

Физические основы механики

Семестр 1

ЛЕКЦИЯ № 2

Динамика материальной точки (частицы)

1. Состояние частицы в классической механике. Механическое движение частицы. Принцип причинности.
2. Инерциальные системы отсчёта (ИСО). Первый закон Ньютона.
3. Сила. Инертная масса. Импульс. Второй закон Ньютона.
4. Уравнение движения частицы постоянной массы. Начальные условия. Связи. Прямая и обратная задачи механики.
5. Взаимодействие двух частиц. Третий закон Ньютона.
6. Силы упругости и трения. Законы Гука и Амонтона - Кулона. Формула Стокса.
7. Законы Кеплера. Сила всемирного тяготения. Гравитационная (тяжелая) масса. Принцип эквивалентности.

Состояние частицы в классической механике.

В классической механике состояние частицы определяется с помощью её радиус-вектора $\underline{r}(t)$ и мгновенной скорости $\underline{V}(t)$.

Механическое движение понимается как изменение во времени состояния частицы. Состояние частицы может быть задано только после выбора определённой системы отсчёта. Системы отсчета, построенные на основе тел, не имеющих ускорения называются *инерциальными*.

ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ

*Законы динамики устанавливают причины и характер изменения состояния частицы. Они выражают **причинно-следственную связь** между источником движения и характером этого движения. Принцип причинности играет очень важную роль во всей физике, поскольку выражает генетическую связь, детерминированность, обусловленность событий, протекающих последовательно во времени. Причина всегда предшествует во времени следствию.*

Сила \vec{F} – это векторная величина,
являющаяся мерой механического

воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорение (**динамическое** проявление сил), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (**статическое** проявление сил).

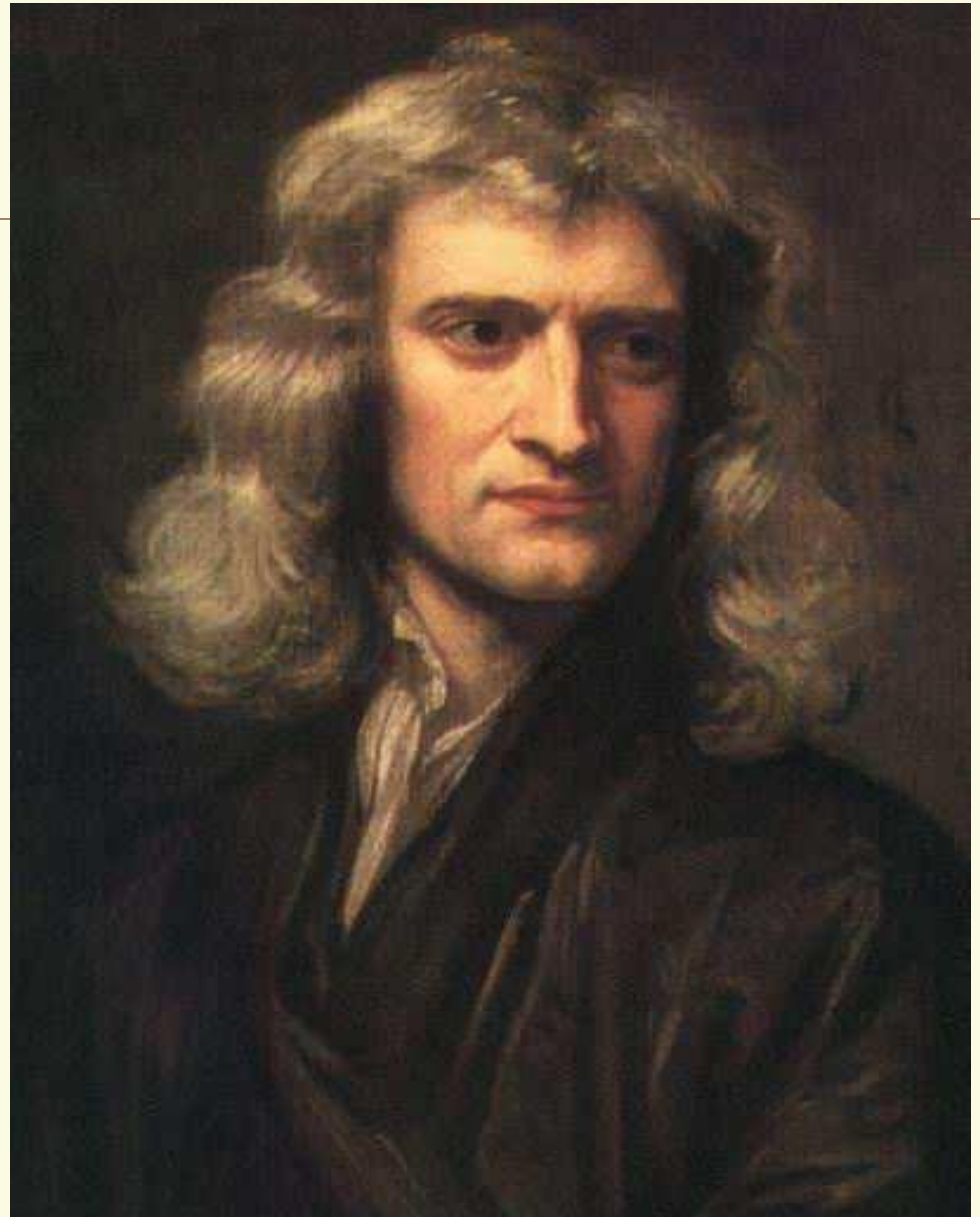
Исаак

Ньютон (1642 -
1727) – великий

ученый,
сделавший
большой вклад в
развитие физики,
математики,
астрологии.

важнейшие работы:

закон всемирного
тяготения,
дифференциальное и
интегральное
исчисления, изобрел
зеркальный
телескоп



Эпитафия

Ньютон умер в 1727 г. в Кенсингтоне и был похоронен в английском национальном пантеоне – Вестминстерском аббатстве **На его могиле высечено:** "Здесь покоится

Сэр Исаак Ньютон

Который почти божественной силой своего ума

Впервые объяснил

С помощью своего математического метода

Движения и формы планет,

Пути комет, приливы и отливы океана.

Он первый исследовал разнообразие световых лучей

И проистекающие отсюда особенности цветов,

Каких до того времени никто даже не подозревал.

Прилежный, проницательный и верный истолкователь

Природы, древностей и священного писания,

Он прославил в своем учении Всемогущего Творца.

Требуемую Евангелием простоту он доказал своей жизнью.

Пусть смертные радуются, что в их среде

Жило такое украшение человеческого рода.

Родился 25 декабря 1642 г.

Умер 20 марта 1727 года"

Первый закон Ньютона:

Всякая материальная точка сохраняет

состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со

стороны других тел не заставит её изменить

это состояние. $\vec{F} = 0$, $\vec{v} = \text{const}$ или 0

Стремление тела сохранять

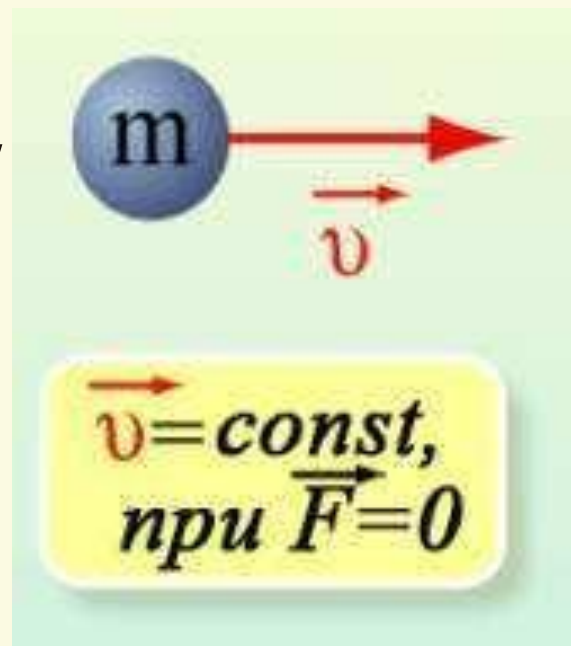
состояние покоя или равномер-

ного прямолинейного движения

*называется **инертностью**.*

Первый закон Ньютона

*называют **законом инерции**.*



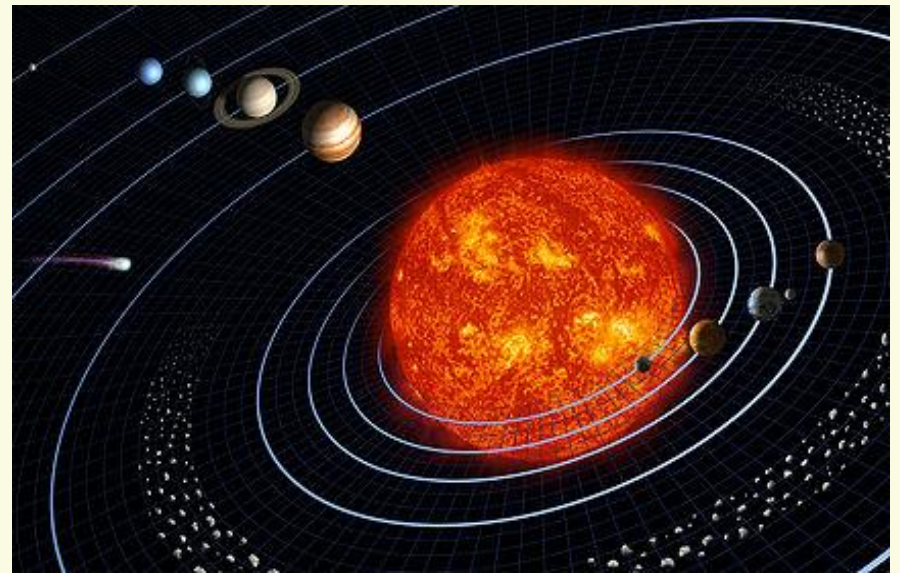
*Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчёта. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчёта, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются **инерциальными системами отсчёта.***

***Инерциальной системой отсчёта** является такая система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно (т.е. с постоянной скоростью).*

*Таким образом, **первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчёта.***

Система отсчёта, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная, однако эффекты, обусловленные её неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) при решении многих задач малы, и в этих случаях её можно считать инерциальной.

*Из приведённых выше примеров легко понять, что **основным признаком инерциальной системы является отсутствие ускорения.***



*При одинаковых воздействиях различные тела
неодинаково изменяют скорость своего движения, т.е.
приобретают различные ускорения. Ускорение
зависит не только от величины воздействия, но и от
свойства самого тела (от его массы).*

***Масса** тела – физическая величина, являющаяся
одной из основных характеристик материи,
определяющая ее инерционные (**инертная масса**) и
гравитационные (**гравитационная масса**) свойства.*

*Доказано, что инертная и гравитационная массы равны
друг другу (с точностью, не меньшей 10^{-12} их значения).*

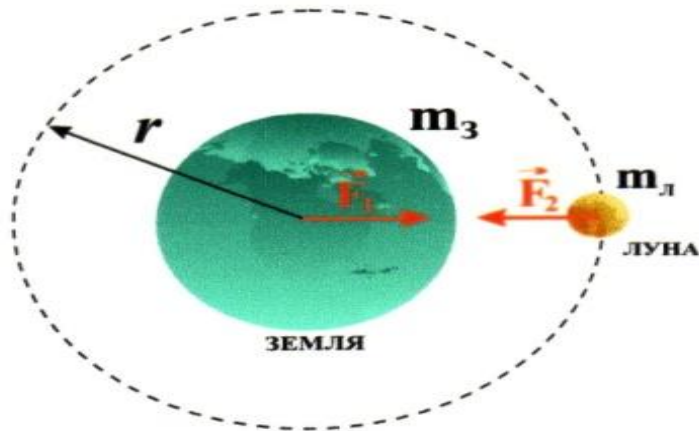
Масса

Мера инертности



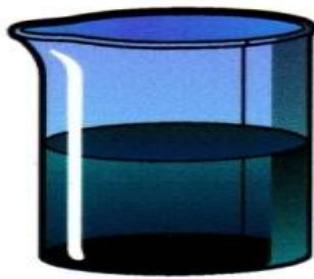
$$\frac{m_1}{a_1} = \frac{m_2}{a_2}$$

Мера и источник гравитации



$$F_1 = F_2 = \gamma \frac{m_3 m_{\text{Л}}}{r^2}$$

$$m_{\text{И}} = m_{\text{Г}}$$



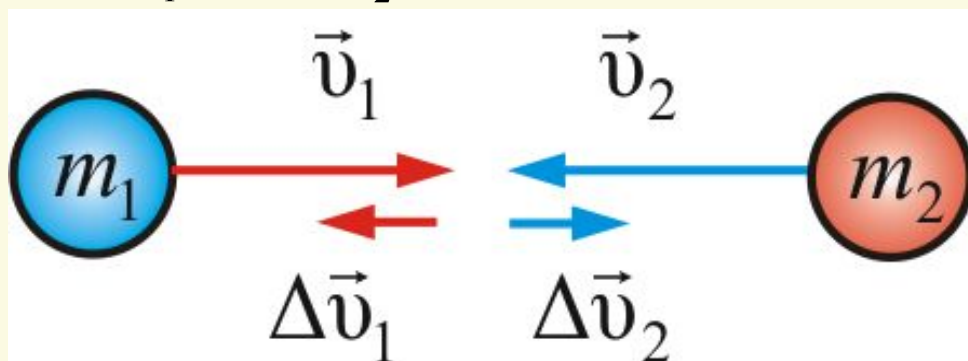
ЕДИНИЦА МАССЫ - КИЛОГРАММ

1 килограмм приблизительно
равен массе 1 литра
чистой воды при
температуре 15 С

Масса – величина **аддитивная** (масса тела равна сумме масс частей, составляющих это тело).

Система тел, взаимодействующих только между собой, а другие тела настолько удалены от них, что практически не оказывают никакого влияния, называется **замкнутой** или **изолированной**.

Рассмотрим **замкнутую** систему двух тел массами m_1 и m_2 . Столкнём эти два тела



Опыт показывает, что приращение скоростей $\Delta \vec{v}_1$ и $\Delta \vec{v}_2$ всегда имеют противоположные направления и связаны соотношением

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2.$$

Модули приращений скоростей относятся как:

$$\frac{|\Delta \vec{v}_1|}{|\Delta \vec{v}_2|} = \frac{m_2}{m_1}$$

(тело, обладающее большей массой, меньше изменяет скорость).

При $v \ll c$ масса $m = \text{const}$ (ньютоновская, классическая механика), тогда имеем:

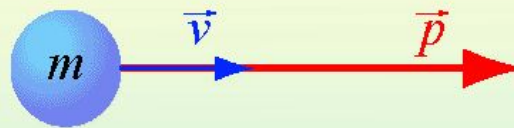
$$\Delta(m_1 \vec{v}_1) = -\Delta(m_2 \vec{v}_2).$$

ИМПУЛЬС ТЕЛА

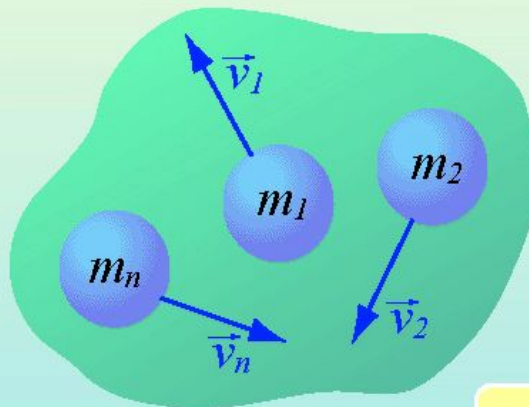
Произведение массы тела m на скорость \vec{v}
называется импульсом тела \vec{p}

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс тела – мера механического движения



$$\vec{p} = m\vec{v}$$



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

$$\vec{p}_{\text{сист}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n$$

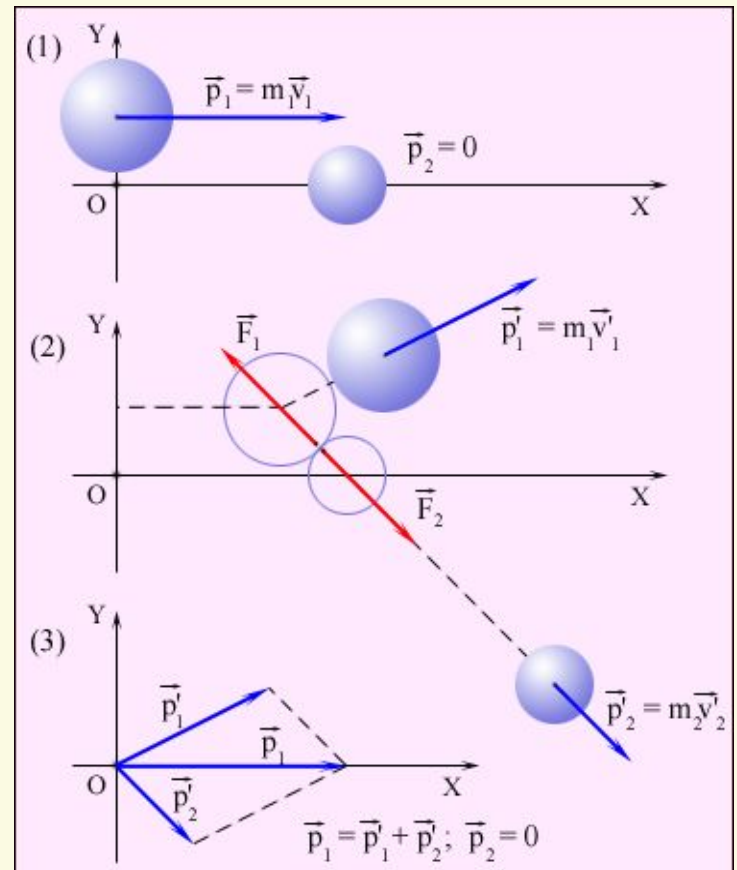
Заменяя $m\vec{v}$ импульсом \vec{p} , придём к соотношению $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ или $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$

Равенство нулю приращения импульса означает, что величина импульса остаётся неизменной.

Полный импульс замкнутой системы двух взаимодействующих частиц остаётся постоянным:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}$$

Закон сохранения импульса



Второй закон Ньютона

Согласно второму закону Ньютона, в инерциальной системе отсчета первая производная импульса \vec{p} частицы по времени t равна полной (суммарной) силе \vec{F} , действующей на частицу:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

где полная сила $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ есть векторная сумма всех сил, действующих на частицу. В системе СИ масса m измеряется в килограммах, а сила – в ньютонах (Н).

Выражение второго закона через ускорение a :

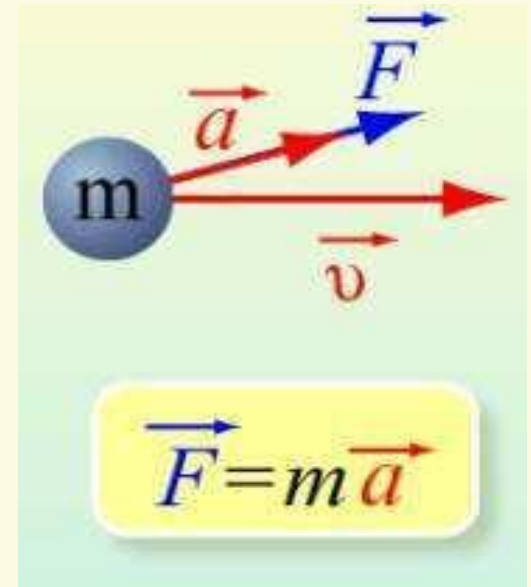
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \quad \text{т. к. } m = \text{const} \quad \text{то} \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}.$$

но $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$, тогда $\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$ - 2-ой закон Ньютона

(уравнение движения частицы постоянной массы)

Масса, умноженная на ускорение, равна действующей силе, где \vec{F} :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \text{- векторная сумма всех внешних сил}$$



Уравнение движения частицы постоянной массы,

где при заданной силе \vec{F} , неизвестной функцией времени является радиус-вектор частицы

(обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка по времени)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

$$d\vec{p} = \vec{F} dt \quad \text{изменение импульса тела равно импульсу силы.}$$

Для однозначного нахождения решения дифференциального уравнения необходимо задать не только действующую силу, но и два начальных условия.

Начальные условия задаются при $t=0$ в виде известных радиус-вектора \vec{r}_0 и скорости \vec{V}_0

$$t=0, \quad \vec{r}(t=0) = \vec{r}_0, \quad \vec{V}(t=0) = \vec{V}_0$$

Решением дифференциального уравнения называется векторная функция времени $\vec{r}(t)$, которая при подстановке превращает это уравнение в буквенное или числовое тождество и удовлетворяет начальным условиям. Нахождение кинематических характеристик движения частицы по заданным начальным условиям и действующей силе называется **прямой задачей динамики**. В **обратной задаче динамики** по заданному движению частицы необходимо найти силу, обеспечивающую это движение. Ограничения (**связи**), обусловлены принятыми упрощениями (нерастяжимость нити, недеформируемая поверхность и т. д.) или наличием других тел, препятствующих движению частицы.

Третий закон Ньютона

Взаимодействие между материальными точками

(телами) в инерциальной системе отсчёта

*определяется **третьим законом Ньютона**: всякое*

действие материальных точек (тел) друг на друга

носит характер взаимодействия; силы, с которыми

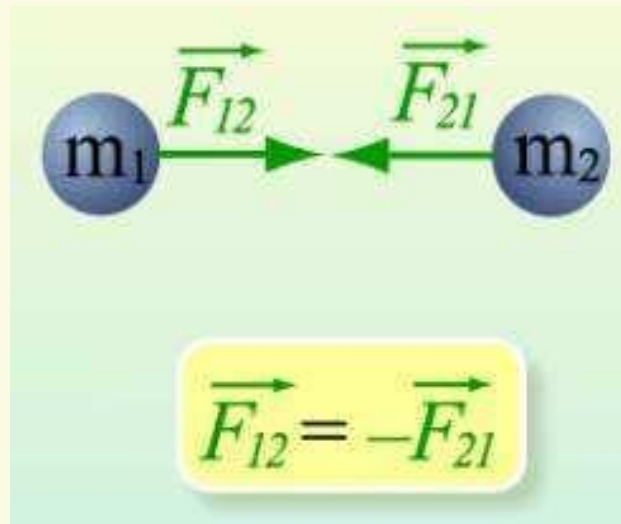
действуют друг на друга материальные точки, всегда

равны по модулю, противоположно

направлены и действуют вдоль

прямой, соединяющей эти точки:

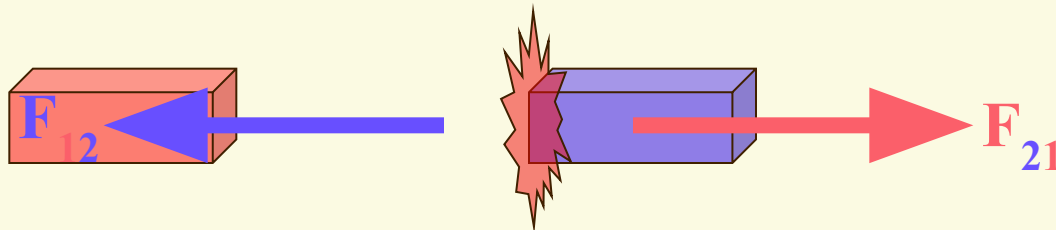
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

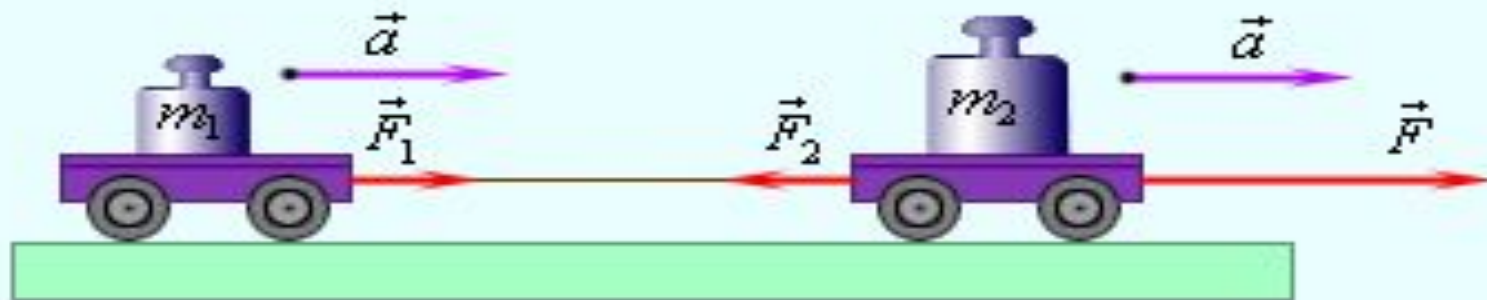
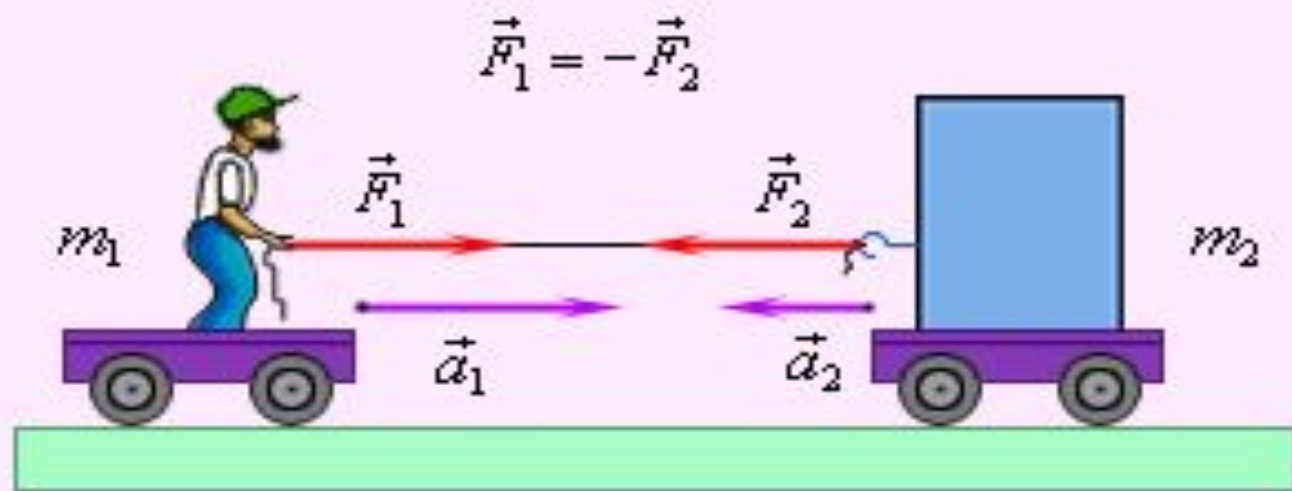


3-й Закон Ньютона в общем случае является универсальным законом взаимодействий:

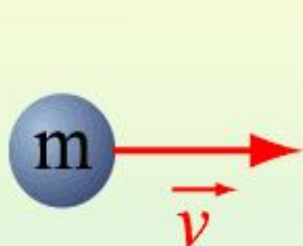
Всякое действие вызывает равное по величине противодействие

Подчеркнем, что силы, связанные по 3 закону Ньютона, приложены к различным телам и, следовательно, никогда не могут начинаться в одной точке и компенсировать друг друга





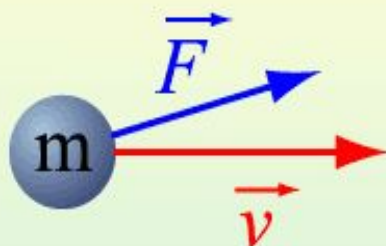
Законы Ньютона



$$\vec{v} = \text{const}$$

I закон

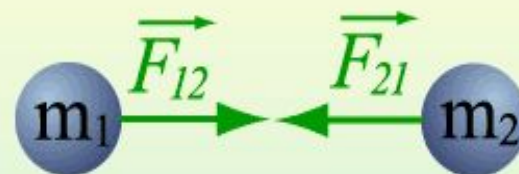
Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело будет сохранять первоначальное состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действие других тел не заставит его изменить это состояние.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

II закон

Под действием силы тело приобретает такое ускорение, что его произведение на массу тела равно действующей силе.



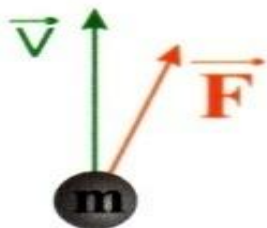
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

III закон

Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Законы Ньютона

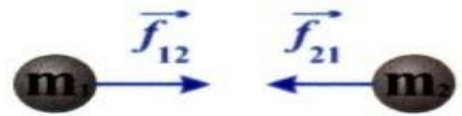
Для материальной точки



$$\vec{F} \Delta t = \Delta(m \vec{v})$$

$\vec{F} = 0$
 $m = \text{const}$

$m = \text{const}$



$$\vec{v} = \text{const}$$

I ЗАКОН

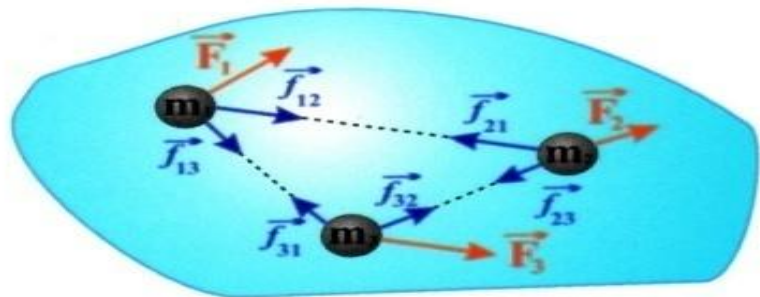
$$\vec{F} = m \vec{a}$$

II ЗАКОН

$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$$

III ЗАКОН

Для системы тел



$$(\vec{F} \Delta t)_{\text{сист}} = \Delta \vec{P}_{\text{сист}}$$

Приращение импульса \vec{P} системы тел равно по величине и по направлению импульсу **внешних сил**, действующих на тело

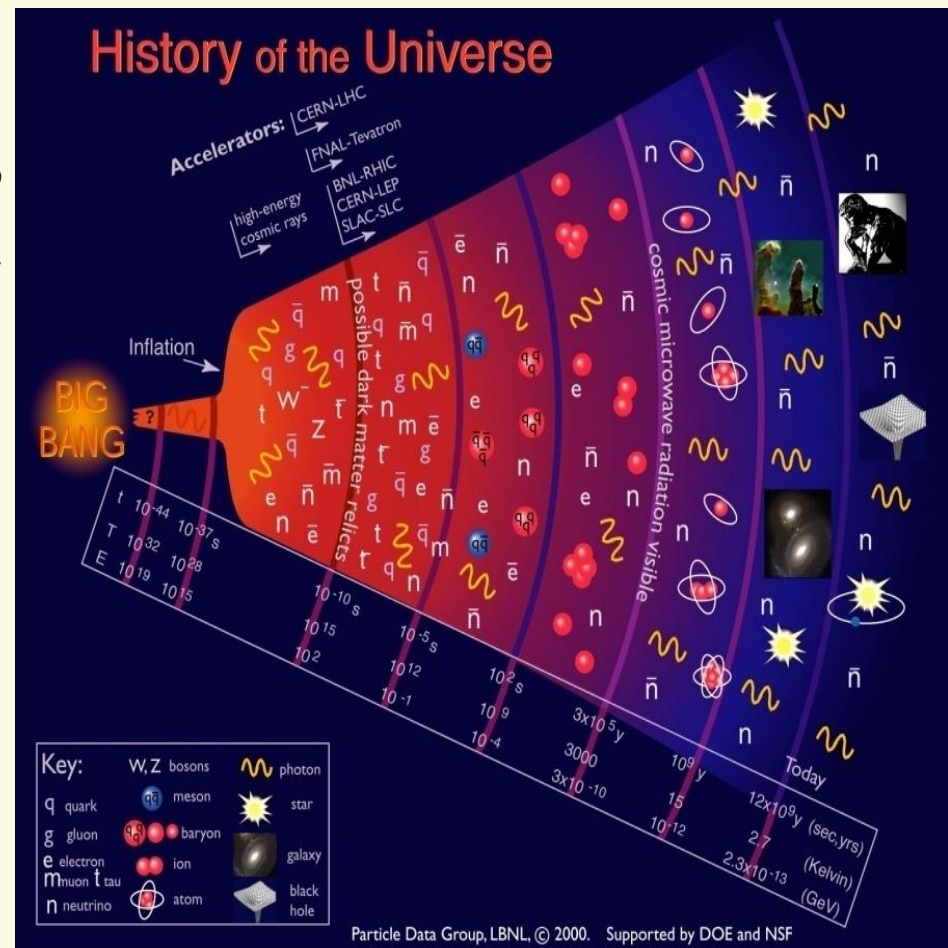
$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ - внешние силы

$\vec{f}_{12}, \vec{f}_{21}, \vec{f}_{13}, \vec{f}_{31}, \vec{f}_{23}, \vec{f}_{32}$ - внутренние силы

Внутренние силы не могут изменять состояние системы

*В настоящее время, различают **четыре** типа сил или взаимодействий:*

- *гравитационные;*
- *электромагнитные;*
- *сильные (ответственные за связь частиц в ядрах) и*
- *слабые (ответственные за распад частиц)*



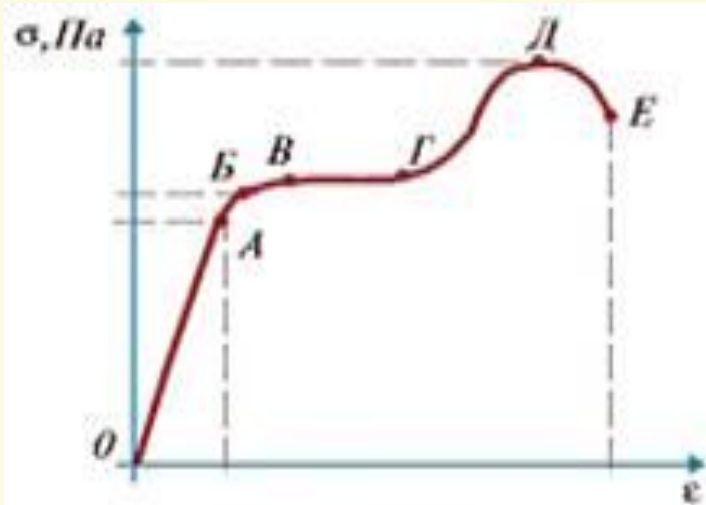
Силы упругости

Электромагнитные силы проявляют себя как упругие силы и силы трения.

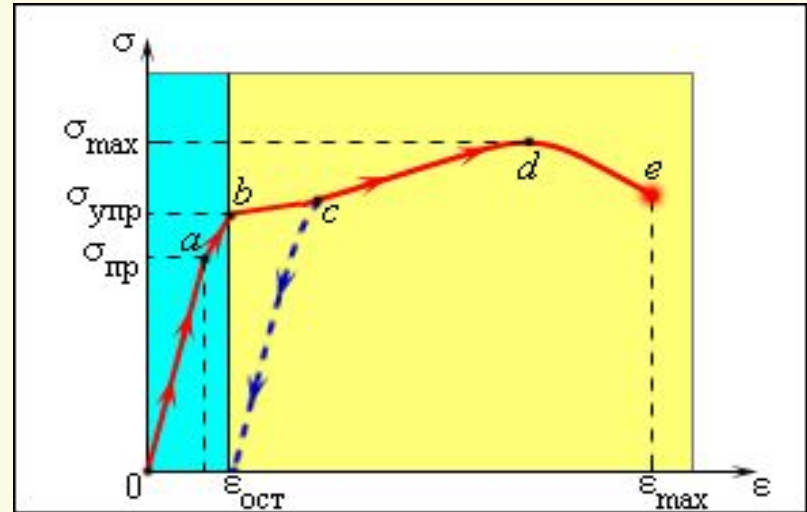
Под действием внешних сил возникают деформации (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется упругой.

Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется пределом упругости.

При превышении этого предела деформация становится **пластичной** или **неупругой**, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливаются ($\sigma = F/S$).



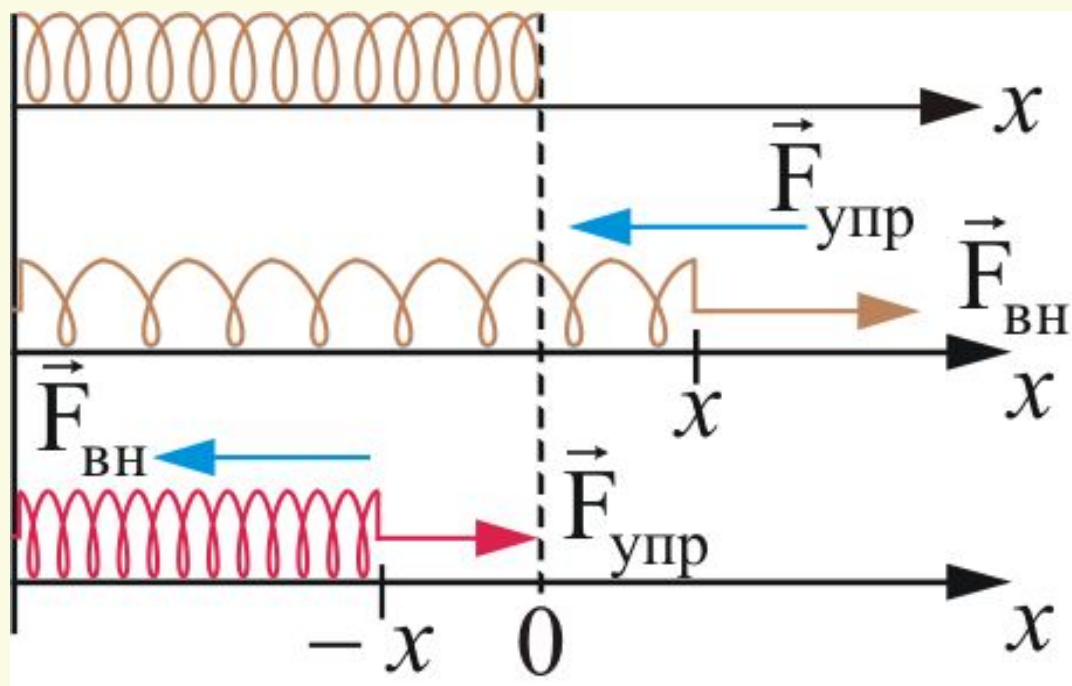
- A – предел пропорциональности
- B – предел упругости
- $B\Gamma$ – участок текучести
- D – предел прочности
- E – точка разрушения



Типичная диаграмма растяжения для пластичного материала. Голубая полоса – область упругих деформаций

Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле (рис) возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы.

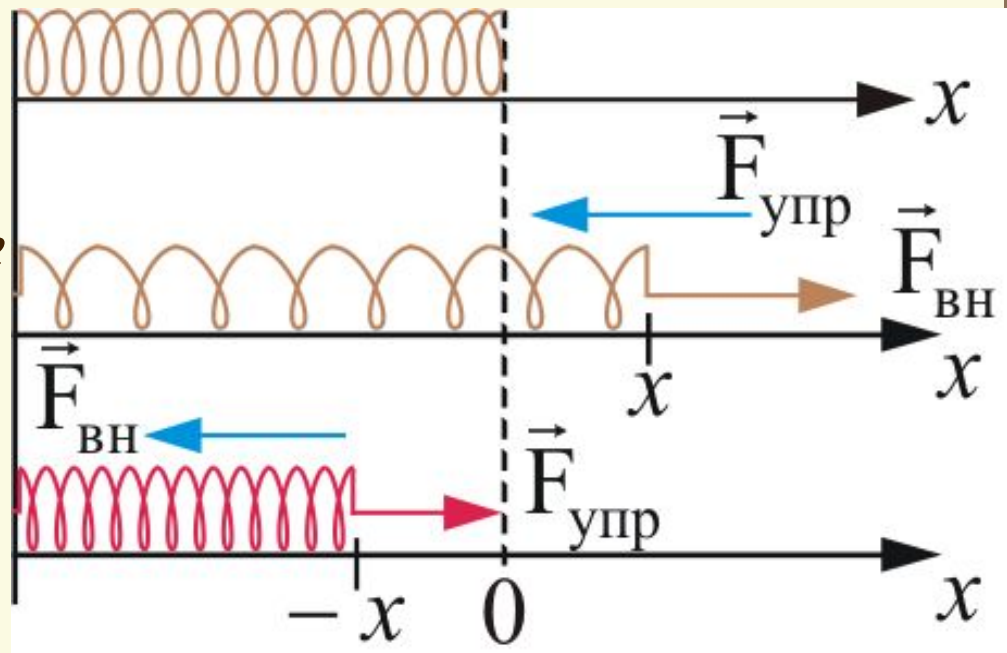


Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется **законом Гука**:

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{вн.}},$$

где k – коэффициент жёсткости или упругости пружины.

Чем больше k , тем меньшее удлинение получит пружина под действием данной силы.



Роберт Гук (1635 – 1703)-

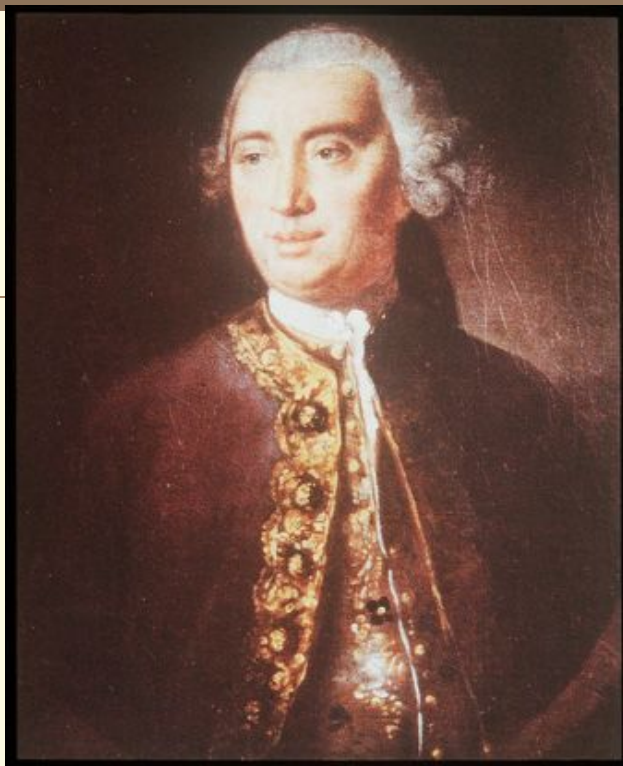
знаменитый английский физик,
сделавший множество

изобретений и открытий в области
механики, термодинамики, оптики.

Его работы относятся к теплоте,
упругости, оптике, небесной меха-
нике. Установил постоянные точки

термометра – точку таяния льда, точку кипения воды.

Усовершенствовал микроскоп, что позволило ему
осуществить ряд микроскопических исследований, в
частности наблюдать тонкие слои в световых пучках,
изучать строение растений. Положил начало физичес-
кой оптике.

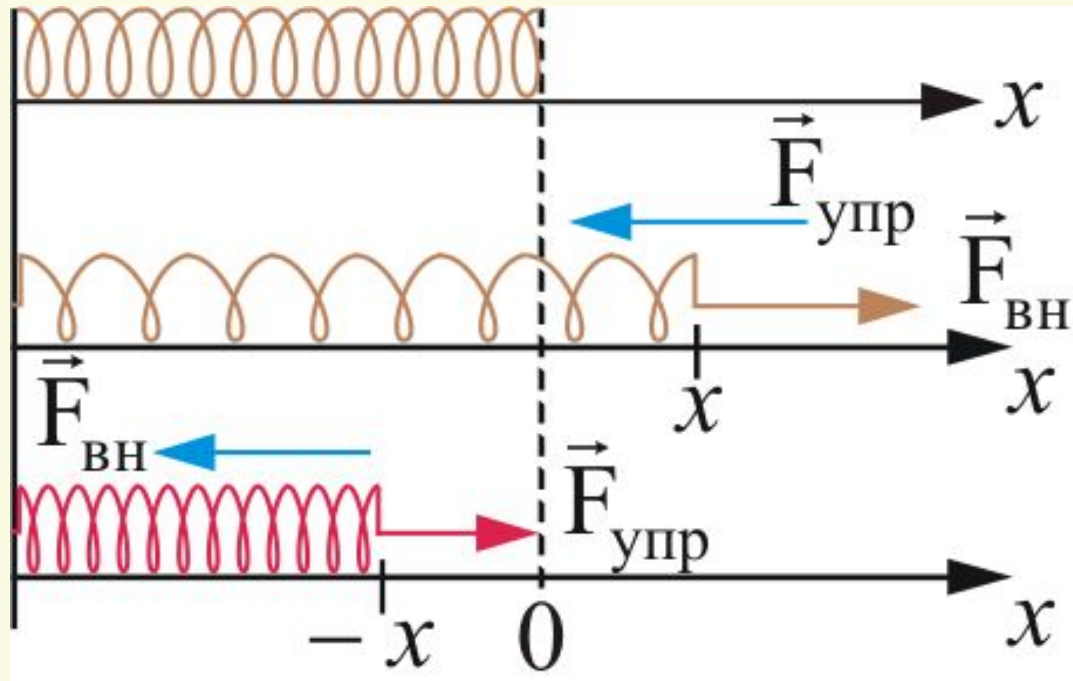


Так как упругая сила отличается от внешней
ТОЛЬКО знаком, т.е.

$$F_{\text{упр.}} = -F_{\text{вн.}}$$

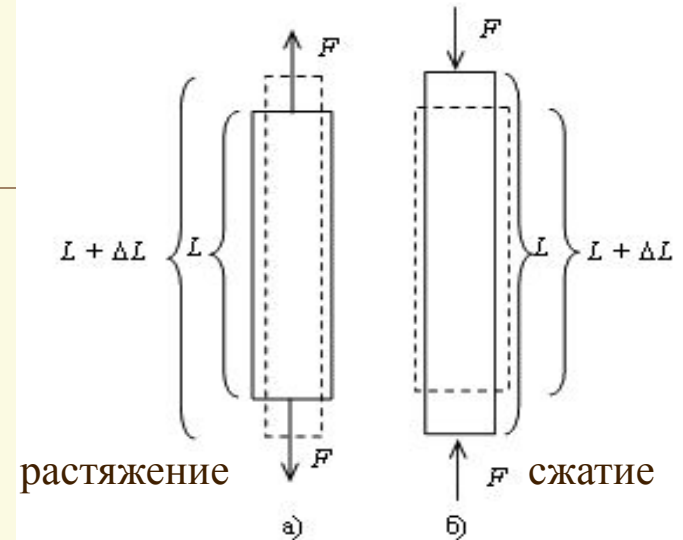
то закон Гука можно записать в виде:

$$F_{\text{упр.}} = -kx.$$



В частном случае продольной деформации однородного стержня закон Гука принимает вид:

$$\sigma = \frac{F}{S} = -E\varepsilon$$



где σ – механическое нормальное напряжение, F - сила, приложенная к концам стержня и действующая вдоль стержня, S – площадь поперечного сечения стержня, $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ - деформация сжатия ($\Delta L < 0$) или растяжения ($\Delta L > 0$) стержня, ΔL - изменение начальной длины L стержня и E - модуль Юнга материала стержня.

Силы трения

Трение подразделяется на внешнее и внутреннее.

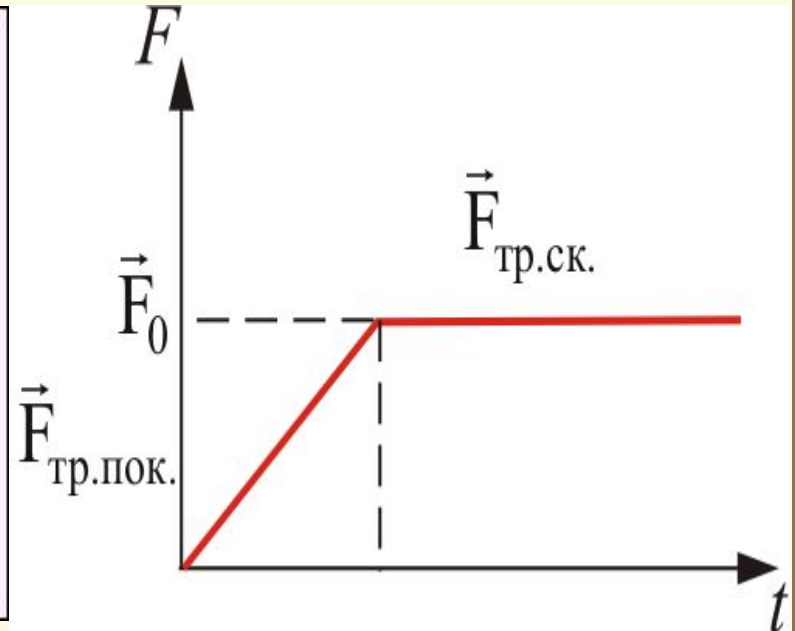
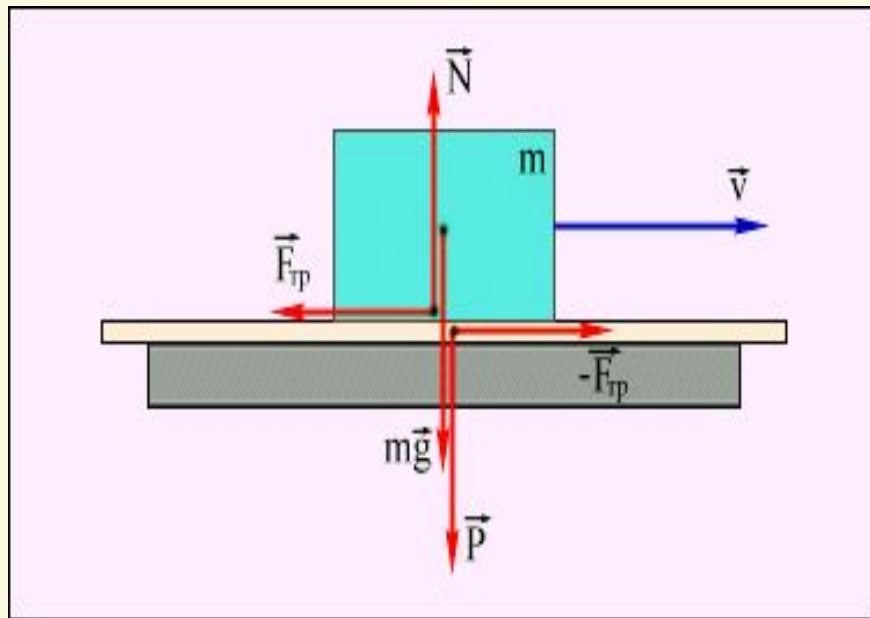
Внешнее трение возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел (трение скольжения или трение покоя).

Внутреннее трение наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела (например, жидкость или газ).

Различают сухое и жидкое (или вязкое) трение.

Жидким (вязким) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.

Сухое трение, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения** и **трение качения**. Рассмотрим законы сухого трения



Подействуем на тело, внешней силой \vec{F} постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила уравновешивается

некоторой силой $\vec{F}_{\text{тр.}}$

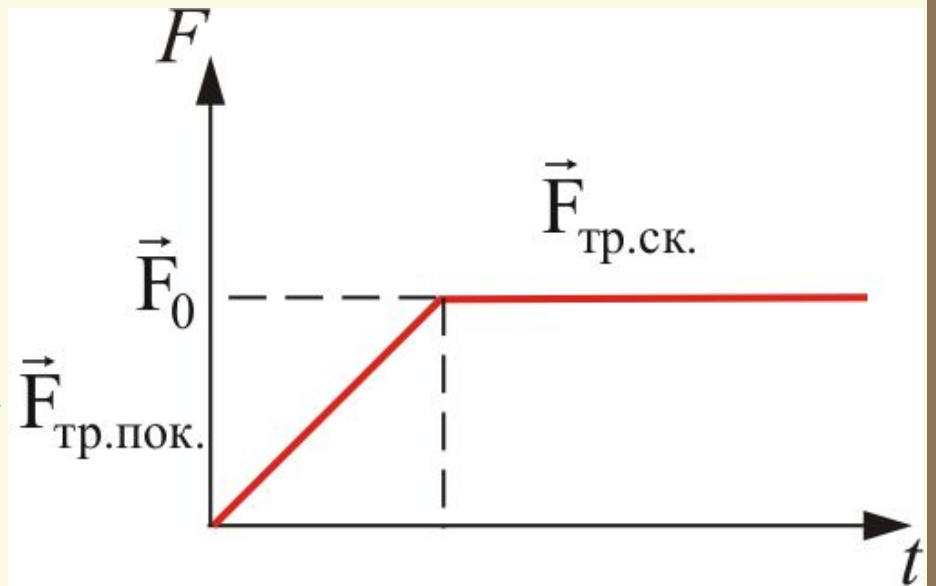
В этом случае $\vec{F}_{\text{тр.}}$ – и есть **сила трения покоя**.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0 , тело

начнет скользить по опоре – **трение покоя**

$F_{\text{тр.пок.}}$ **сменится тре-**

нием скольжения $F_{\text{тр.ск}}$



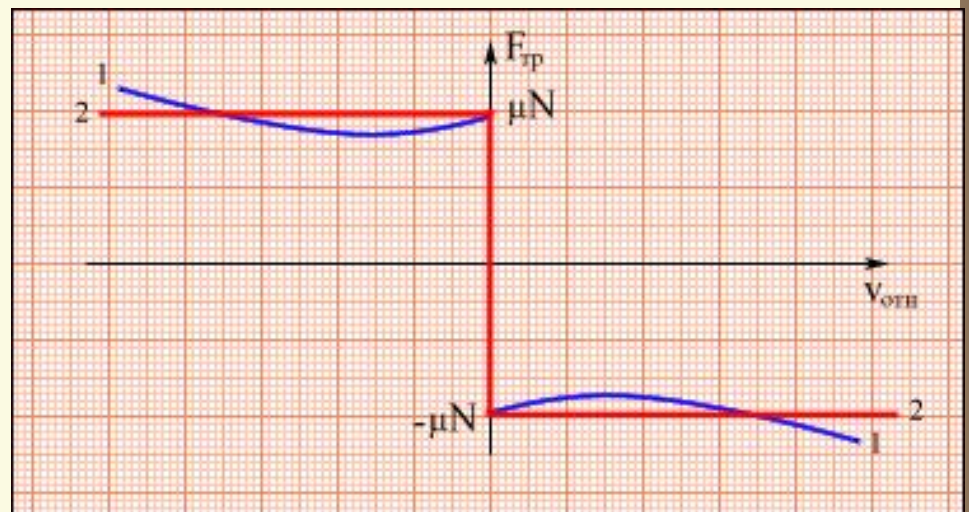
Сила трения скольжения возникает при движении одного тела относительно поверхности другого тела. Эта сила направлена по касательной к данной поверхности против вектора относительной скорости и описывается формулой

$$\vec{F}_{\text{тр.ск.}} = -\mu N \frac{\vec{V}}{V}$$

где μ - коэффициент трения скольжения тела ($\mu > 0$), N - сила реакции опоры, действующая на тело. Выражение называется законом Амонтона - Кулона.

Если тело движется вдоль оси x , зависимость силы трения скольжения $F_{\text{тр.ск.}x}$ от относительной скорости $V_{\text{отн.}x} = V_x$ имеет вид:

Согласно приведённой зависимости сила трения скольжения нелинейно зависит от относительной скорости тела. Реальная зависимость силы трения скольжения является более сложной, поскольку в области малых относительных скоростей величина этой силы может как уменьшаться, так и увеличиваться



Установлено, что **максимальная сила трения покоя** не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно **пропорциональна модулю силы нормального давления N**

$$F_{\text{тр.покоя}} = \mu_0 N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

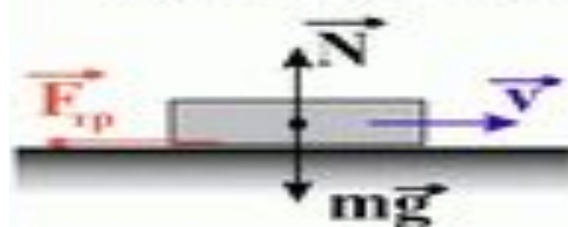
Аналогично и для **силы трения скольжения**

$$F_{\text{тр.}} = \mu N$$

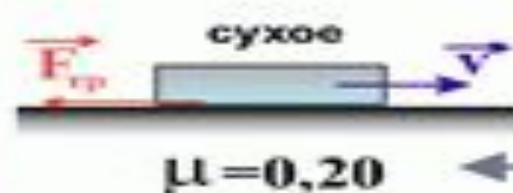
μ – коэффициент трения скольжения

Сила трения

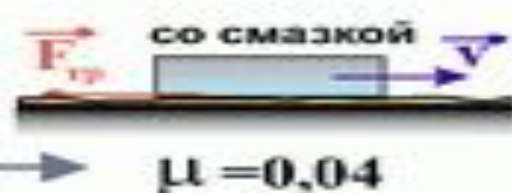
Сила трения есть сила сопротивления, возникающая в плоскости касания двух прижатых друг к другу тел при их относительном перемещении



$$F_{тр} = \mu N$$



сталь по стали



$$\mu_{скольж.} > \mu_{крат.}$$



$$\mu_{покоя} > \mu_{скольж.}$$



В случае относительно медленного движения тела в газовой или жидкой среде на него действует **сила вязкого трения**:

$$\vec{F}_{\text{вяз.тр.}} = -b\vec{V}$$

где \vec{V} - скорость тела и $b > 0$ – коэффициент, зависящий от свойств среды и тела. Для гладкого шарика радиусом r справедлива **формула Стокса**

$$b = 6\pi\eta r$$

$$F = 6\pi\eta rV$$
 - сила Стокса

где η - вязкость среды. В области больших скоростей следует учитывать силу сопротивления среды, величина которой пропорциональна квадрату скорости и площади поперечного сечения тела.



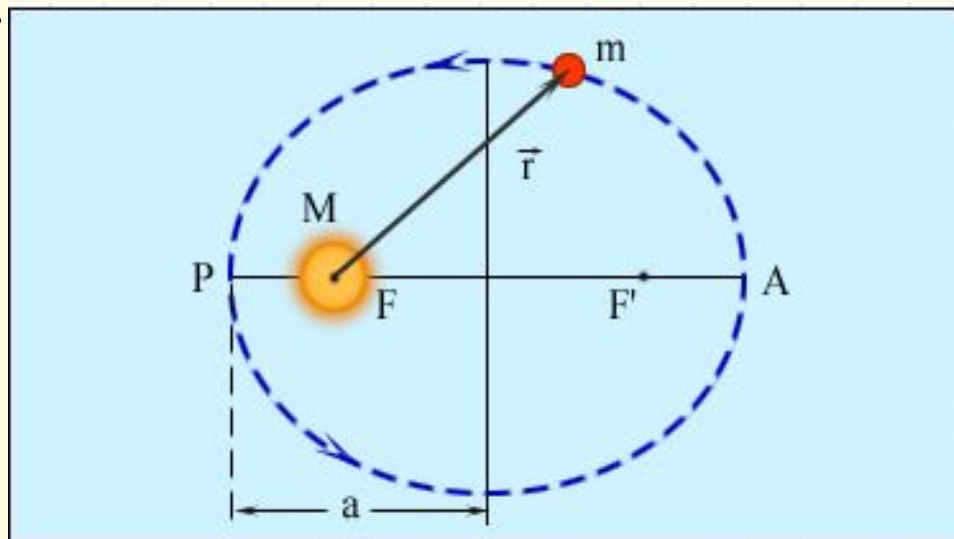
Из-за разности давлений в жидкости на разных уровнях возникает выталкивающая или архимедова сила $F_a = \rho g V$



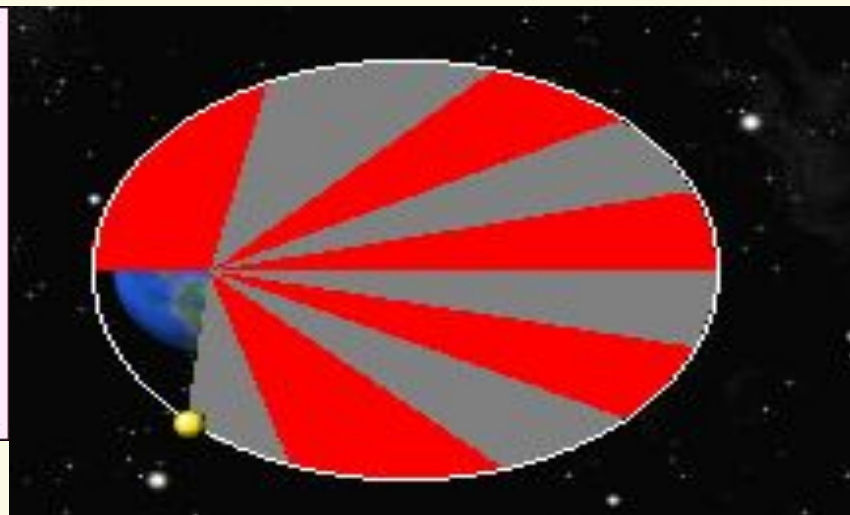
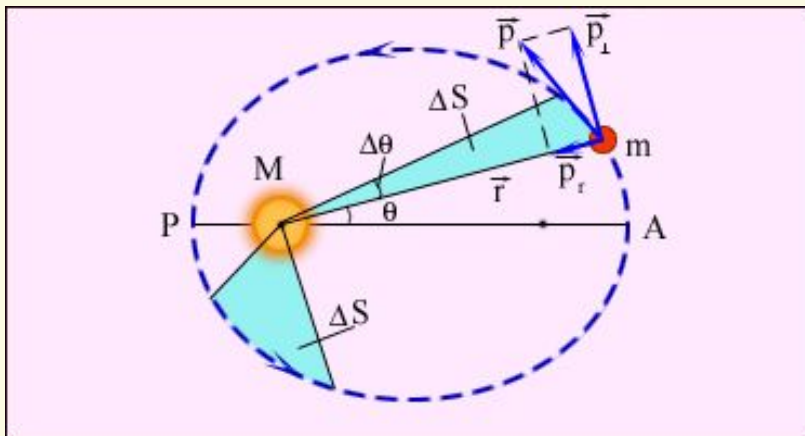
Сила всемирного тяготения

Основой для формулировки закона всемирного тяготения Ньютоном послужили эмпирические законы Кеплера, полученные путём обобщения многолетних наблюдений за движением планет Солнечной системы. *Три закона Кеплера:*

1) каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов F которого находится Солнце;



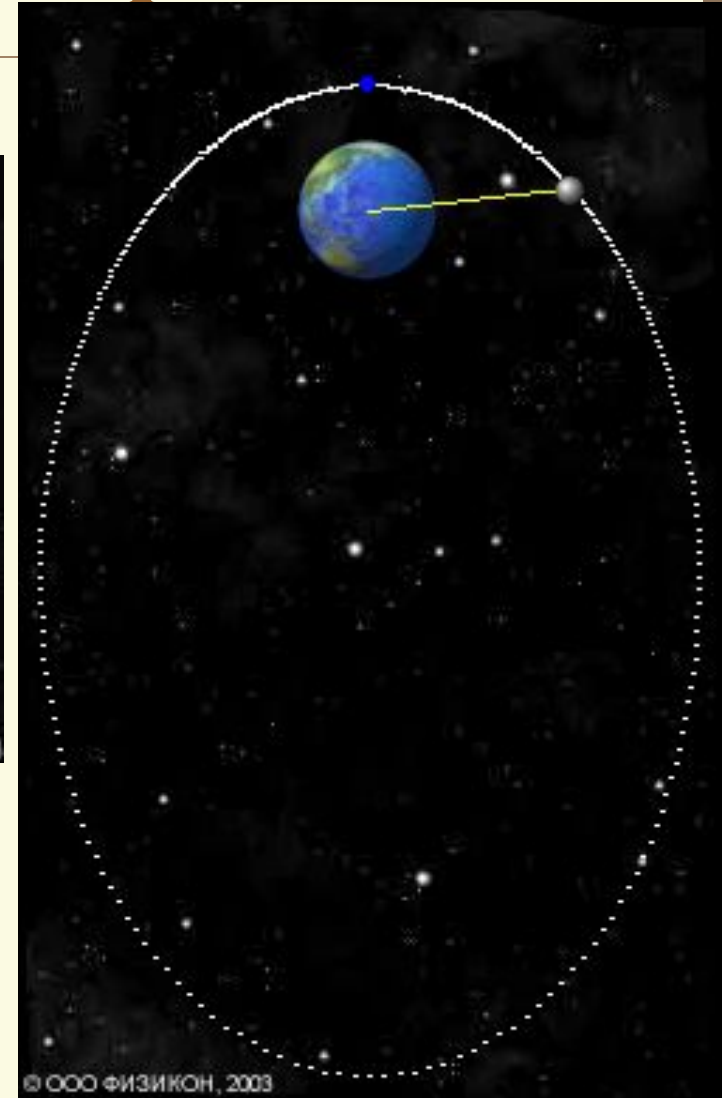
2) радиус - вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади;



3) квадраты времён обращения планет относятся как кубы больших полуосей эллиптических орбит, по которым они движутся вокруг Солнца.

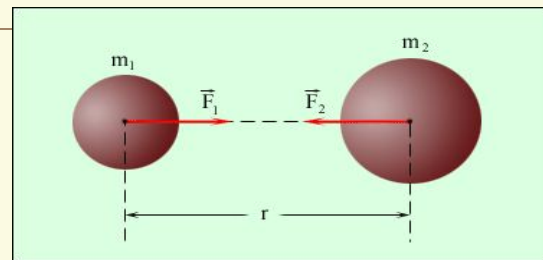
$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const} \text{ или } \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

Второй закон Кеплера



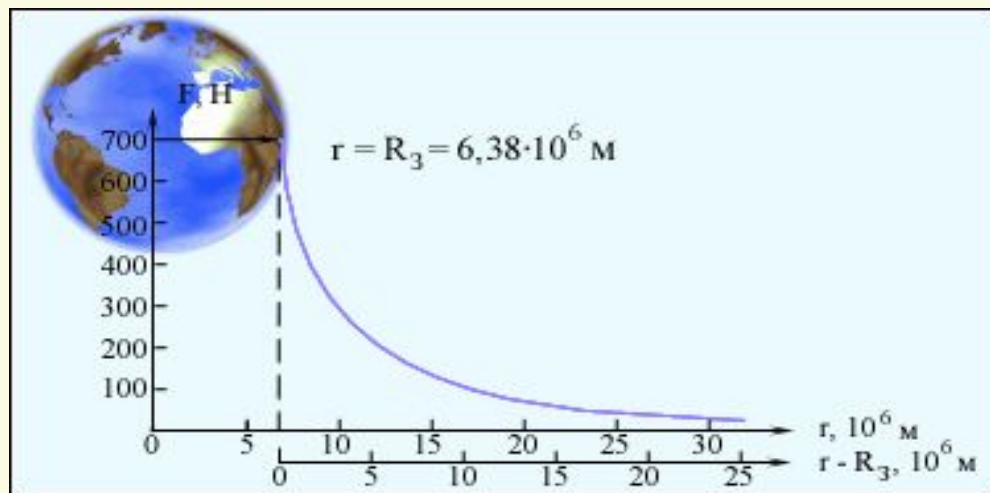
Согласно Ньютону **сила гравитационного притяжения** двух частиц, находящихся на расстоянии r друг от друга, описывается формулой

$$F_{гр.пр.} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

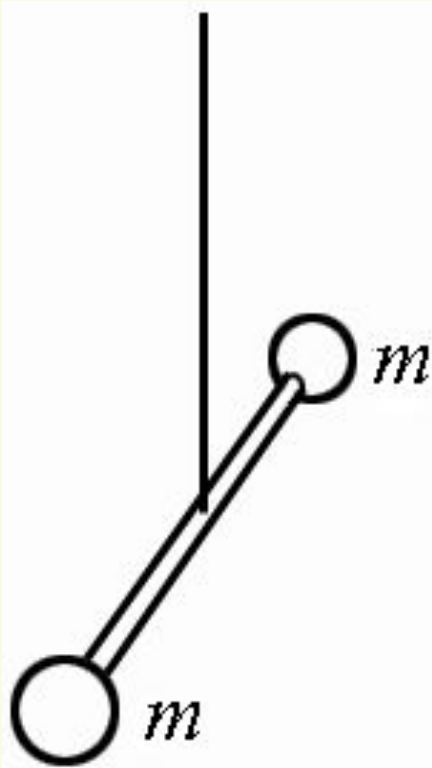


где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ - гравитационная постоянная и m_i - гравитационная (тяжёлая) масса i -ой частицы, $i = 1, 2$.

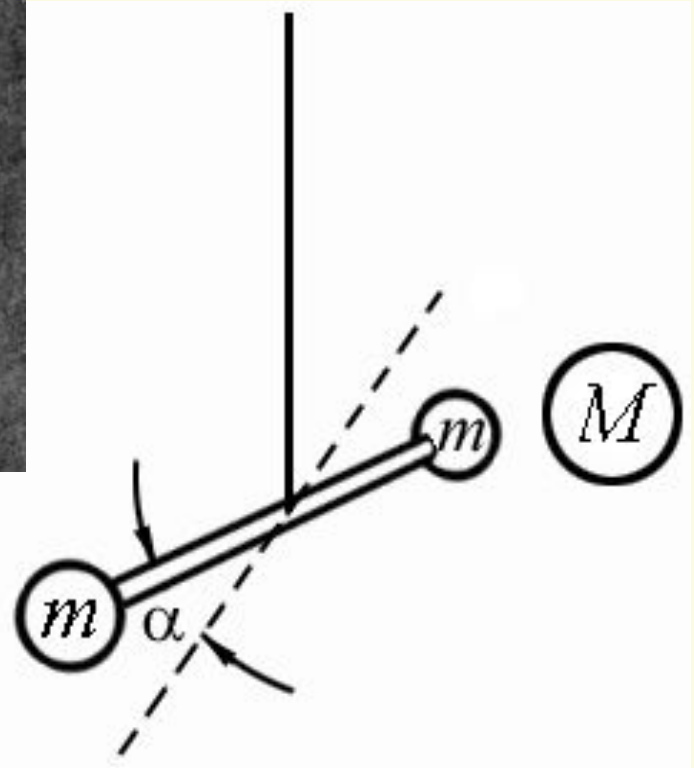
Изменение силы тяготения, действующей на космонавта при удалении от Земли.



Гравитационная постоянная G , была определена впервые Генри Кавендишем в 1798 г. с помощью изобретенных им крутильных весов.



a



б

Принципиальная схема опыта Кавендиша

Легкое коромысло **A** с двумя одинаковыми шариками массой $m = 729$ г подвешено на упругой нити **B**.

На коромысле **C** укреплены на той же высоте массивные шары массой $M = 158$ кг. Поворачивая коромысло **C** вокруг вертикальной оси, можно изменять расстояние между шарами с массами m и M .

Под действием пары сил, приложенных

к шарам m со стороны шаров M ,

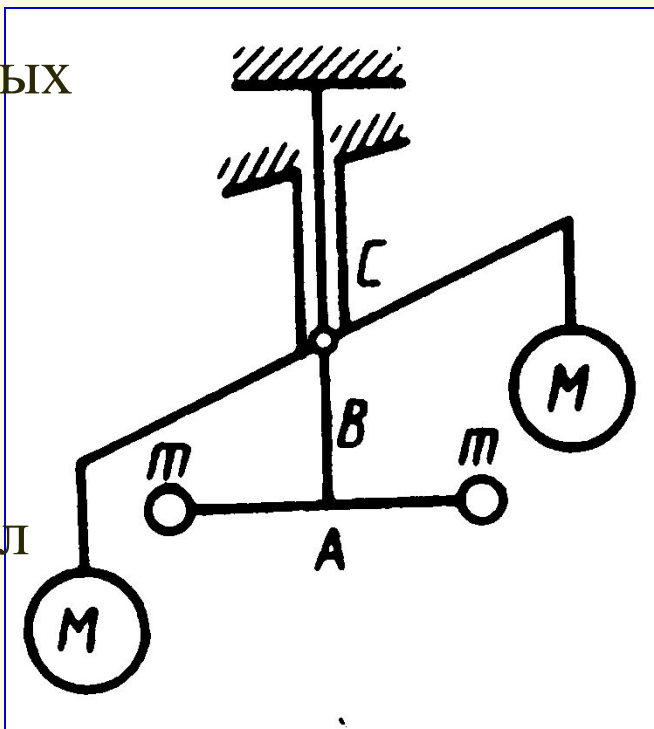
коромысло **A** поворачивается в гори-

зонтальной плоскости, закручивая

нить **B** до тех пор, пока момент сил

упругости не уравновесит момент сил

тяготения.





**Современные
торсионные
весы на которых
ученые из
Вашингтонского
университета
уточняют
значение G**



Многолетние измерения отношения инертной и гравитационной масс показали, что с относительной погрешностью $\sim 10^{-12}$ эти массы можно считать равными. На этом результате основан принцип эквивалентности, согласно которому движения любых тел в однородном поле тяготения с ускорением свободного падения \underline{g} и в неинерциальной системе отсчёта, движущейся прямолинейно с ускорением $\underline{a} = -\underline{g}$, одинаковы.

Принцип эквивалентности был использован Эйнштейном при создании релятивистской теории гравитации - общей теории относительности.





ЛЕКЦІЯ ЗАКОНЧЕНА!