

Степень с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

$$1) 3^3 = 27$$

$$2) 5^3 = 125$$

$$3) 2^4 = 16$$

$$4) 3^1 = 3$$

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a

При умножении степеней с одинаковыми основаниями...	А	1	...основание остается прежним, а показатели перемножаются.
При делении степеней с одинаковыми основаниями...	Б	2	...равно единице
При возведении степени в степень...	В	3	... основание остается прежним, а показатели складываются.
При возведении произведения в степень ...	Г	4	...в эту степень возводят числитель и знаменатель и результаты делят.
При возведении дроби в степень	Д	5	...основание остается прежним, а показатели вычитаются.
Любое число в нулевой степени...	Е	6	... в эту степень возводят каждый множитель и результаты перемножают.

Степень с целым показателем

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^0 = 1$$

$$a \neq 0$$

Свойства степени с целым показателем

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2) a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$4) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5) \left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

a) $10^{-6} =$

б) $9^{-2} =$

в) a^{-1}

г) x^{-20}

д) $(av)^{-3} =$

е) $(a + v)^{-4}$

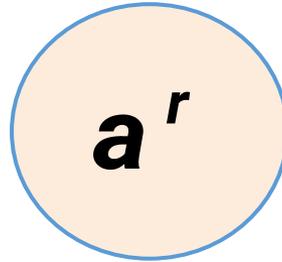
1) $3^0 =$

2) $0^9 =$

3) $0^{-7} =$

4) 100000^0

Степень с рациональным показателем


$$a^r$$

Цель урока:

- Сформулировать определение степени с рациональным показателем в виде корня n -ой степени;
- Пользуясь определением степени представлять степень с рациональным показателем в виде корня и наоборот;
- Выявлять случаи, когда степень с рациональным показателем не определена;
- Применять свойства степени для упрощения числовых и буквенных выражений.

Понятие степени с рациональным показателем

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $\frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное ($n > 1$), называется число

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \neq 0, \quad Z \in \mathbb{R}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Примеры

$$1) \quad 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$2) \quad 12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

$$3) \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

Представьте в виде степени с дробным показателем:

1. $\sqrt{7} =$

2. $\sqrt[9]{a^4} =$

3. $\frac{3}{\sqrt{2}} =$

4. $b\sqrt{b} =$

5. $\sqrt{(x+y)^3} =$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1. $2^{\frac{2}{3}} =$

2. $3^{-\frac{1}{3}} =$

3. $5a^{\frac{1}{2}} =$

4. $(x - y)^{\frac{2}{3}} =$

5. $(-8)^{\frac{1}{3}} =$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$)

$$1^\circ a^0 = 1, \text{ где } a \neq 0$$

$$2^\circ a^1 = a$$

$$3^\circ a^{-1} = \frac{1}{a}, \text{ где } a \neq 0$$

$$4^\circ a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } a \neq 0$$

$$5^\circ a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$6^\circ \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \text{ где } a \neq 0$$

$$7^\circ (a^n)^k = a^{nk}$$

$$8^\circ a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$9^\circ \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0$$

$$10^\circ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ где } a \neq 0, b \neq 0$$

$$a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{km}{kn}} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

где $a \geq 0$, $n, k \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}$

$$2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{10}{15}}$$

► 1) Представьте выражения в виде степени числа x ($x > 0$):

► а) $\sqrt[10]{x^9} \cdot x^{1,1};$

б) $\frac{\sqrt[6]{x^3}}{\sqrt{x}}$

► 2) Вычислите: а) $\frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{2}}{2^{-\frac{1}{2}}}$

б) $\left(25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}$

► 3) Упростите выражение: $\left(a^{\frac{1}{3}} + b\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - b\right) - \sqrt[3]{a^2}$

► 4) Упростите выражение: $\frac{x - 1}{x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} - 1} \cdot x^{\frac{1}{4}} - 1$

$$1) \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{4}}\right)^{-\frac{2}{3}};$$

$$2) \quad 2) \left(c^{-\frac{3}{7}} \cdot y^{-0,4}\right)^3 c^{\frac{2}{7}} \cdot y^{0,2}$$

$$3) \left(c^{\frac{5}{12}}\right)^{1,2} \div \left(c^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1,5};$$

$$4) p^{-1} q^{\frac{5}{4}} \left(p^{-\frac{2}{7}} q^{\frac{1}{14}}\right)^{-3,5}$$

