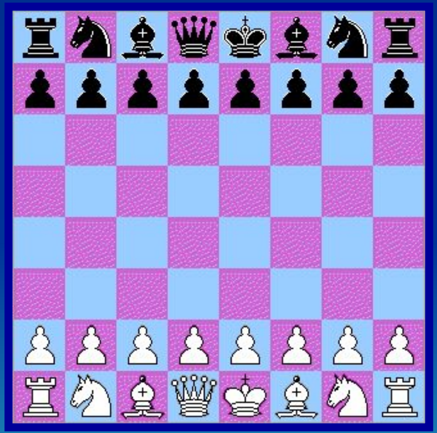
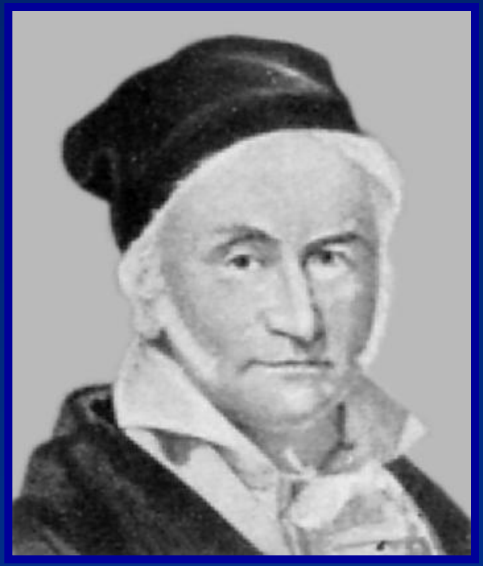
Арифметик һәм геометрик прогрессияләрнең беренче n буыны суммасы темасын гомумиләштерү



Максат:

- Арифметик һәм геометрик прогрессияләр турындагы белемнәрне камилләштерү;
- Тормыштан алынган мисаллар чишү;
- Логик фикерләү сәләтен үстерү;
- Фәнгә карата кызыксыну уяту.

Прогрессия – латин сүзеннән алынган, *progressio* – алга таба хәрәкәт итү дигәнне аңлата



Карл Гаусс (1777-1855) – немец математигы, астроном, физик

Кечкенә Карл башлангычта укыганда ук 1 дән алып 100 гә кадәр булган натураль саннарның суммасын тиз арада исәпләп биргән.

$$S = 1+2+3+\ldots+98+99+100,$$

$$S = 100+99+98+\ldots+3+2+1.$$

$$2S = \underbrace{101+101+101+\ldots+101}_{100 \text{ тапкыр}}$$

$$2S = 101 \cdot 100, \quad S = \frac{101 \cdot 100}{2} = 5050$$

8
7
6
5
4
3
2
1
A B C D E F G H

$$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{62} + 2^{63}$$

$$2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}$$

$$2S - S = (2 + 2^2 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}) - (1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63}),$$

$$S = 2^{64} - 1$$

$$S = 2^{64} - 1$$

18 квинтиллион 446 квадриллион 744 триллион 73 миллиард 709 миллион 551 мең 615

$$S = 2^{64} - 1 = 18446744073709551615$$

МОНДЫЙ САНДАГЫ БӨРТЕКЛӘР САНЫНЫҢ МАССАСЫ ТРИЛЛИОН ТОННАДАН АРТЫП КИТӘ

Логик сорау:

Билгеле, патша моның кадәр ашлык табып бирә алмаган. Ләкин шахмат вакыйгасының ахыры бүтәнчәрәк тәмамланырга мөмкинлеге булган. Ничек итеп патша шахмат уйлап табучыдан бүләген бирмичә котыла алыр иде?

Патшага бары тик шахмат уйлап табучыга үзе сораган бодай бөртекләрен берсе артыннан берсен санарга гына кушасы иде.

Миллион бөртекне санар өчен ким дигәндә 10 тәүлек вакыт кирәк, ә барлык бөртекләрне санар өчен якынча 586 549 402 017 ел кирәк булыр иде.

Формулаларны танын̆сызмы?

Арифметик прогрессия

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad (1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n \qquad (2)$$

Геометрик прогрессия

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \qquad q \neq 1$$

Исәплəгез:

$$3^2$$

Исәпләгез:

$$3^4$$

Исәпләгез:

$$2^5$$

Исәпләгез:

$$2^7$$

Исәпләгез:

$(-2)^4$

$(-2)^5$

Исәпләгез:

$$0{,}5^2$$

Исәплəгез:

$$0{,}5^4$$

Исәпләгез:

$$0{,}5^7$$

Исәпләгез:

$$\tilde{o}^{3} = 8$$

Исәпләгез:

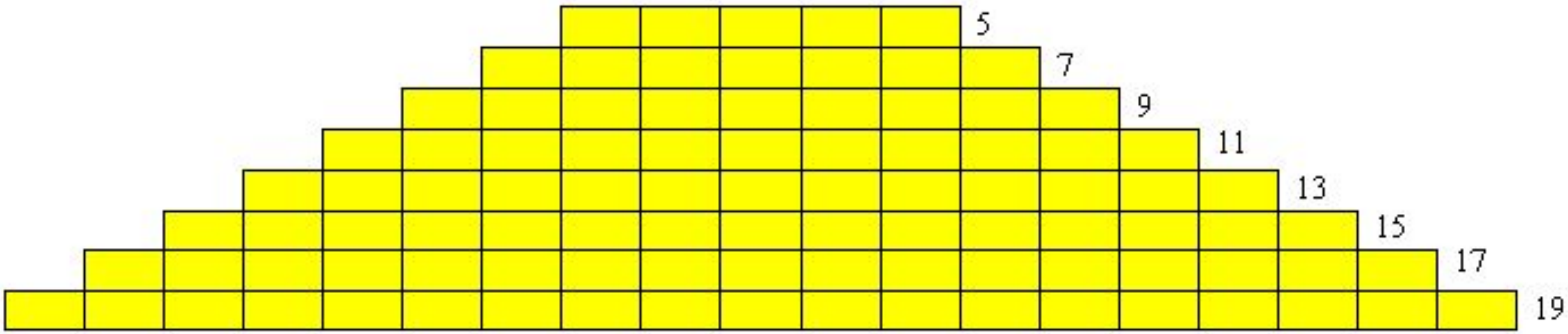
$$\tilde{o}^5 = 32$$

Исәпләгез:

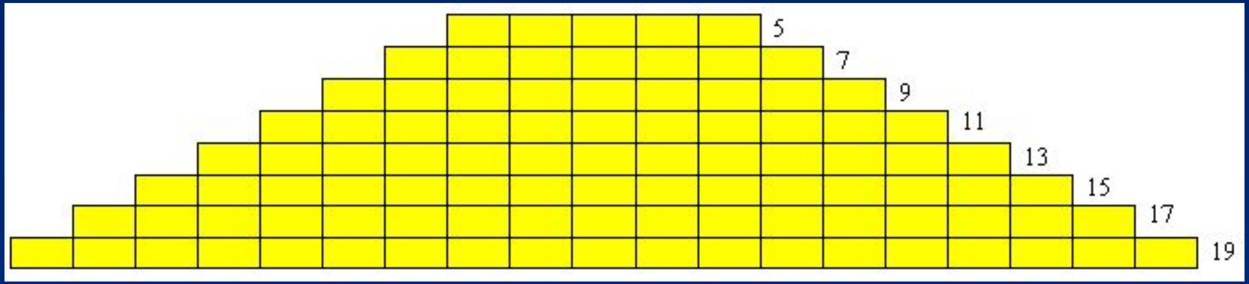
$$\tilde{o}^4 = 625$$

Мәсьәлә:

Яңа татар үзенең дачадагы бассейнын фигуралы стена белән капламакчы була. Эшчеләрне чакыра да аңлата: аскы рәткә 19 блок саласы, аның өстенә 17 блок, аның өстенә 15 блок һ.б. Барлыгы 8 рәт.Кем тизрәк барлыгы ничә блок киткәнен исәпләп таба?



1 нче юлы:

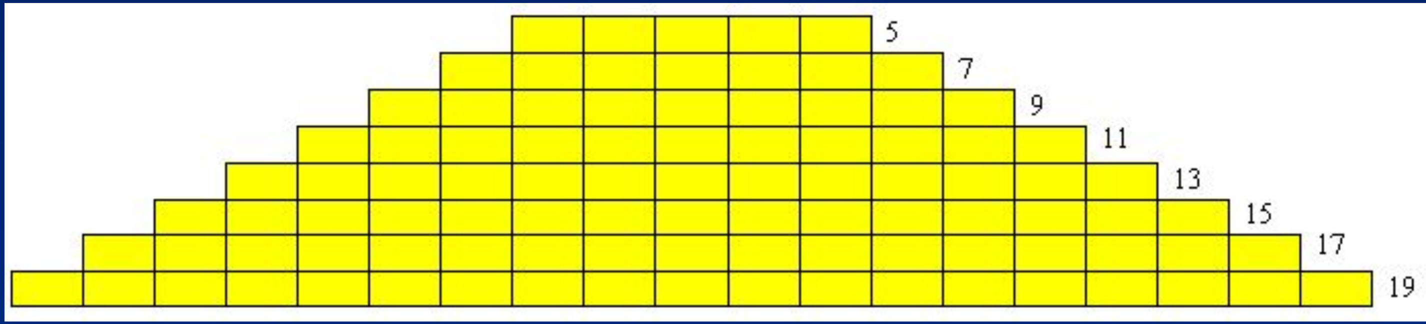


$$a_1 = 19, d = -2$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_8 = \frac{2 \cdot 19 - 2 \cdot 7}{2} \cdot 8 = 96.$$

2 нче юлы:



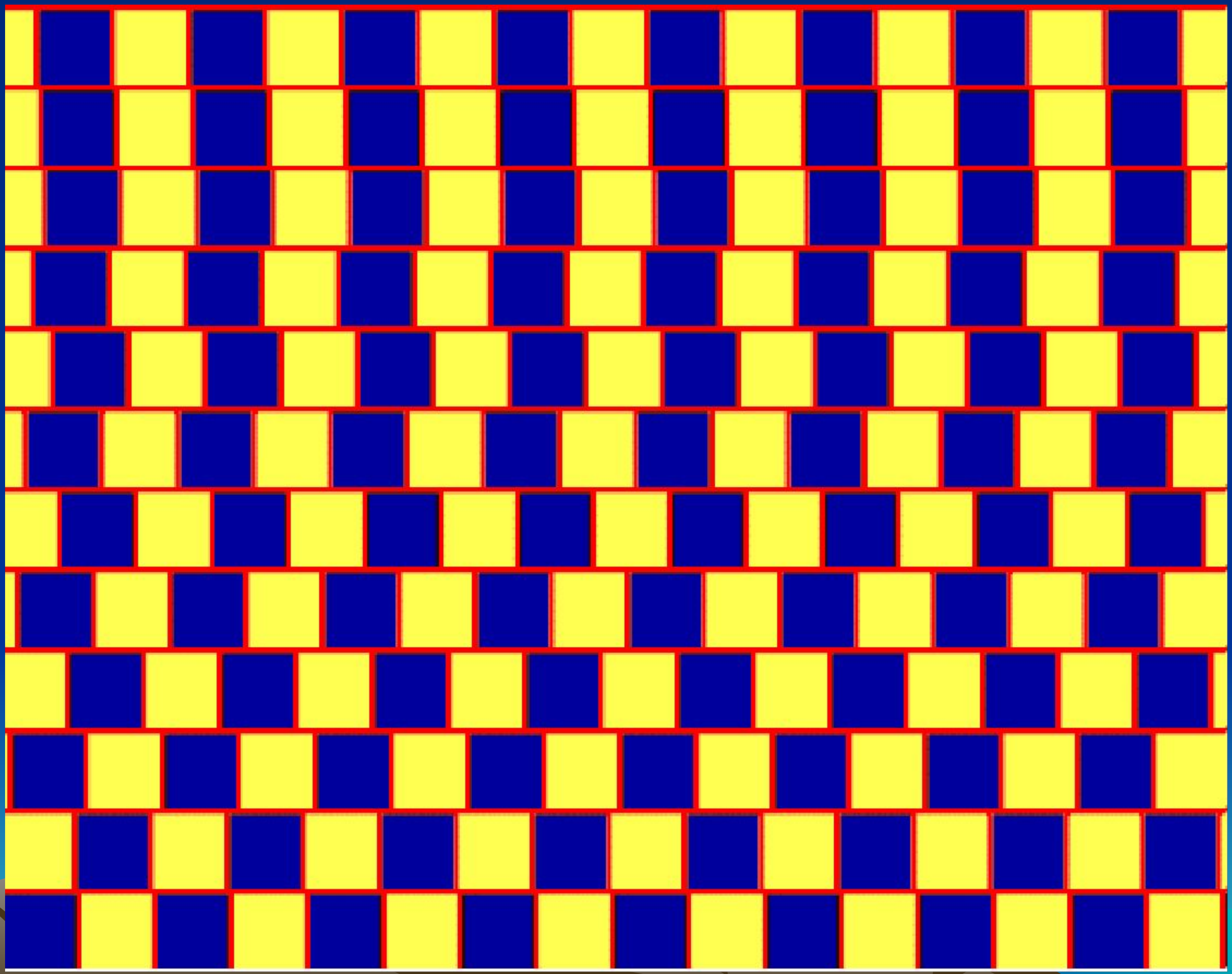
Трапециянең мәйданын табу өчен нигезләренең ярымсуммасын биеклегенә тапкырларга кирәк

$$a_1 = 19, a_8 = 5$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n,$$

$$S_8 = \frac{19 + 5}{2} \cdot 8 = 96$$

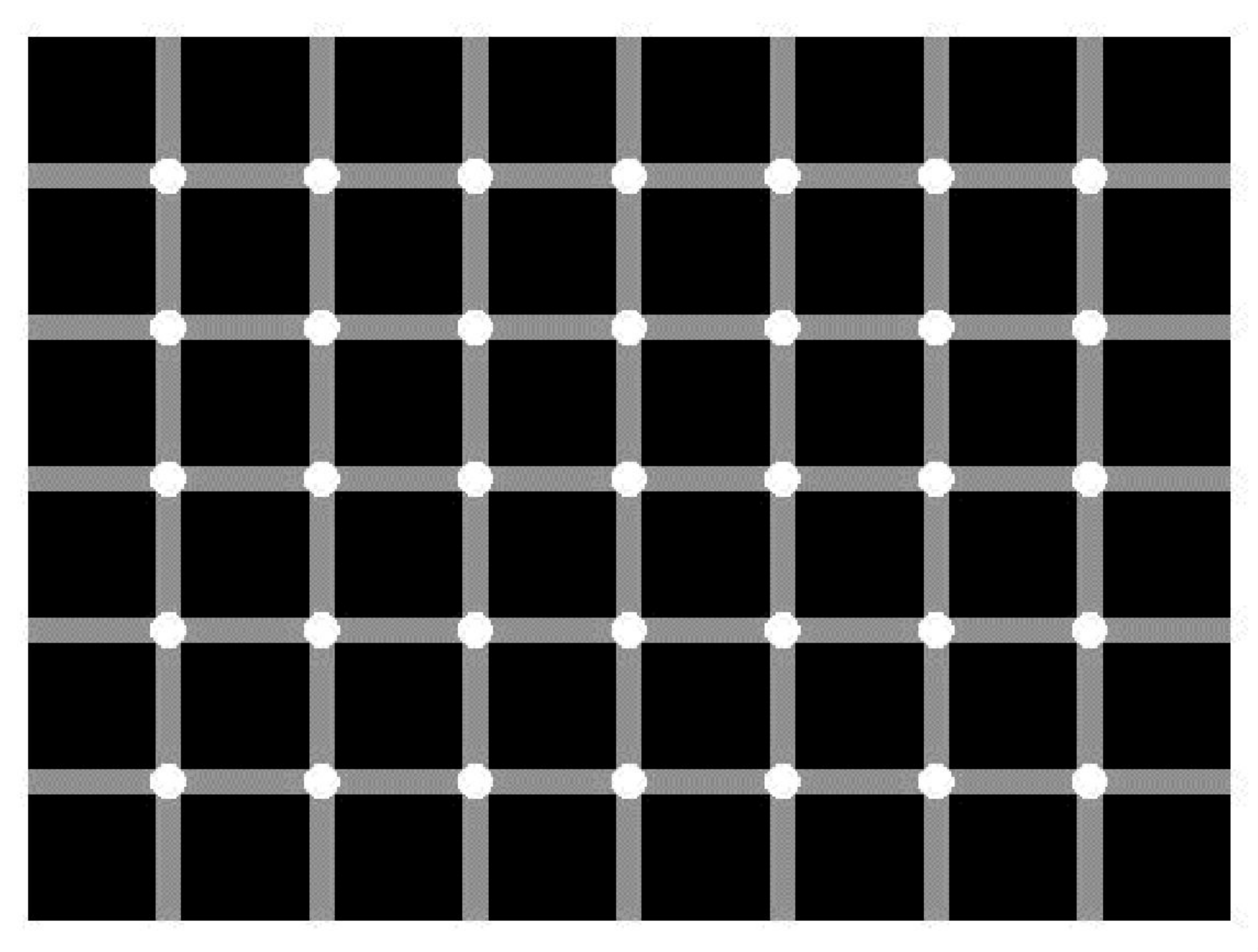
Горизонталь кызыл сызыклар параллельмы, юкмы?



Әйе,

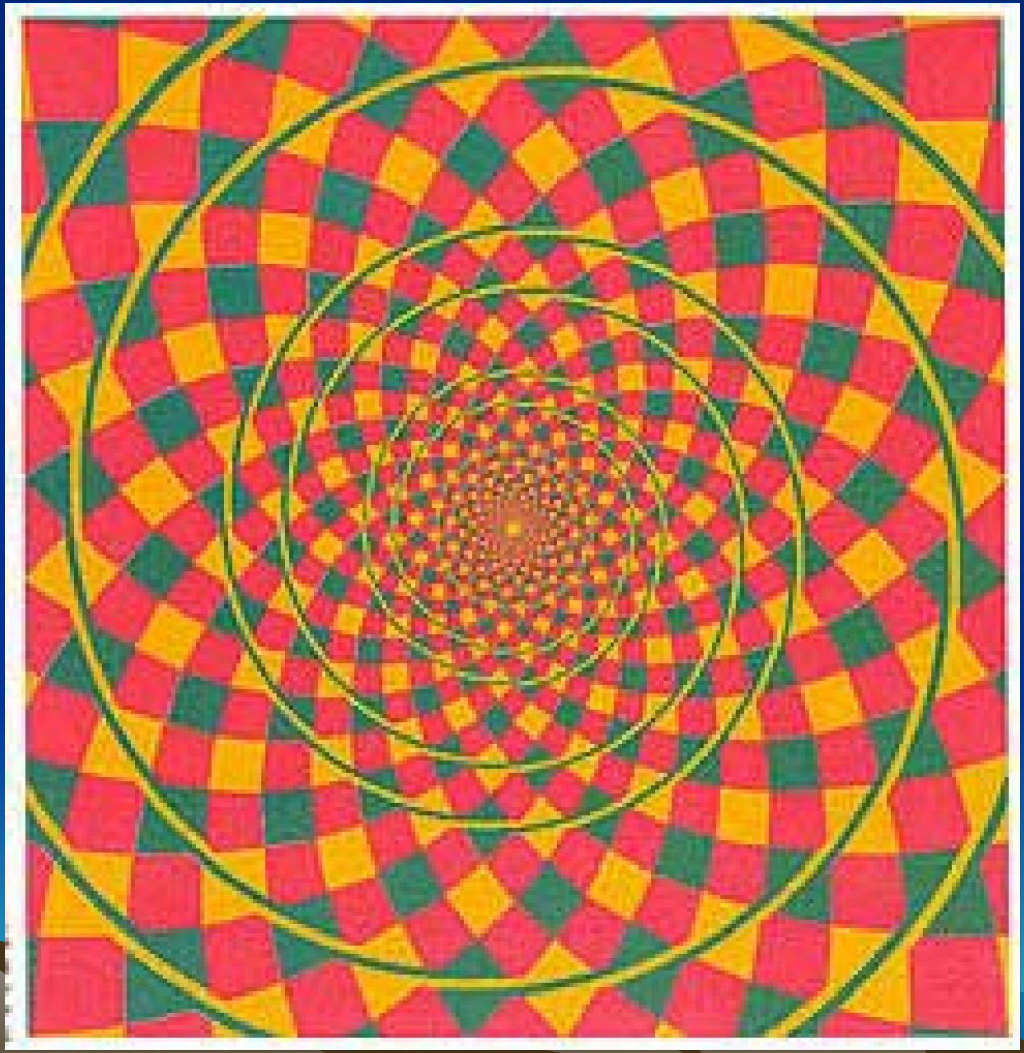
алар параллель

Нәрсә күрәсез: акмы, яки кара нокталармы?



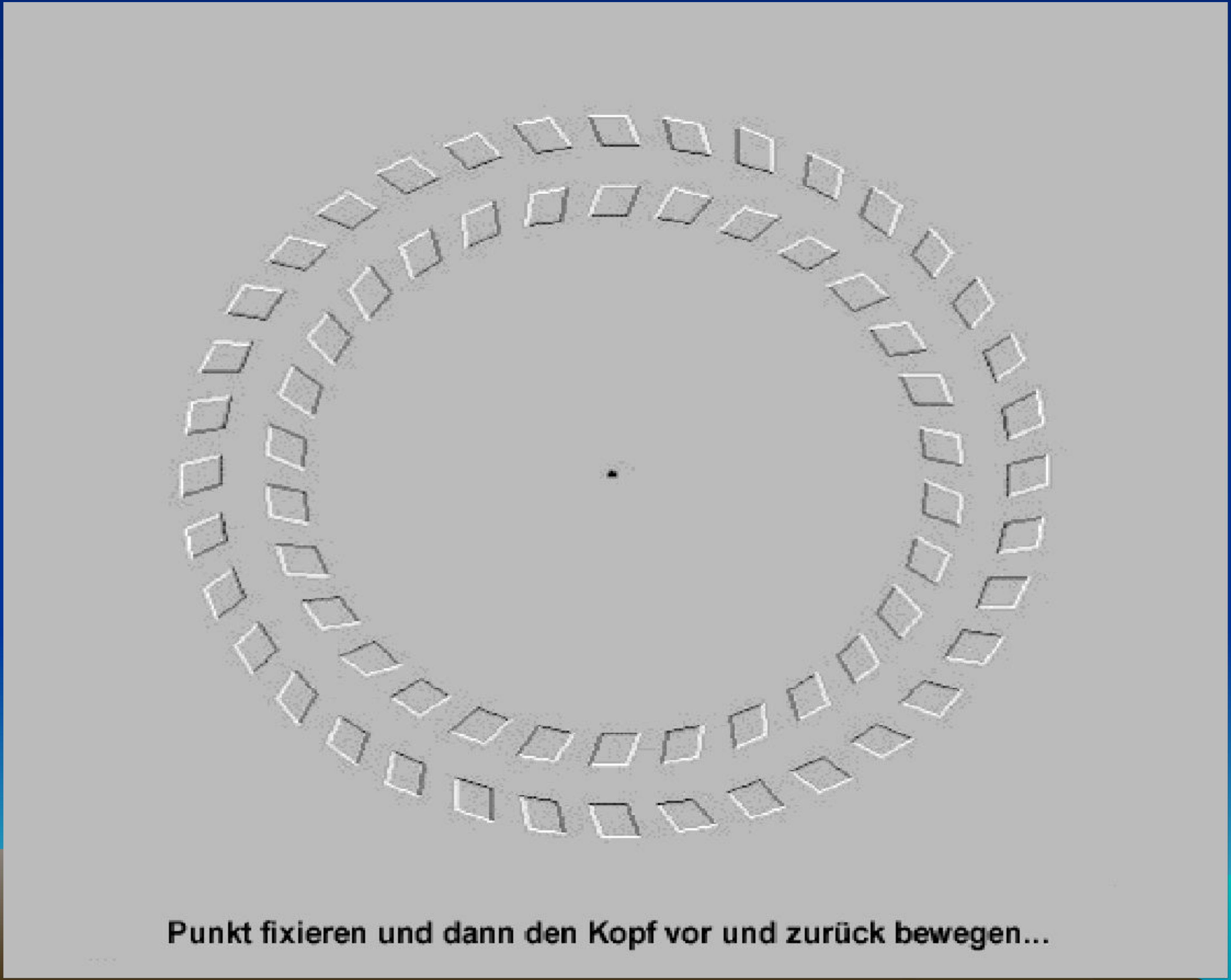
Сез анда ак һәм кара нокталар күрергә мөмкин, әмма анда бары тик ак нокталар гына

Рәсемдә нәрсә күрәсез: спиральме, әллә түгәрәкләрме?



Барысы да түгәрәкләр...

Рәсемдәге үзәк ноктага күзегезне төбәгез һәм башыгызны алга, артка йөртегез



Optical.exe

Египет мәсьәләсе:

7 өй бар, һәр өйдә җиде мәче, һәр мәче 7 тычкан ашый, һәр тычкан 7 башак ашый, һәр башакны чәчсәң 7 бөртек ашлык чыгар. Өйләрнең, мәчеләрнең, тычканнарның, башакларның, бөртекләрнең суммасын табарга.

Сүз монда ташкырлыгы 7 гә тигез булган 5 элементтан торган геометрик прогрессия турында бара:

$$7, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$S_5 = \frac{7 \cdot (7^5 - 1)}{7 - 1} = \frac{7 \cdot (16807 - 1)}{6} = \frac{7 \cdot 16806}{6} = 7 \cdot 2801 = 19607$$

Тест:

1 нче вариант.

1. Арифметик прогрессиянең беренче буыны 2 гә, аермасы 4 кә тигез. Арифметик прогрессиянең бишенче буынын табарга

A) 10; B) 18; C) 20

2. Геометрик прогрессиянең беренче буыны 5 кә, тапкырлыгы 3 кә тигез. Дүртенче буынын табарга.

A) 5; B) 25; C) 135

3. Әгәр дә геометрик прогрессиянең беренче буыны 1 гә, тапкырлыгы 2 гә тигез булса, беренче биш буынының суммасы күпме булыр?

A) 25; B) 31; C) 55

2 нче вариант.

1. Арифметик прогрессиянең беренче буыны 5 кә, аермасы -2 гә тигез. Арифметик прогрессиянең алтынчы буынын табарга

A) -5; B) 15; C) 7

2. Геометрик прогрессиянең беренче буыны 4 кә, тапкырлыгы 3 кә тигез. Бишенче буынын табарга.

A) 532; B) 324; C) 225

3. Әгәр дә геометрик прогрессиянең беренче буыны 3 кә, тапкырлыгы 2 гә тигез булса, беренче алты буынының суммасы күпме булыр?

A) 189; B) 204; C) 245

Тестның җаваплары:

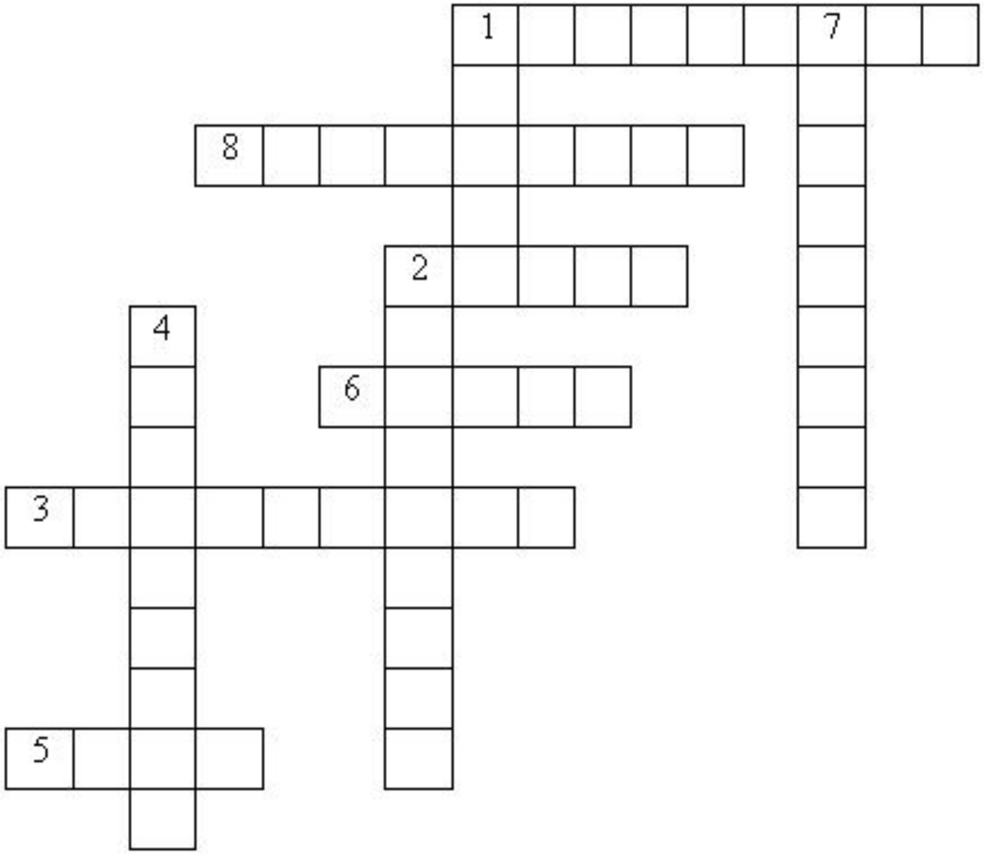
1 нче вариант:

1) B
2) C
3) B

2 нче вариант:

1) A
2) B
3) A

Кроссворд чишү



Горизонталь буенча:

1. Икенчесеннән башлап һәр буыны алдагы буынга бер үк санны кушудан табылган эзлеклелек.
2. Немец математигы
3. Эзлеклелекне кайсыдыр буыннан башлап теләсә кайсы буынын үзеннән алда килгән (бер яки берничә) буыннары аша аңлатучы формула
5. Эзлеклеклекне төзүче сан.
6. Эзлеклелектә буынның урынын күрсәтүче натураль сан
8. Алгебра дәреслегенең авторы

Вертикаль буенча:

1. Арифметик прогрессиядәге сан.
2. Прогрессиянең исеме
4. Геометрик прогрессиядә теләсә кайсы буынның үзеннән алда килгән буынга чагыштырмасы
7. Башлангыч сыйныфта өйрәнелә торган таблица

Кроссвордның җаваплары:

							А	Р	И	Ф	М	Е	Т	И	К
							Е						А		
			М	А	К	А	Р	Ы	Ч	Е	В		П		
							М						К		
						Г	А	У	С	С			Ы		
		Т				Е							Р		
		А			Н	О	М	Е	Р				Л		
		П				М							А		
Р	Е	К	У	Р	Р	Е	Н	Т					У		
		Ы				Т									
		Р				Р									
		Л				И									
Б	У	Ы	Н			К									
		К													

Өй эше:

- Арифметик һәм геометрик прогрессияләрне чагыштырырган таблица төзеп килергә.

Өй эше:

Мәсьәлә: 156 сумга ат сатып алына. Бераздан атны кире алып килә дә әйтә: атыгыз бик кыйбат, мин аны бу хакка алмыйм ди. Сатучы әйтә: әгәр дә атны бик кыйбат дип уйлыйсың икән, ул вакытта дага кадакларын сатып алсаң атны бушка бирәм, ди. Һәрбер дагада алтышар кадак. Беренче кадак өчен ¼ тиен, икенчесе өчен ½ тиен, өченчесе өчен 1 тиен һ.б. Сатып аласыңмы? Билгеле, сатып алучы шатланып риза булган, чөнки ат бит бушка диярлек тиячәк. Сатып алучының шатлануы урынлымы, юкмы икәнен ачыклап килергә

Дәрескә нәтиҗә ясау:

Кызыл: Мин дәрестән бик канәгать, дәрес миңа бик файдалы булды, дәрестә актив катнаштым һәм тиешенчә бәя алдым

Яшел: Дәрес күңелле булды, дәрестә катнаштым, кайбер мисалларны эшләдем

Сары: Дәресне мин бик аңламадым, бу миңа кирәклеге шуның хәтле генә, гомумән алганда дәрескә әзер түгел идем.