

Алгебра логики

Алгебра логики определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей (**$A = 1$**), а если ложно - нулём (**$B = 0$**).

0 и **1** называются **логическими значениями**.

Простые и сложные высказывания

Высказывания бывают простые и сложные.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Сложные (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Название логической операции	Логическая связка
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»; «неверно, что»

Логические операции

Конъюнкция - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

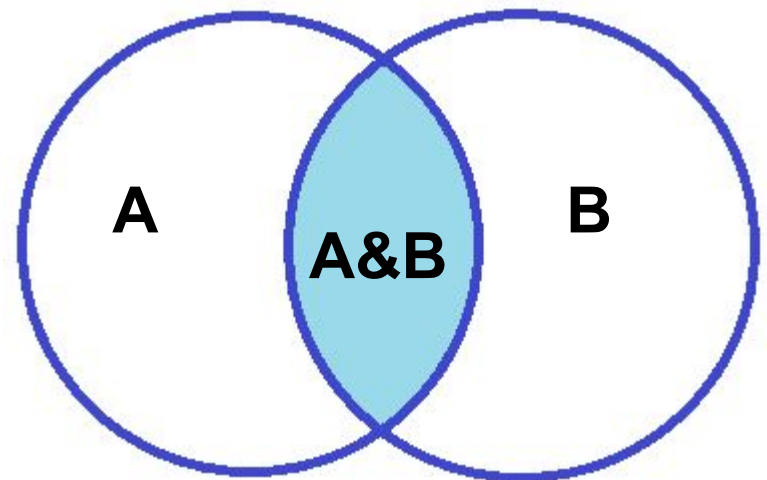
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения: $\wedge$, $\times$, $\&$, И.

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



Логические операции

Дизъюнкция - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

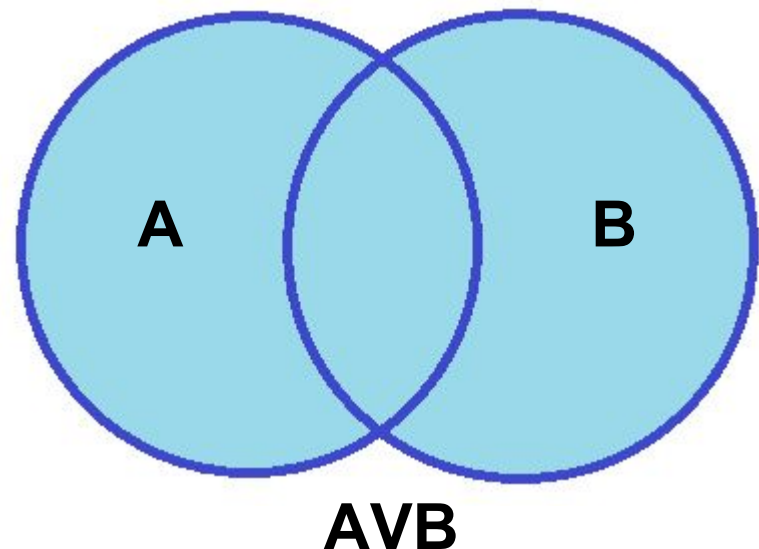
Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения: **$\vee$, $|$, ИЛИ, $+$** .

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



Логические операции

Инверсия - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

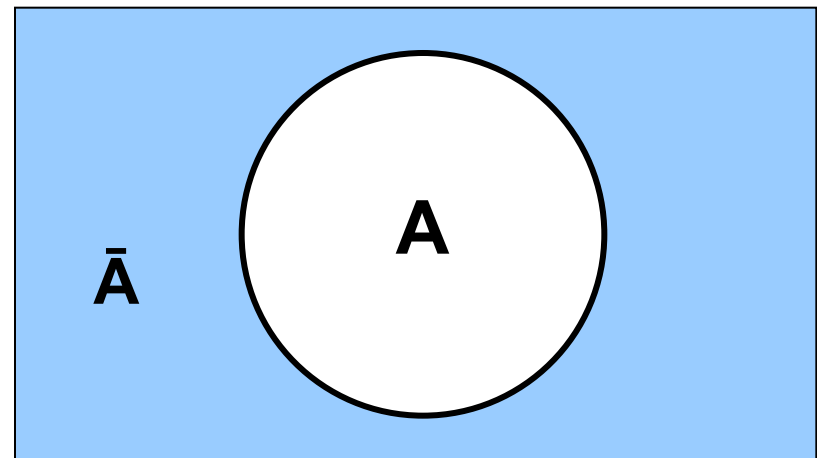
Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**, $\neg$, $\bar{}$.

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Графическое представление



Логические операции имеют следующий приоритет:
инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.

*Таблица истинности
импликации:*

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i> → <i>B</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>

Эквивалентность («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении

- 1. Инверсия;**
- 2. Конъюнкция;**
- 3. Дизъюнкция;**
- 4. Импликация;**
- 5. Эквивалентность.**

Задание 1 Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
1	1	1	1

Каким выражением может быть F?

1) $X \wedge Y \wedge Z$

2) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$

3) $X \vee Y \vee Z$

4) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$

Решение:

Перепишем ответы в более удобной форме и проанализируем их.

- 1) $X \cdot Y \cdot Z$ 2) $\bar{X} + \bar{Y} + Z$ 3) $X + Y + Z$ 4) $\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$

Рассмотрим первое выражение $X \cdot Y \cdot Z$. Оно равно 1 только при $X = Y = Z = 1$, а в остальных случаях равно 0, что совпадает с таблицей истинности.

Второе выражение $\bar{X} + \bar{Y} + Z = 0$ при $X = Y = 1$, а $Z = 0$, поэтому это неверный ответ.

Третье выражение $X + Y + Z = 0$ при $X = Y = Z = 0$, поэтому вторая строка таблицы не подходит и значит, это неверный ответ.

Рассмотрим последнее выражение $\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$. Оно равно 1 только при $X = Y = Z = 0$, поэтому это неверный ответ (первая и третья строки таблицы не подходит)

Следовательно, правильный ответ – 1) $X \wedge Y \wedge Z$.

Ответ: 1.

Ниже приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.

1) принтеры & сканеры & продажа

2) принтеры & продажа

3) принтеры | продажа

4) принтеры | сканеры | продажа

Дан фрагмент таблицы истинности.

Какая из трех приведенных функций соответствует этому фрагменту?

X_1	X_2	X_3	X_4	F
1	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

1. $(X_1 \rightarrow X_2) \wedge \neg X_3 \vee X_4$

2. $(\neg X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_3 \wedge X_4)$

3. $\neg X_1 \vee X_2 \vee (X_3 \wedge X_4)$

Ответ: функция под номером 3.

Решение:

Для решения задачи нужно знать таблицы истинности базовых функций и помнить о приоритетах операций. Напомню, что конъюнкция (логическое умножение) имеет более высокий приоритет и выполняется раньше, чем дизъюнкция (логическое сложение). При вычислениях нетрудно заметить, что функции с номерами 1 и 2 на третьем наборе имеют значение 1 и уже по этой причине фрагменту не соответствуют.

В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу.

Для обозначения логической операции “ИЛИ” в запросе используется символ |, а для логической операции “И” – &.

№ Запрос

1 канарейки | щеглы | содержание

2 канарейки & содержание

3 канарейки & щеглы & содержание

4 разведение & содержание & канарейки & щеглы