

Объём шара и его частей

Подготовил:

Учитель математики

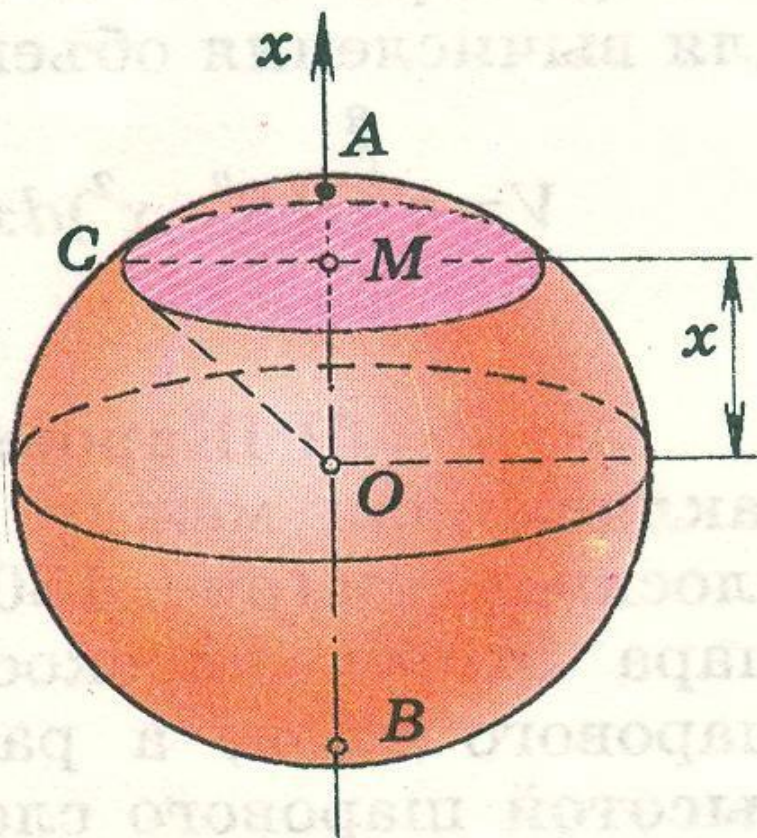
Свиягинского филиала

МБОУ СОШ № 7 с.

Чкаловское

Подгорный А.А.

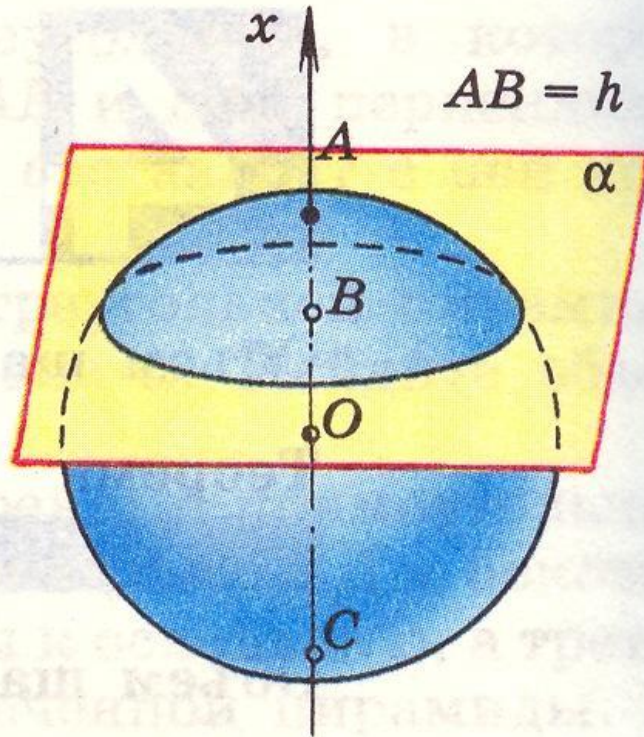
Объём шара



Объём шара радиуса R

равен $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Шаровой сегмент

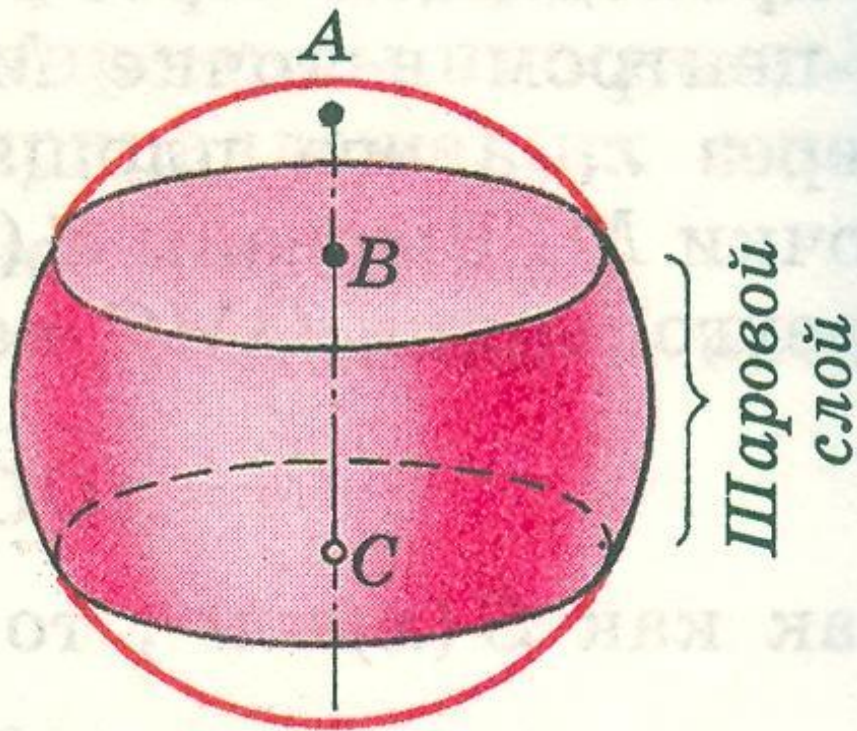


Шаровой сегмент

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right).$$

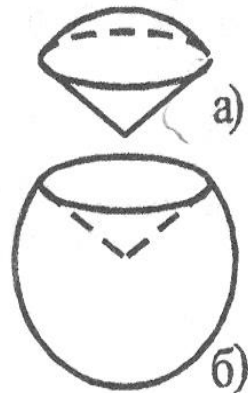
Шаровой слой



- **Шаровым слоем** называется часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими шар.
- Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются **основаниями шарового слоя**.
- Расстояние между плоскостями называется **высотой шарового слоя**.

Шаровой сектор

4. Шаровым сектором называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса.

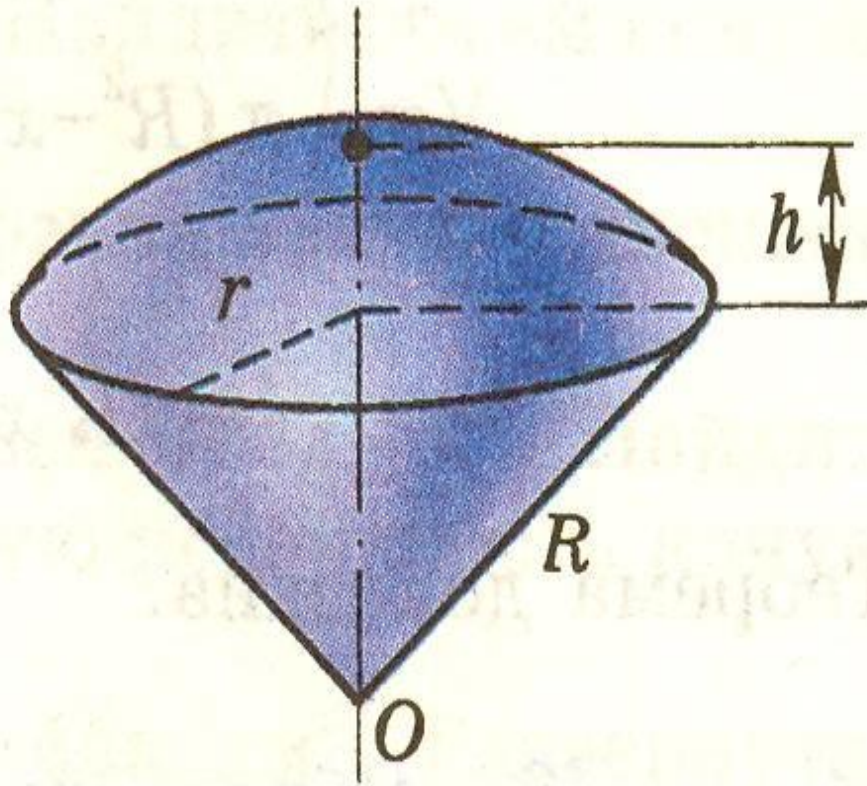


Объем шарового сектора определяется формулой

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H, \text{ где } H \text{ — высота}$$

соответствующего шарового сегмента.

Шаровой сектор



Шаровой сектор

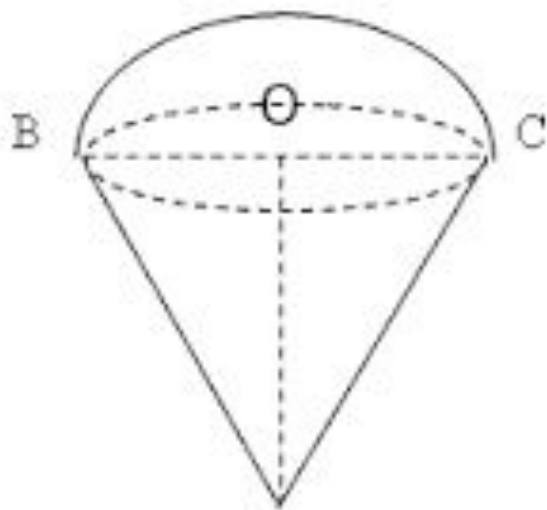
Шаровым сектором называется тело, получаемое вращением кругового сектора с углом, меньше 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h.$$

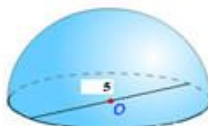
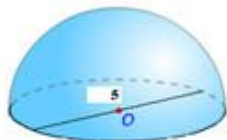
Математический диктант

1. Вычислите объем шара, если его радиус $R=6$ см (5 см).
2. Вычислите диаметр шара, если его объем $V=36\pi \left(\frac{32\pi}{3}\right)$.

Задача 1



Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?



Решение.

- 1) Найдём объём стаканчика, имеющего коническую форму. Так как $D=CB = 5\text{см}$, то $R = OB=2,5\text{см}$.

Пользуясь формулой ,

$$V_k = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot H$$

получаем $V_k = \frac{1}{3} \pi \cdot 2,5^2 \cdot 12 = 25\pi(\text{см}^3)$

- 2) Сумма объёмов двух полушарий равных диаметров равна объёму шара с тем же диаметром. Найдём объём шара с диаметром $D = 5\text{ см}$.

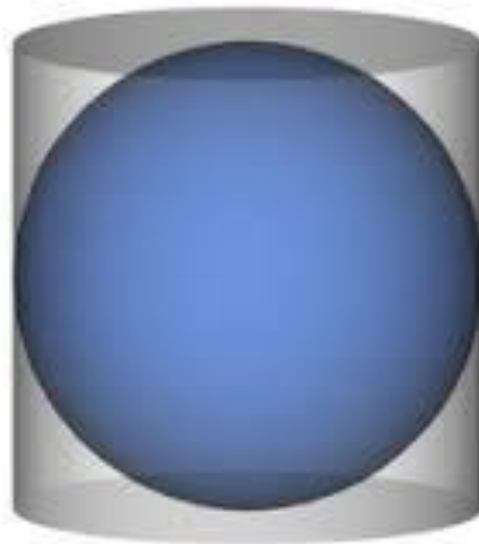
$$V_{\text{ш}} = \frac{1}{6} \pi \cdot 5^3 = 20\frac{5}{6}(\text{см}^3)$$

- 3) Сравним полученные объёмы: **$V_k > V_{\text{ш}}$** .

Ответ: растаявшее мороженое стаканчик не переполнит.

Задача 2

Из деревянного равностороннего цилиндра выточен наибольший возможный шар. Сколько процентов материала сточено?



Решение

1) Из условия задачи следует, что осевым сечением шара является квадрат. Тогда высота цилиндра равна диаметру шара, т.е. $H = 2R$.

2) $V_{ц} = \pi R^2 H$ С учётом первого действия $V_{ц} = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$

3) Найдём, сколько сточено материала:

$$V_{ц} - V_{ш} = 2\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$$

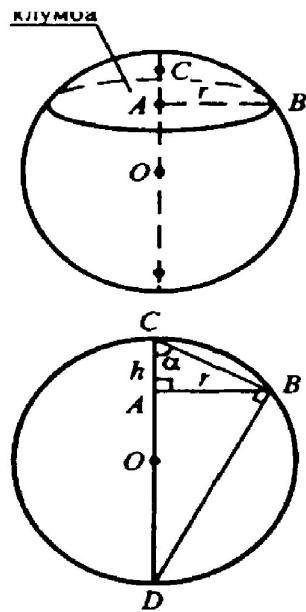
4) Найдём, сколько % составляет сточенный материал:

$$\frac{\frac{2}{3}\pi R^3 \cdot 100\%}{2\pi R^3} = \frac{100\%}{3} = 33\frac{1}{3}\%$$

Ответ: $33\frac{1}{3}\%$

Задача 3

Сколько кубометров земли потребуется для устройства клумбы, имеющей форму шарового сегмента с радиусом основания 5 м и высотой 60 см?



Решение:

Пусть $AC = h$, $AB = r$, r — радиус клумбы; примем радиус шара равным $R_{\text{шк}}$. Рассмотрим центральное сечение шара. $CD = 2R$, $\angle CBD = 90^\circ$, т.к. он опирается на диаметр CD .

Из треугольника CDB : $CB = 2R \cos \alpha$; из $\triangle ACB$:

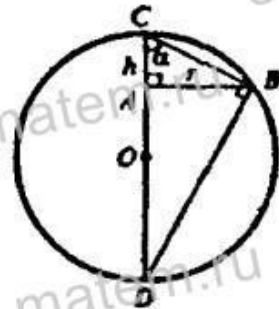
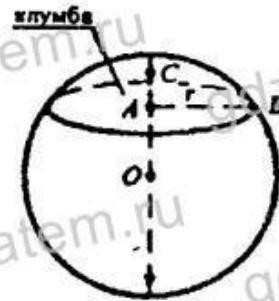
$$\cos \alpha = \frac{AC}{CB} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}}$$

Получили уравнение: $2R \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}} = \sqrt{h^2 + r^2}$,

$$2Rh = h^2 + r^2, R = \frac{h^2 + r^2}{2h} \quad (h = 0,6 \text{ м}),$$

$$R = \frac{0,36 + 25}{2 \cdot 0,6} = \frac{25,36}{1,2} = \frac{317}{15} \text{ м.}$$

$$V_{\text{сегм}} = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right) = (0,6)^2 \cdot \pi \left(\frac{317}{15} - \frac{1}{5} \right) = \frac{9}{25} \pi \cdot \frac{314}{15} = \frac{3 \cdot 314 \pi}{3 \cdot 25} = \frac{924 \pi}{125}$$



Тест «Проверь себя»

1) Выбери формулу для вычисления объёма шара:

а) $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ б) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ в) $V = 4R\pi^3$ г) $V = \frac{2}{3}\pi R^3$

2) Найдите радиус шара, если его объём равен 972см^3 :

а) 13 см б) 7 см в) 5 см г) 9 см

3) Объём одного шара равен сумме объёмов двух других шаров. Как связаны между собой диаметры D_1 , D_2 , D_3 этих шаров?

а) $D_1^2 = D_2^2 + D_3^2$ б) $D^3_1 = D^3_2 + D^3_3$ в) $D_1 = D_2 + D_3$ г) $D_1 = \frac{D_2 + D_3}{2}$

4) Радиус конуса равен 4 см, а высота равна 2 см. Найдите радиус шара, имеющего тот же объёма:

а) 2π б) 2 в) 8 г) $\sqrt{2}$

5) У арбуза диаметр 20 см, а толщина корки 2 см. Какая часть арбуза приходится на корку?

а) 0,25 а) 0,25 б) 0,37 а) 0,25 б) 0,37 в) 0,488 а) 0,25
б) 0,37 в) 0,488 г) 0,2

6) В шар вписан цилиндр с квадратным осевым сечением, а в него вписан новый шар. Отношение объёмов исходного и нового шаров равно:

а) $2\sqrt{2}$ б) $4\sqrt{2}$ в) $\sqrt{2}$ г) 4

ОТВЕТЫ:

1. **б**
2. **г**
3. **б**
4. **б**
5. **в**
6. **а**