

# Лекция № 8

Тонкостенные оболочки. Основные допущения.  
Уравнение Лапласа.

Под **оболочкой** понимают тело, одно из измерений которого (толщина) значительно меньше двух других.

Геометрическое место точек, равноотстоящих от обеих поверхностей оболочки, называют **срединной поверхностью**.

Если срединная поверхность представляет собой поверхность вращения, такие оболочки называют **осесимметричными**.

Толщину оболочки принимают постоянной.

Полагают, что нагрузка также обладает свойствами осевой симметрии. (Для таких оболочек задача расчета существенно упрощается, так как все внутренние силы и напряжения зависят от текущего радиуса.)

В осесимметричных оболочках при осесимметричной нагрузке касательные напряжения отсутствуют.

Оболочку считают *тонкостенной*, если толщина стенки оболочки  $s$  диаметром  $D$  (кроме конической) удовлетворяет условию:

$$\text{при } D \gg 200 \text{ мм} \quad \frac{s-C}{D} \leq 0,1 \quad ,$$

$$\text{при } D < 200 \text{ мм} \quad \frac{s-C}{D} \leq 0,3 \quad ,$$

где  $C$  – поправка на коррозию.

В противном случае оболочку считают *толстостенной*.

Для тонкостенных оболочек можно принять, что нормальные напряжения равномерно распределены по толщине, то есть отсутствует изгиб оболочки. Теория оболочек, построенная в этом предположении, называется ***безмоментной теорией оболочек***.

При отсутствии резких изменений формы оболочки, жестких защемлений, внешних сосредоточенных сил и моментов, можно с успехом применять к расчету оболочек на прочность безмоментную теорию. Если же имеются перечисленные особенности, то в местах крепления оболочки и резких изменений формы возникают дополнительные напряжения, связанные с изгибом оболочки. Решение подобных задач точными методами показывает, что зона изгибных напряжений весьма ограничена, и, поэтому на некотором удалении от перечисленных особых областей определение напряжений можно производить по безмоментной теории.

Рассмотрим осесимметричную тонкостенную оболочку толщиной  $s$ .

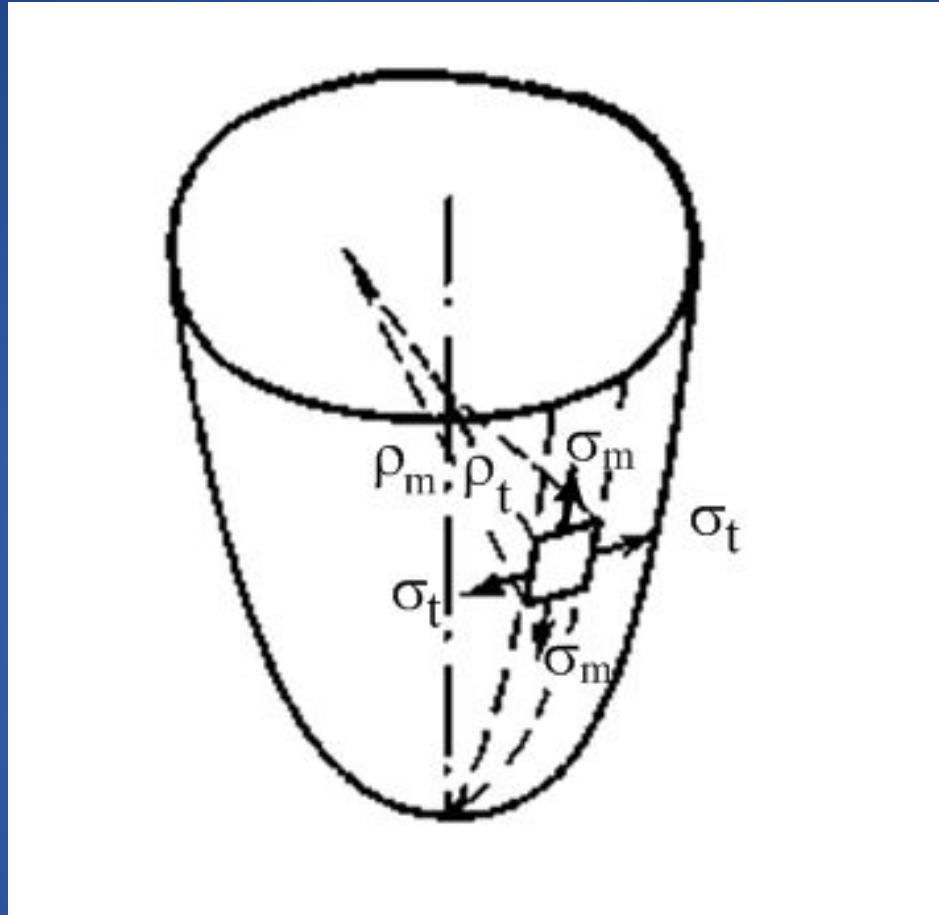
Обозначим:

- $\rho_m$  - меридиональный радиус
- $\rho_t$  (радиус кривизны дуги меридиана срединной поверхности),  
- окружной радиус  
(этот радиус равен отрезку нормали между срединной поверхностью и осью симметрии).

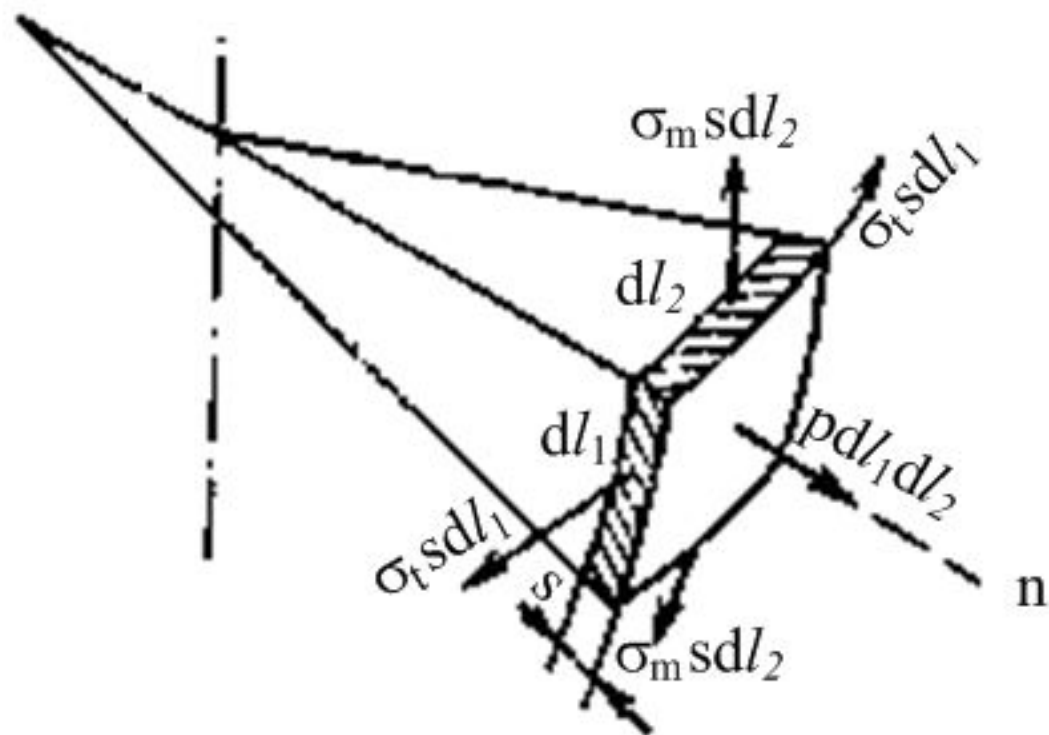
Действие отброшенной части оболочки заменим:

- $\sigma_m$  - *меридиональным* напряжением,
- $\sigma_t$  - *окружным* (или тангенциальным) напряжением.

Нагрузка на элемент – внутреннее избыточное давление  $p$ .



Осесимметричная тонкостенная оболочка. Выделенный элемент.



Пояснение к чертежу:

$p$  - внутреннее избыточное давление,

$pdl_1dl_2$  - сила давления ,

$\sigma_m sdl_2$  ,  $\sigma_t sdl_1$  - силы, перпендикулярные к соответствующим  
граням

выделенного элемента,

$n$  - нормаль.



## Уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_t}{\rho_t} + \frac{\sigma_m}{\rho_m} = \frac{p}{s}.$$

( Уравнение получено путем проектирования всех сил на направление нормали).

Второе уравнение для определения напряжений и можно получить, спроектировав все силы на направление оси оболочки. Однако это удобнее делать не для выделенного элемента, а для отсеченной части конкретной оболочки.

Если оболочка подвержена воздействию наружного избыточного давления, то формально уравнение Лапласа остается справедливым, если изменить знак давления. Однако в стенках оболочки при этом возникнут сжимающие напряжения, что может привести к потере устойчивости (формы) оболочки.

Напряжения  $\sigma_m$  и  $\sigma_t$  являются главными напряжениями. Третье главное напряжение – радиальное напряжение  $\sigma_r$ . На внутренней поверхности оболочки радиальное напряжение равно  $-\rho$ , а на наружной – нулю.

В тонкостенных оболочках  $\sigma_m$  и  $\sigma_t$  всегда значительно больше  $\rho$  (примерно в  $50 \div 100$  раз). Поэтому величиной радиального напряжения пренебрегают ( $\sigma_r \approx 0$ ) и напряженное состояние тонкостенной оболочки считается двухосным.

## Сферический сосуд под действием внутреннего газового давления $P_2$ .

В этом случае вследствие центральной симметрии

$$\rho_m = \rho_t = R, \quad \sigma_m = \sigma_t = \sigma.$$

Поэтому 
$$2 \frac{\sigma}{R} = \frac{p_2}{s}.$$

Главные напряжения:  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \quad \sigma_3 = 0.$

По III и IV гипотезам прочности  $\sigma_{ЭKB} = \frac{p_2 R}{2s} \leq [\sigma],$

где  $R$  – радиус срединной поверхности  $R \approx D/2$  ( $D$  – внутренний диаметр сосуда).

## Цилиндрическая оболочка под действием внутреннего газового давления $P_2$ .

Из уравнения Лапласа:  $\frac{\sigma_t}{R} = \frac{p}{s}$       получает  $\sigma_t = \frac{p_2 D}{2s}$  .

Мысленно разрежем сосуд плоскостью, перпендикулярной его оси. Рассмотрим верхнюю отсеченную часть сосуда (часть сосуда без опор).

Спроецируем на ось симметрии сосуда все силы, действующие на отсеченную часть:  $\sigma_{вн} \pi D s - p \frac{\pi D^2}{4} = 0$       , откуда  $\sigma_m = \frac{p_2 D}{4s}$  .

$$\sigma_1 = \sigma_t \quad \sigma_2 = \sigma_m \quad \sigma_3 = 0$$

Главные напряжения:

По III гипотезе прочности:  $\sigma_{ЭКВ} = \frac{p_2 D}{2s} \leq [\sigma]$  .

При проектировании, изготовлении и эксплуатации сосудов и аппаратов различают:

- рабочее ( $p_p$ ),
- расчетное ( $p_R$ ),
- условное ( $p_y$ ),
- пробное ( $p_{пр}$ ) давления.

*Рабочее давление* в сосуде или аппарате — максимальное избыточное внутреннее или наружное давление при нормальном протекании технологического процесса, без учета гидростатического давления среды и без учета кратковременного повышения давления во время действия предохранительных устройств.

*Расчетное давление* для элементов сосудов и аппаратов — давление, на которое производится их расчет на прочность.

*Условное давление* — рабочее давление среды в сосуде при температуре 20 °С (без учета гидростатического давления).

*Пробное давление* - давление, при котором производится испытание сосуда на прочность и герметичность после изготовления, а также периодически в процессе эксплуатации.

**Под *рабочей температурой*** понимают температуру среды, соприкасающейся со стенками аппарата, при нормальном протекании технологического процесса.

***Расчетная температура*** — наибольшая температура стенки аппарата. Чаще всего ее принимают равной максимально возможной температуре среды при эксплуатации аппарата. При защите аппарата внутренней футеровкой расчетную температуру стенки принимают равной температуре поверхности футеровки, соприкасающейся со стенкой.

Для серийно изготавливаемых сосудов, аппаратов, трубопроводов и арматуры эксплуатационные рабочие параметры заранее не известны, поэтому их проектируют на определенные температурные интервалы и условное давление.

В химической технологии взаимодействие стенки оболочки с агрессивными средами приводит к коррозии и (или) эрозии, которая со временем уменьшает ее толщину  $s$ . Поэтому к расчетной толщине стенки добавляют прибавку  $C_k$  на коррозию или эрозию, а также прибавку на округление  $C_o$  до стандартной толщины листа.  $C_k$  часто представляют в виде произведения

$$C_k = P \cdot T_a$$

где  $P$  — скорость коррозии или эрозии, мм/год;

$T_a$  — срок службы аппарата (лет).

$C_o$  заранее не известна, это значение определяется после сопоставления полученной толщины стенки со стандартными значениями толщины.

Стандартные значения толщин листов равны: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 45 мм ;и т. д. до 70 через 5 мм, а затем через 10 мм.

В химической технологии при производстве синтетического аммиака, мочевины, метанола, полиэтилена, высших спиртов, в некоторых процессах гидрирования применяют цилиндрические аппараты, работающие под высоким давлением (от 10 до 100 МПа). В таких аппаратах толщина стенки соизмерима с внутренним диаметром  $D$ .

Впервые задачу определения напряжений в толстостенном цилиндре решил французский ученый Ламе в 30-х годах XIX века, а дальнейшее продолжение эта задача получила в работах русского ученого А. В. Гадолина в 60-х годах XIX века.