

Тема урока

**Точки перегиба функции,
выпуклость графика функции.
Исследование функции на
выпуклость**

Актуализация опорных знаний

Найдите производную каждой функции:

$$1) f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x \quad 1) 0$$

$$2) f(x) = \ln^2 x \quad 2) \frac{2 \ln x}{x}$$

$$3) f(x) = \ln \sqrt{2x-1} \quad 3) \frac{1}{2x-1}$$

$$4) f(x) = e^{\sin 2x} \quad 4) 2 \cos 2x \cdot e^{\sin 2x}$$

$$5) f(x) = (x^3 - 1)^6 \quad 5) 18x^2 (x^3 - 1)^5$$

$$6) f(x) = \frac{x-4}{1-3x} \quad 6) \frac{-11}{(1-3x)^2}$$

Механический смысл второй производной

1) Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S = \frac{1}{4}x^4 + 3x^3 - x^2$ (м). Найдите ускорение тела через 0,5 с после начала движения.

Решение.

Воспользуемся формулами: $V = S'(t)$ и $a = V'(t)$

$$V = S'(x) = \left(\frac{1}{4}x^4 + 3x^3 - x^2\right)' = x^3 + 9x^2 - 2x,$$

$$a = V'(x) = (x^3 + 9x^2 - 2x)' = 3x^2 + 18x - 2.$$

Найдем ускорение тела через 0,5 с после начала движения

$$a(0,5) = 3 \cdot 0,5^2 + 18 \cdot 0,5 - 2 = 3 \cdot 0,25 + 9 - 2 = 7,75 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Механический смысл второй производной

2) Материальная точка движется по прямой согласно уравнению $s(t) = t^3 - 2t^2 + 3,5t - 15$ (м/с).

а) В какой момент времени ускорение будет равно 8 м/с^2 .

б) Какое ускорение будет в момент времени $t = 2 \text{ с}$?

Решение.

а) 1. Находим ускорение: $a = (s'(t))' = (t^3 - 2t^2 + 3,5t - 15)'' = (3t^2 - 4t + 3,5)' = 6t - 4$

2. Приравниваем полученное выражение к 8 - ми: $6t - 4 = 8, t = 2$ (с)

б) $a = 6t - 4$. При $t = 2$ (с) ускорение равно: $a = 6 \cdot 2 - 4 = 8$ (м/с²)

Ответ: а) 2с, б) 8 м/с²

Задание 1

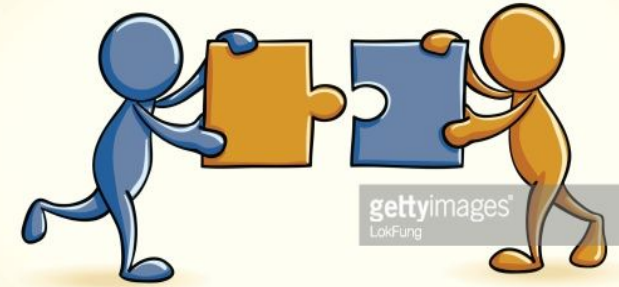
1) Найдите вторую производную каждой функции:

$$1) y = x^4 - 3x^2 - 3x + 2; \quad 2) y = x\sqrt{x} + \frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x};$$

$$3) y = \frac{x+3}{2x-4}; \quad 4) y = \sin 2x - \cos 3x;$$

$$5) y = (x+1) \sin 5x; \quad 6) y = e^{2x} + e^x + 3e^{-x};$$

$$7) y = x \ln(1-x^2); \quad 8) y = \frac{\ln x + 1}{x}.$$



7728921

Задание 2

2) Найдите вторую производную каждой из функций:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - x + 5$$

$$f(x) = \frac{2}{x} - 4\sqrt{x}$$

$$f(x) = 7e^x + \ln 2x$$

$$f(x) = \sin^2 3x$$

$$f(x) = 2^x(x + 10)$$

3) Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S = \frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + x^2$ (м). Найдите ускорение тела через 1,5 с после начала движения.