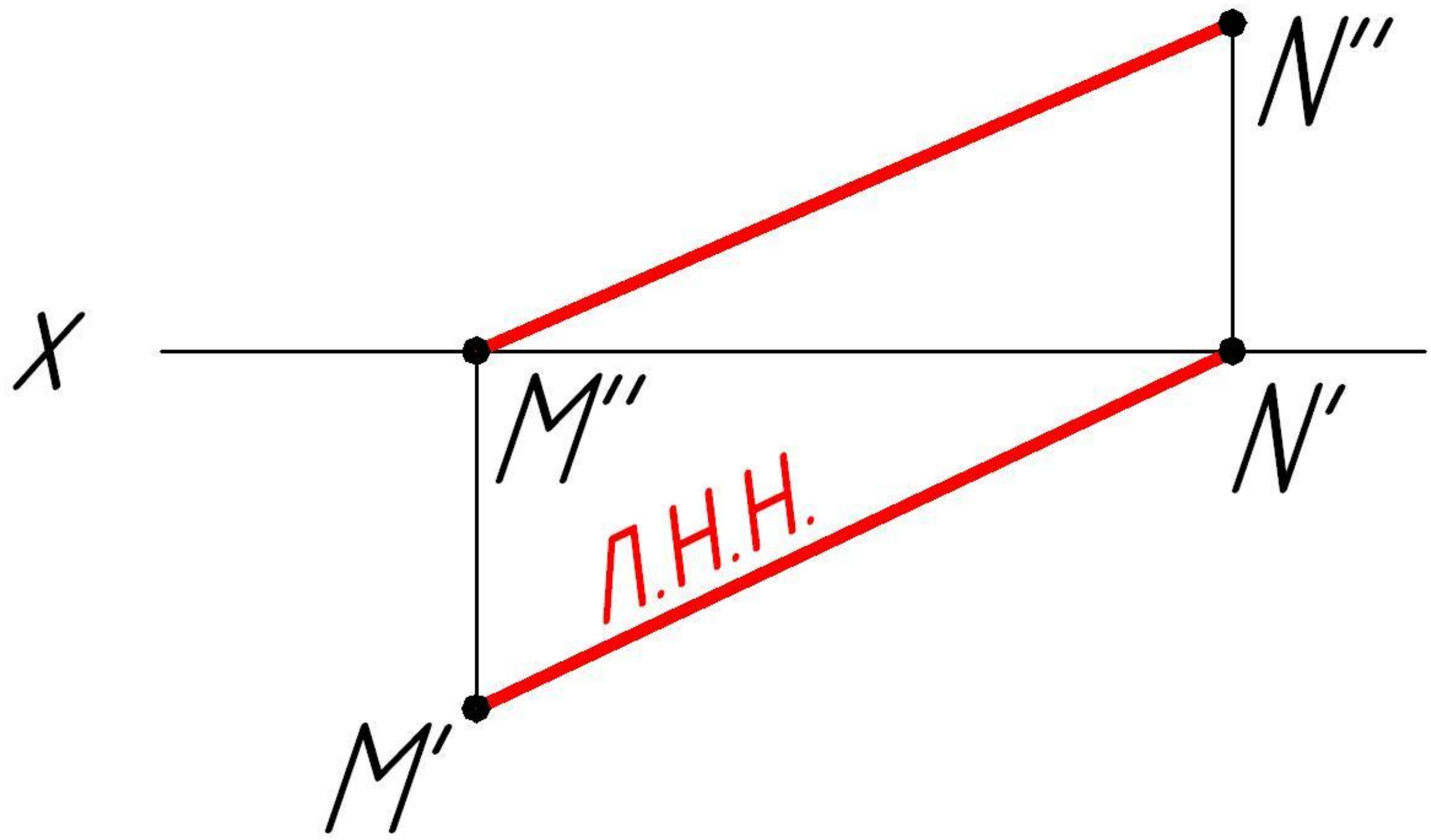
3. Определяем н.в. перпендикуляра MN способом прямоугольного треугольника.

4. < M''N''M_0 = <β° - угол между плоскостью α и плоскостью V.

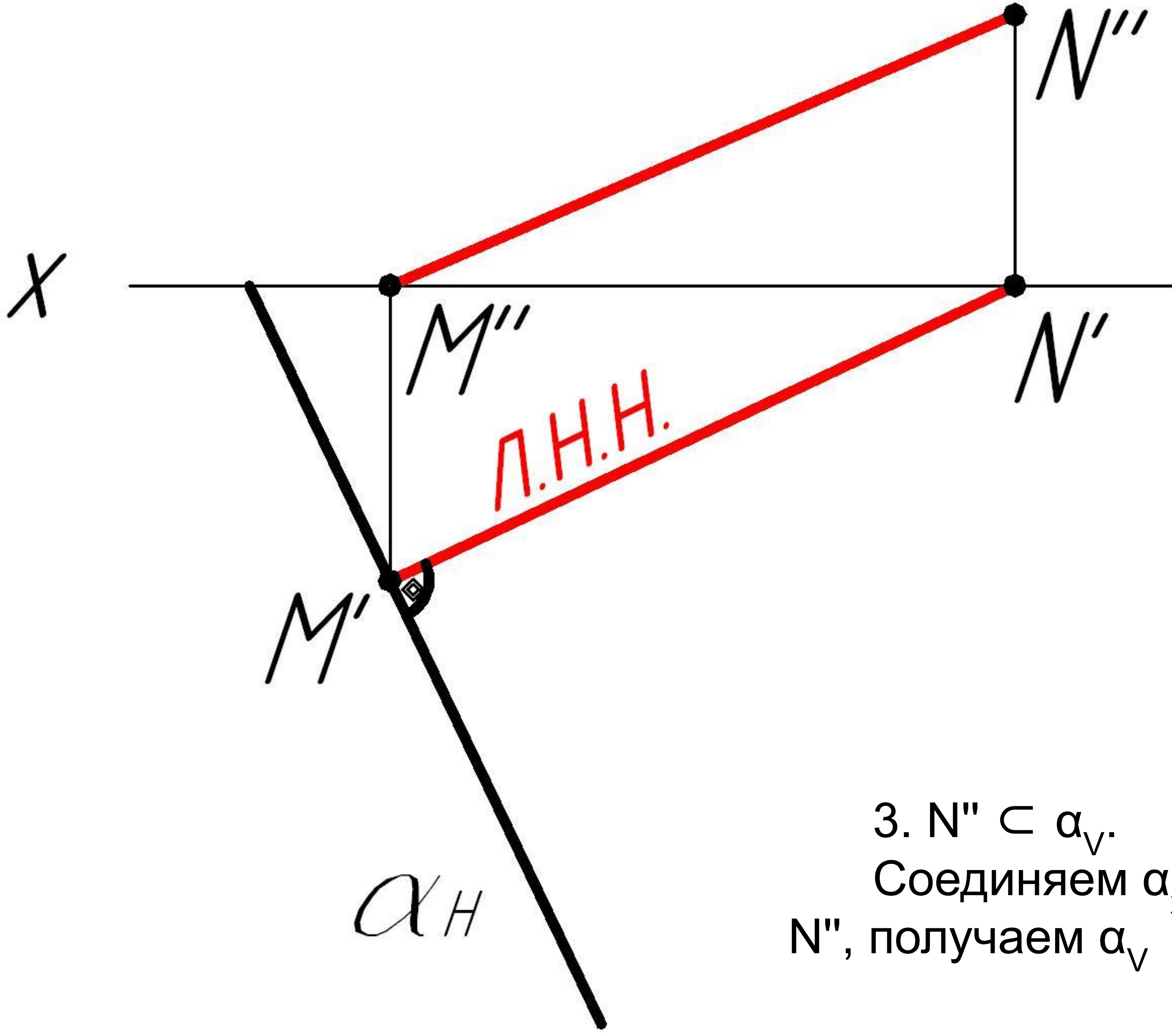
Пример 5: Построить следы плоскости α, заданной своей линией ската MN.



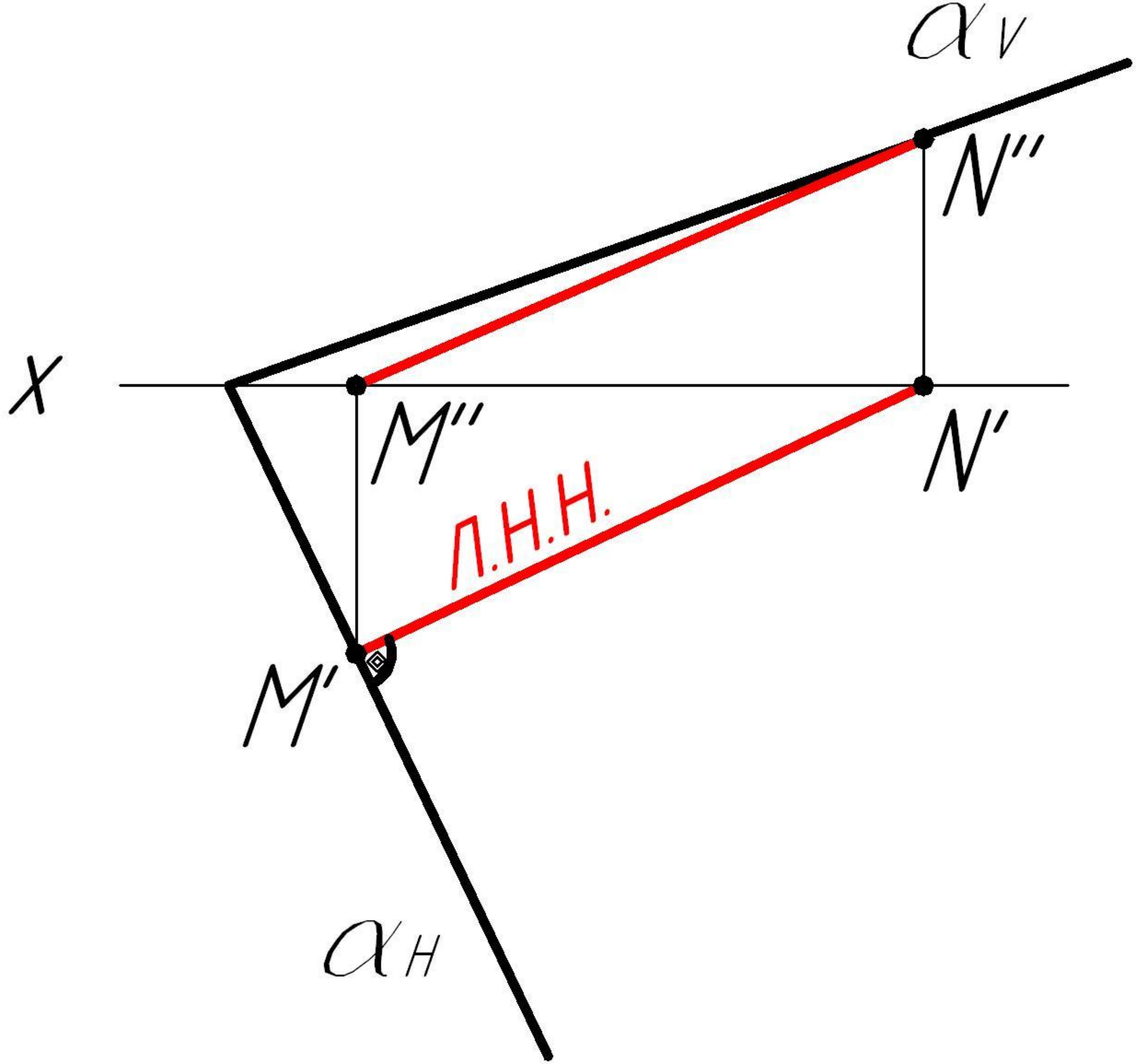
1. MN – линия наибольшего наклона. M'N' ⊥ горизонтали плоскости.



2. Из т. M' строим перпендикуляр к M'N'. Это есть след α_H.



3. N'' ⊂ α_V.
Соединяем α_x и N'', получаем α_V



αV
N''
X
M''
N'
Л.Н.Н.
M'
αH

4.5. Проецирующие плоскости. Прямые и точки в проецирующих плоскостях.

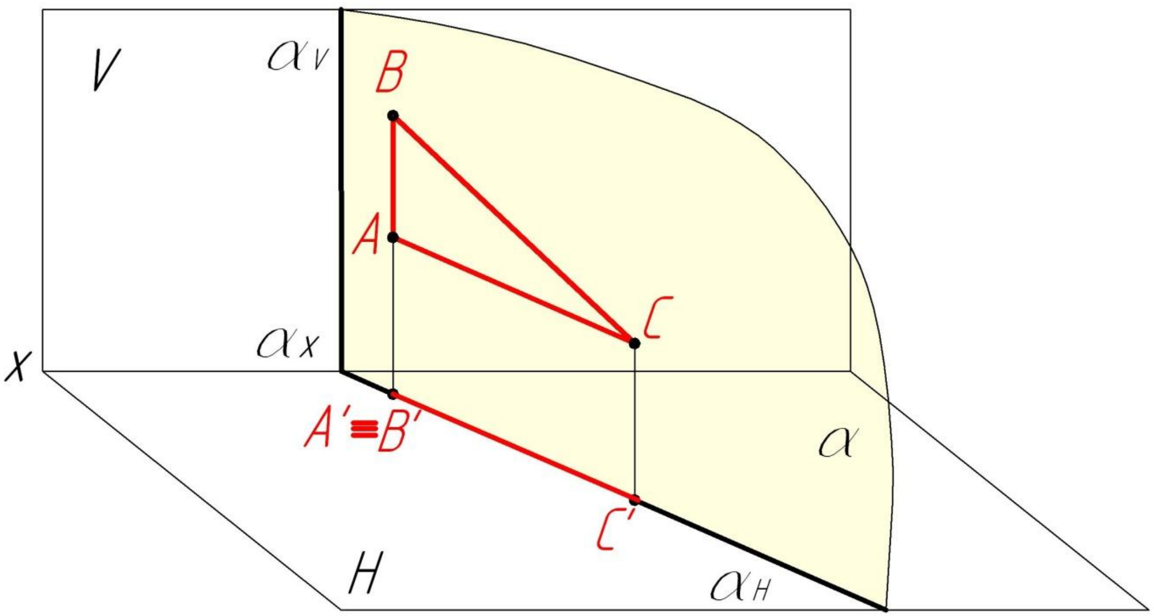
Плоскость по отношению к плоскостям проекций может занимать следующие положения:

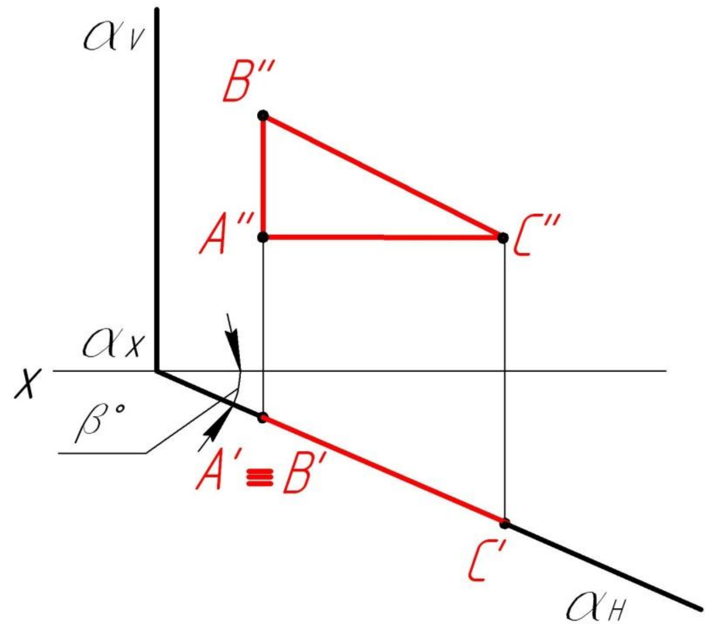
- ***плоскости общего положения,***
- ***проецирующей плоскости,***
- ***плоскости уровня.***

Плоскость общего положения – это плоскость, которая не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

Проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная к какой либо одной плоскости проекций. Если плоскость перпендикулярна плоскости H, то она называется **горизонтально-проецирующая**, если плоскости V – **фронтально-проецирующая**, если плоскости W – **профильно-проецирующая.**

Горизонтально-проецирующая плоскость α.

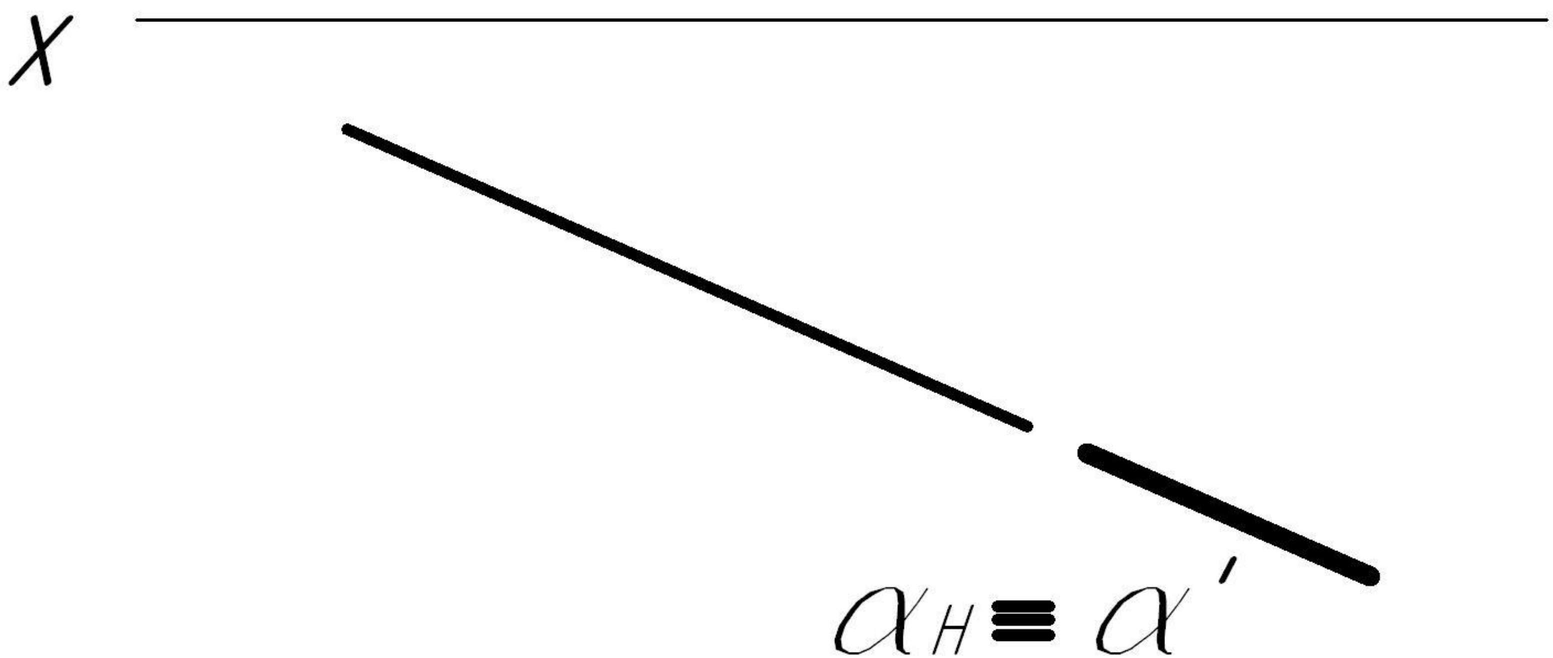




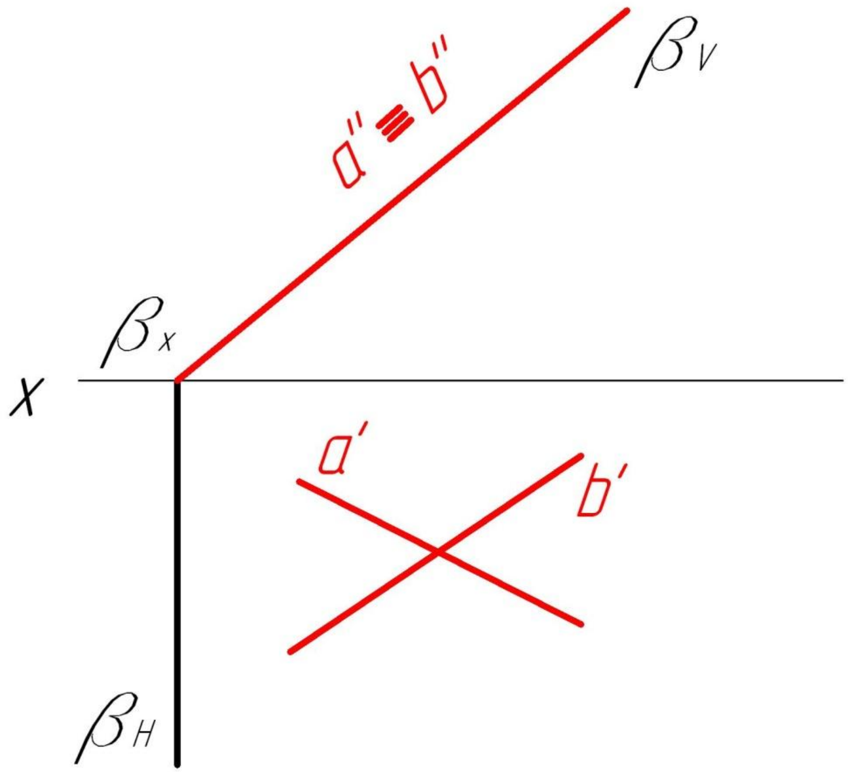
α ⊥ H, эта плоскость проецируется на плоскость H в прямую линию. Этой линии принадлежат горизонтальные проекции точек и линий, лежащих в плоскости α.

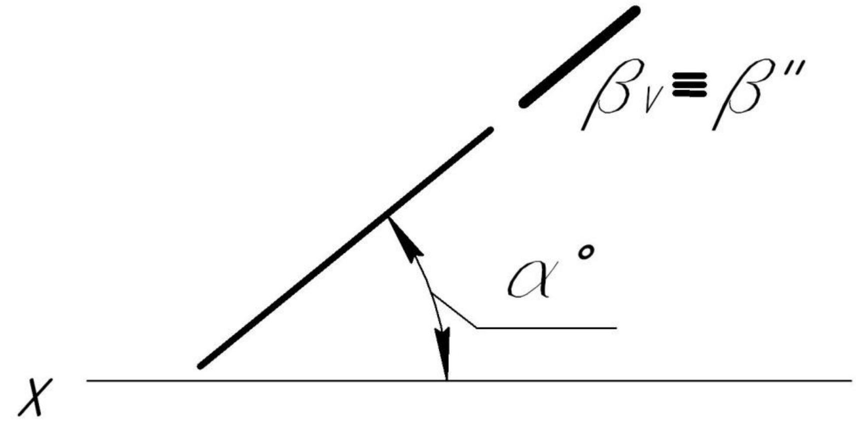
< β° угол между плоскостью α и фронтальной плоскостью проекций V.

Горизонтально-проецирующая плоскость может быть задана на чертеже одной своей горизонтальной проекцией.



Фронтально-проецирующая плоскость





β ⊥ V, эта плоскость проецируется на плоскость V в прямую линию.

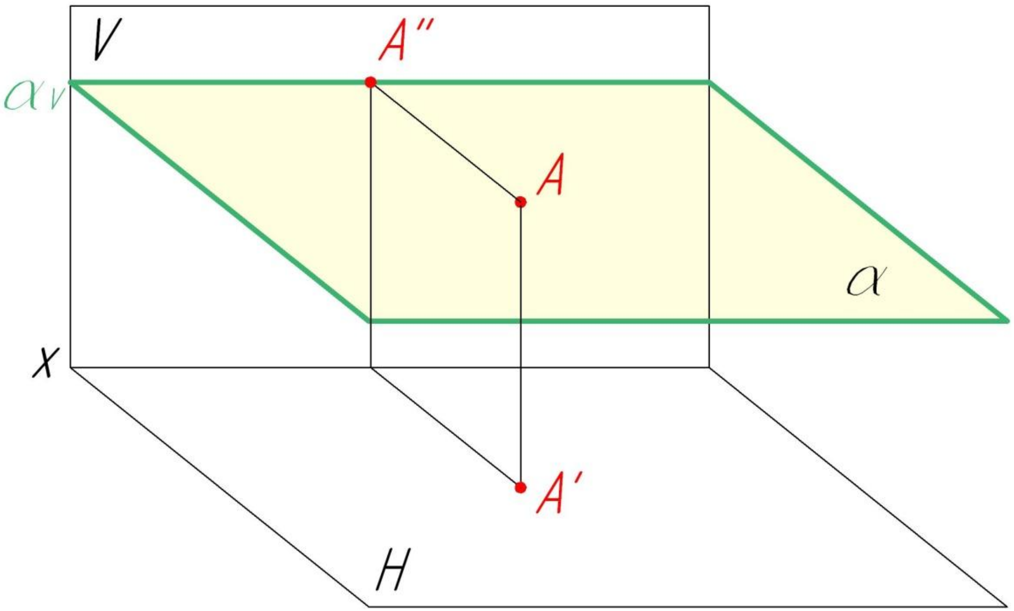
< α° угол между плоскостью β и горизонтальной плоскостью проекций H.

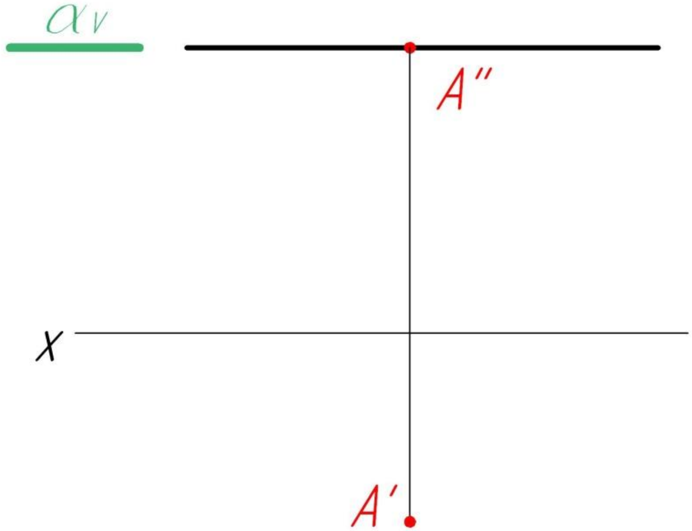
Плоскость уровня

Плоскость уровня – плоскость, параллельная какой-либо плоскости проекций (это частный случай проецирующей плоскости). В зависимости от того, какой проецирующей плоскости параллельна плоскость уровня, различают: горизонтальную, фронтальную и профильную плоскости.

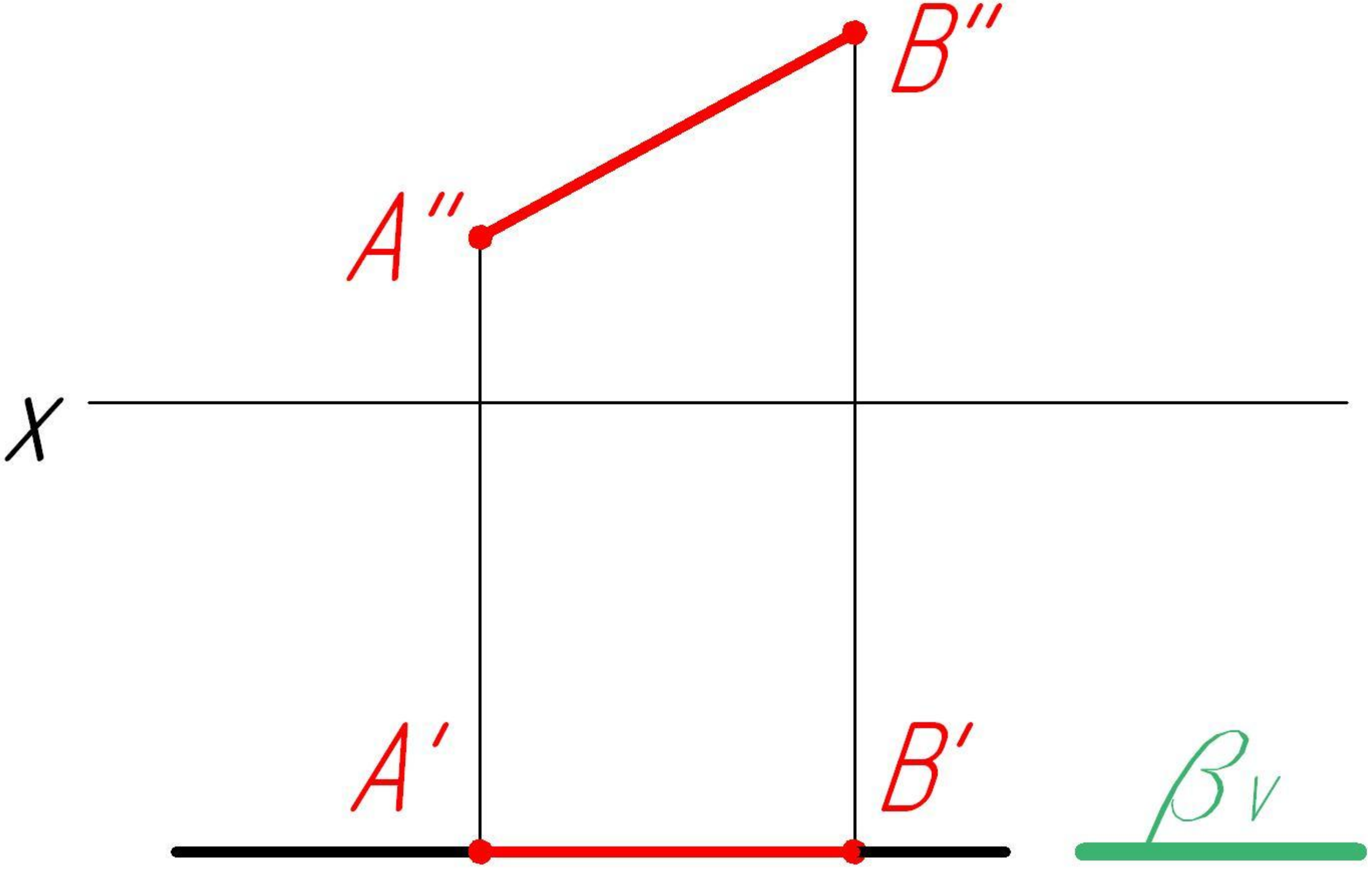
Любая фигура такой плоскости проецируется на параллельную ей плоскость проекции в натуральную величину, а на две другие - в прямую линию.

Плоскость уровня

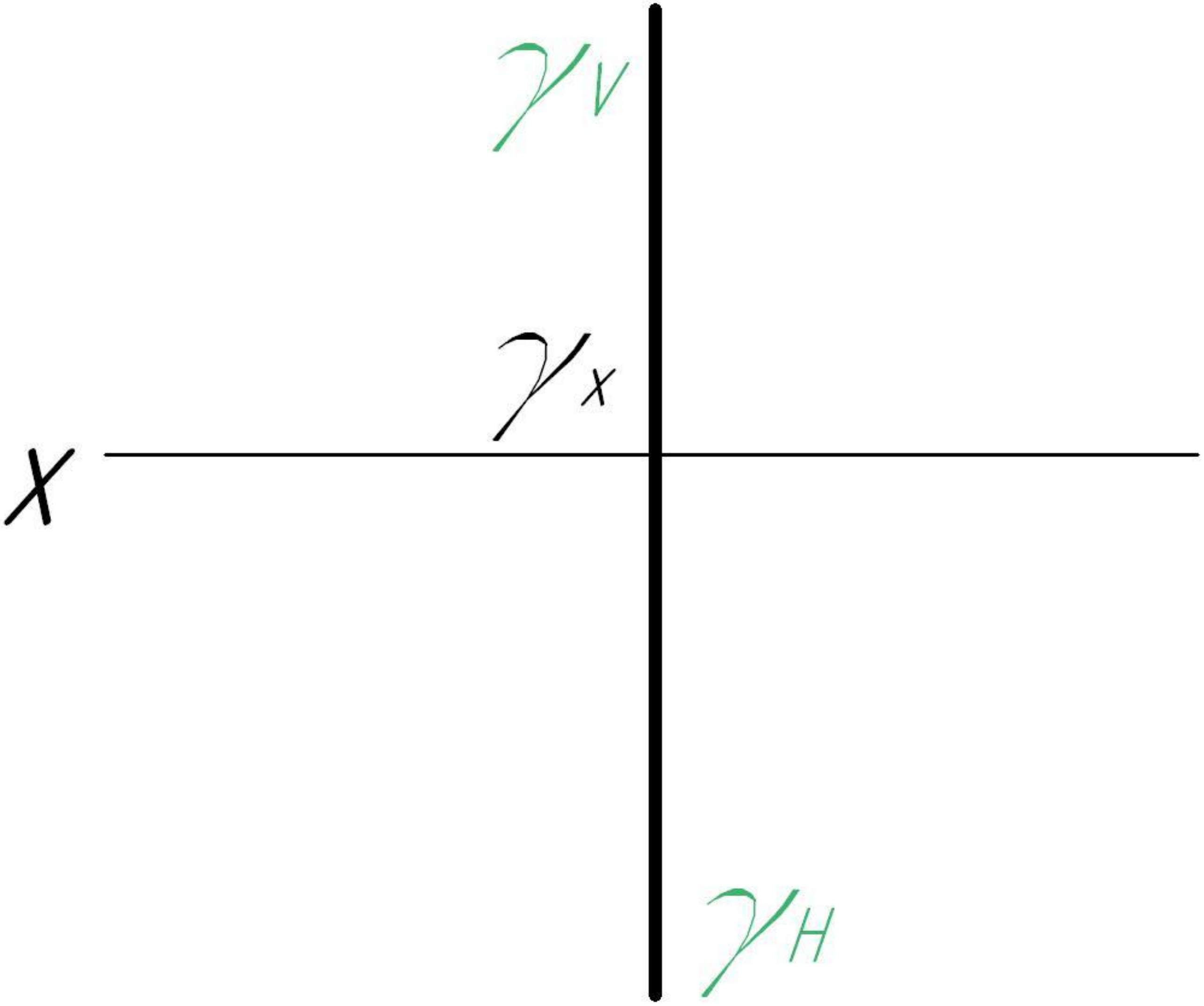




α // H – горизонтальная плоскость.
A ⊂ α



β // V – фронтальная плоскость.
[AB]⊂ β



γ // W – профильная плоскость.