Вероятность и геометрия

Учитель математики
Заболотская Ирина Валерьевна
МОАУ СОШ №18

Классическое определение вероятности основано на понятии равновозможности исходов. В качестве вероятности выступает отношение количества исходов, благоприятствующих данному событию, к общему числу равновозможных исходов.

Теория вероятностей изучает закономерности случайных событий.

Случайное событие.

Событие, которое может произойти, а может не произойти называется случайным.

Классическая вероятностная схема

Для нахождения вероятности события А при проведении некоторого опыта следует:

1. Найти число n всех возможных исходов данного опыта;
2. Принять предположение о равновероятности всех этих исходов;
3. Найти количество m тех исходов опыта, в которых наступает событие А;
4. Найти частное $\frac{m}{n}$; оно и будет равно вероятности события А.

Классическое определение вероятности

Вероятностью события называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Пример №1

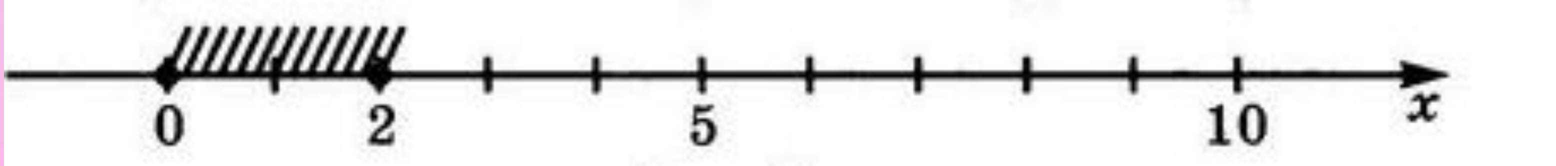
Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x - 5| \le 5$. Какова вероятность того, что оно окажется и решением неравенства

$|x - 1| \le 1$?

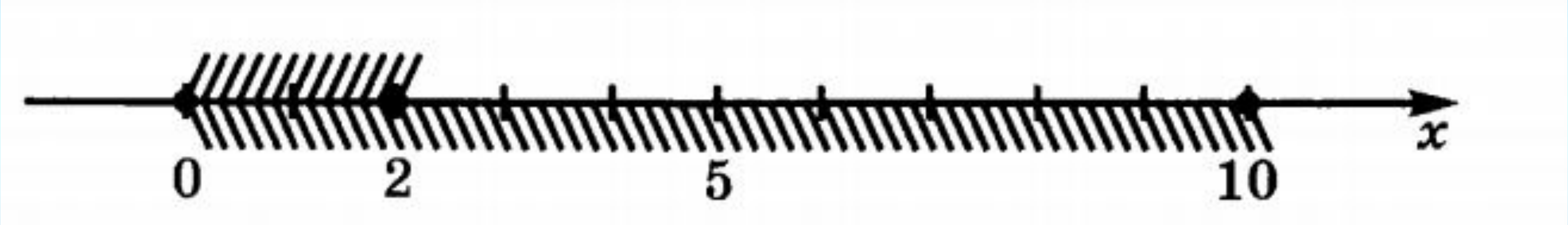
Решение.

Сначала решим каждое из неравенств. Вспомним геометрический смысл модуля разности двух чисел a и b: |a - b| — это расстояние между точками a и b на числовой прямой. Поэтому неравенство

$|x - 1| \le 1$ означает, что расстояние между точками x и 1 не больше 1. Значит, [0; 2] - решение неравенства. Отметим этот отрезок длины 2 штриховкой:



В свою очередь, неравенство $|x - 5| \le 5$ означает, что расстояние между точками x и 5 не больше 5. Значит, [0; 10] — решение неравенства. Отметим этот отрезок длиной 10 другой штриховкой:



Мы видим, что из всех решений неравенства $|x - 5| \le 5$ только одну пятую часть составляют решения неравенства $|x - 1| \le 1$. В таком случае искомую вероятность по определению принимают равной 1/5 или 0,2.

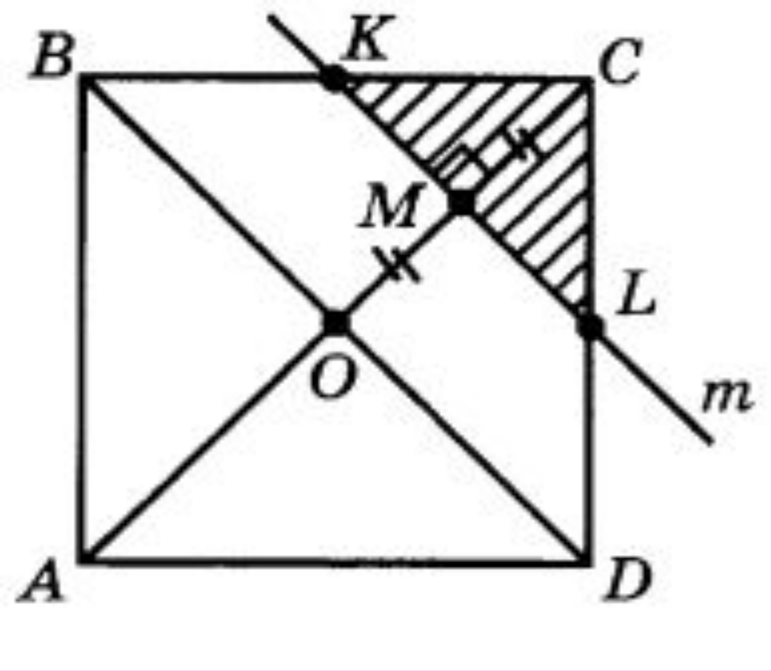
Пример 2

Графический редактор, установленный на компьютере, случайно отмечает одну точку на мониторе — квадрате ABCD. Какова вероятность того, что эта точка будет ближе к центру монитора, чем к вершине C?

Решение.

Пусть а — длина стороны монитора. Площадь S монитора равна a^2. Соединим отрезком вершину С с центром О монитора. К этому отрезку построим серединный перпендикуляр m. Его точки равноудалены от точек С и О.

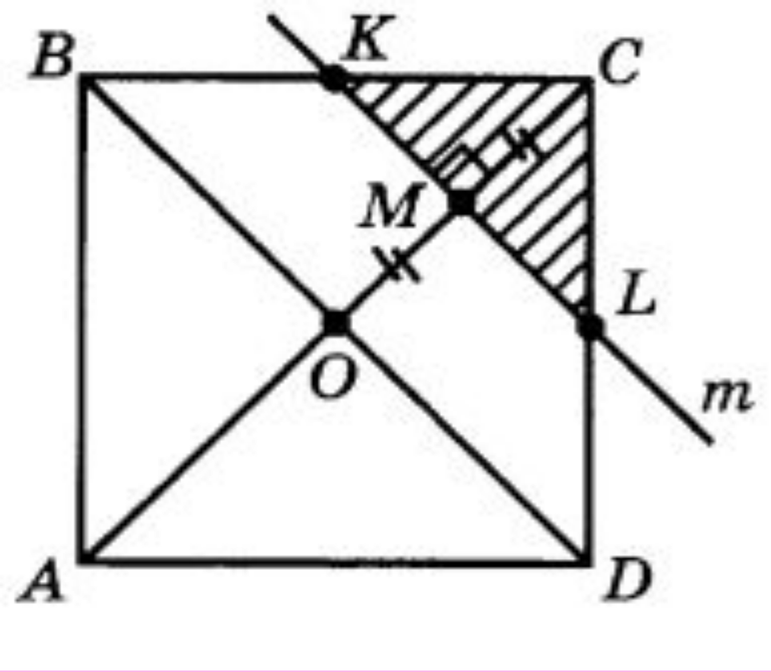
Точки, лежащие выше m, находятся ближе к С, чем к центру О.



Пусть К = m ∩ BC, L = m ∩ CD и M = m ∩ OC.

Тогда △KCL состоит из всех точек, которые удалены от С на такое же или меньшее расстояние, чем от центра монитора.

Имеем: $MC = 0{,}5OC = 0{,}25AC = 0{,}25\,a\sqrt{2}$;
$S_{KCL} = 2S_{KMC} = 2 \cdot 0{,}5MC^2 = MC^2 = 0{,}25^2 \cdot 2a^2 = 0{,}125a^2$. Значит, вероятность выбора точки из △KCL равна $S_{KCL}/S = 0{,}125$.



По условию нам следует найти вероятность события, противоположного к попаданию точки в треугольник KCL.

Получим:
1 - 0,125 = 0,875.

Ответ: 0,875.

Спасибо за просмотр