

* Көпбұрыштың ортогональ проекциясының ауданы

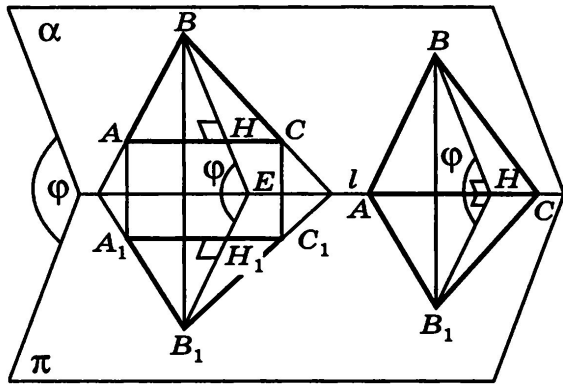
Көпбұрыштың ортогональ проекциясының
ауданы туралы теорема

Көпбұрыштың ортогональ проекциясының ауданы туралы теорема:

Көпбұрыштың ортогональ проекциясының ауданы осы көпбұрыштың ауданын көпбұрыш жазықтығы мен проекциялау жазықтығының арасындағы бұрыштың косинусына көбейткенге тең.

Теореманы үшбұрыш үшін дәлелдейік.

1-жағдай. $\triangle ABC$. Үшбұрыш қабырғаларының бірі, айталық, AC π проекциялау жазықтығына параллель.



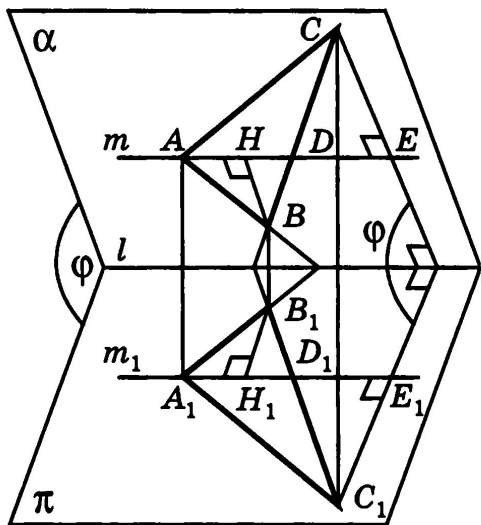
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH.$$

$$AC \parallel l \Rightarrow A_1C_1 \parallel l; AC = A_1C_1; B_1H_1 = BH \cdot \cos \varphi.$$

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} A_1C_1 \cdot B_1H_1 = \frac{1}{2} AC \cdot BH \cdot \cos \varphi = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \varphi.$$

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \varphi.$$

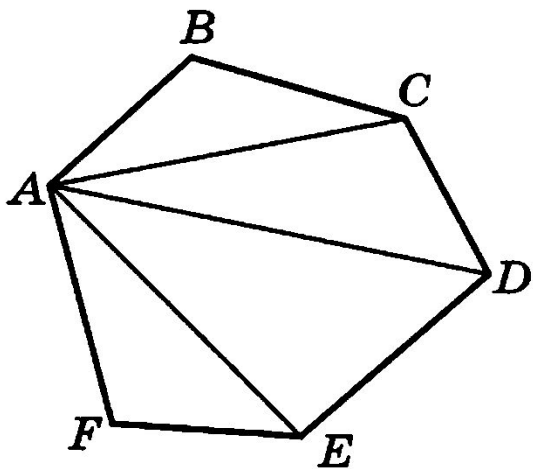
2-жағдай. Үшбұрыш қабырғаларының ешқайсысы π проекциялау жазықтығына параллель емес.



$$\begin{aligned}
 S_{\Delta A_1 B_1 C_1} &= S_{\Delta A_1 B_1 D_1} + S_{\Delta A_1 C_1 D_1} = S_{\Delta ABD} \cdot \cos \varphi + S_{\Delta ACD} \cdot \cos \varphi = \\
 &= (S_{\Delta ABD} + S_{\Delta ACD}) \cdot \cos \varphi = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi.
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{S_{\Delta A_1 B_1 C_1} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \varphi.}$$

КӨПБҰРЫШТЫҢ ПРОЕКЦИЯСЫНЫҢ АУДАНЫ



$$S_{\Phi} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4.$$

$$S_{\Phi_1} = S'_1 + S'_2 + S'_3 + S'_4.$$

$$S_{\Phi_1} = S'_1 + S'_2 + S'_3 + S'_4 = S_1 \cdot \cos \varphi + S_2 \cdot \cos \varphi + S_3 \cdot \cos \varphi + \\ + S_4 \cdot \cos \varphi = (S_1 + S_2 + S_3 + S_4) \cdot \cos \varphi = S_{\Phi} \cdot \cos \varphi.$$

$$S(\Phi_1) = S(\Phi) \cdot \cos \varphi,$$

1. Көпбұрыштың ортогональ проекциясының ауданы $6\sqrt{3}$ см², ал көпбұрыш жазықтығы мен проекция жазықтығының арасындағы бұрыш 30° . Берілген көпбұрыштың ауданын табыңдар.

2. Көпбұрыштың ауданы 16 см², ал оның қандайда бір жазықтыққа ортогональ проекциясының ауданы $8\sqrt{2}$ см². Көпбұрыш жазықтығы мен проекция жазықтығының арасындағы бұрыш неге тең ?

3. Көпбұрыштың ауданы 24 см². Осы көпбұрыштың көпбұрыш жазықтығымен 60° жасайтын жазықтыққа түсірілген ортогональ проекциясының ауданын табыңдар.

Көпбұрыштың ауданы мен оның қандайда бір жазықтыққа ортогональ проекциясының ауданы тең.

Көпбұрыш жазықтығы мен проекция жазықтығының арасындағы бұрыш неге тең ?

ABCD квадратының диагональдарының қиылысу нүктесі – O нүктесі.

O нүктесінен квадрат жазықтығына ұзындығы 10 см OP перпендикуляры тұрғызылған. $AP = 26$ см.

APB үшбұрышының квадрат жазықтығына ортогональ проекциясының ауданын табыңдар.
(Есепті екі тәсілмен шешіңдер).

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубы берілген.

AA_1 , BB_1 қырларының орталары сәйкесінше L және N нүктелері .

O_1 нүктесі – $A_1 B_1 C_1 D_1$ квадратының диагональдарының қиылысу нүктесі.

$LO_1 N$ үшбұрышының ауданын және осы үшбұрыштың $ABCD$ квадратының жазықтығына ортогональ проекциясының ауданын табыңдар.

LON үшбұрышы жазықтығы мен $ABCD$ квадраты жазықтығының арасындағы бұрыштың косинусын табыңдар.

ABC тең қабырғалы үшбұрышының O центрінен үшбұрыш жазықтығына ON перпендикуляры жүргізілген. AN кесіндісінің бойынан $A_1N=10$ см болатындай A_1 нүктесі алынған.

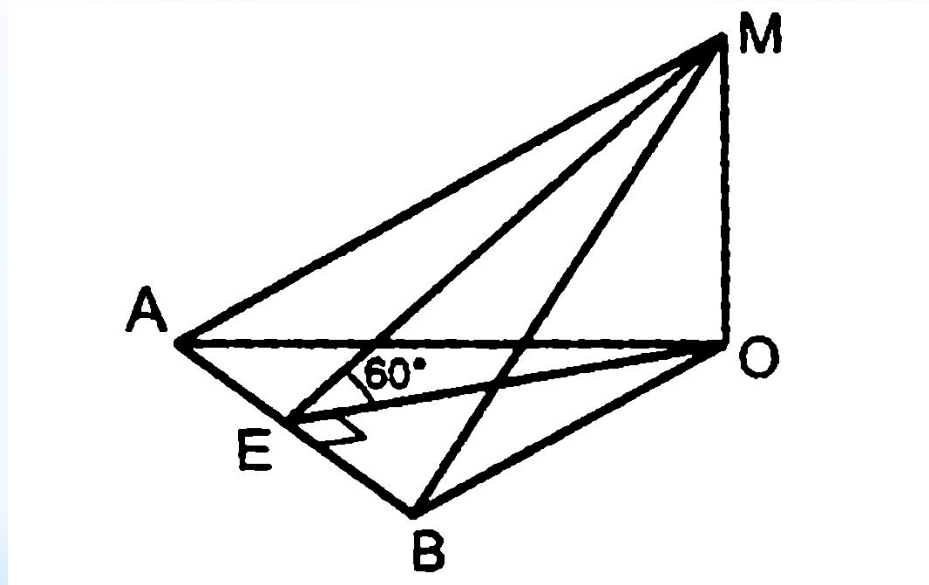
Осы A_1 нүктесінен ABC үшбұрышының жазықтығына параллель α жазықтығы жүргізілген. α жазықтығы BN , CN , ON кесінділерін сәйкесінше B_1 , C_1 және O_1 нүктелерінде қияды.

$$O_1N=20\text{см.}$$

$A_1B_1C_1$ үшбұрышының ABC үшбұрышының жазықтығына жүргізілген ортогональ проекциясының ауданын табыңдар.

МО түзуі АОВ жазықтығына
перпендикуляр.

Берілгені: $S_{AMB} = 8$
 $S_{AOB} = ?$

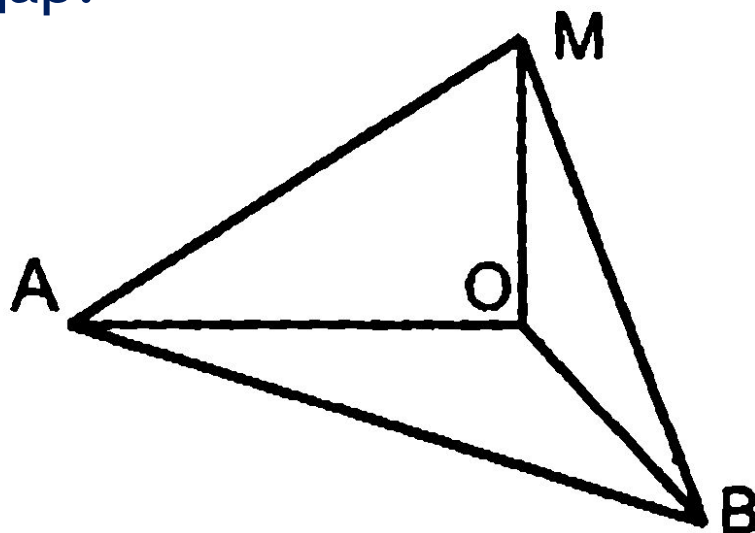


МО түзуі АОВ жазықтығына перпендикуляр.

Берілгені:

$$S_{AOB} = 8, S_{AMB} = 8\sqrt{2}.$$

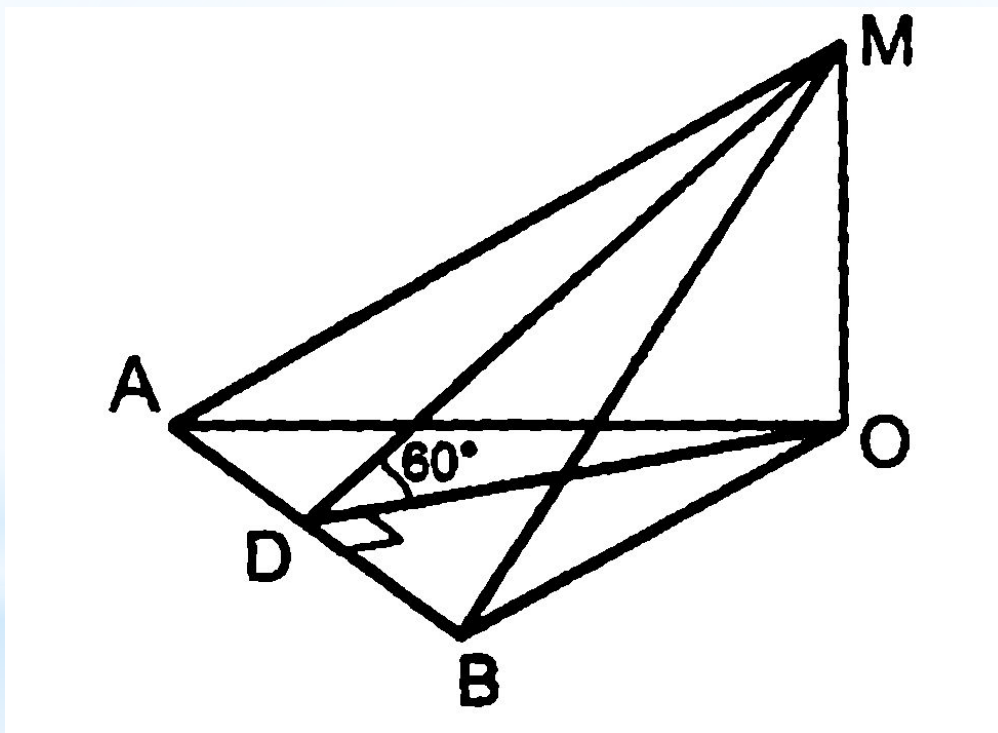
АМВ және АОВ жазықтықтарының арасындағы бұрышты табыңдар.



МО түзуі АОВ жазықтығына перпендикуляр.
Берілгені:

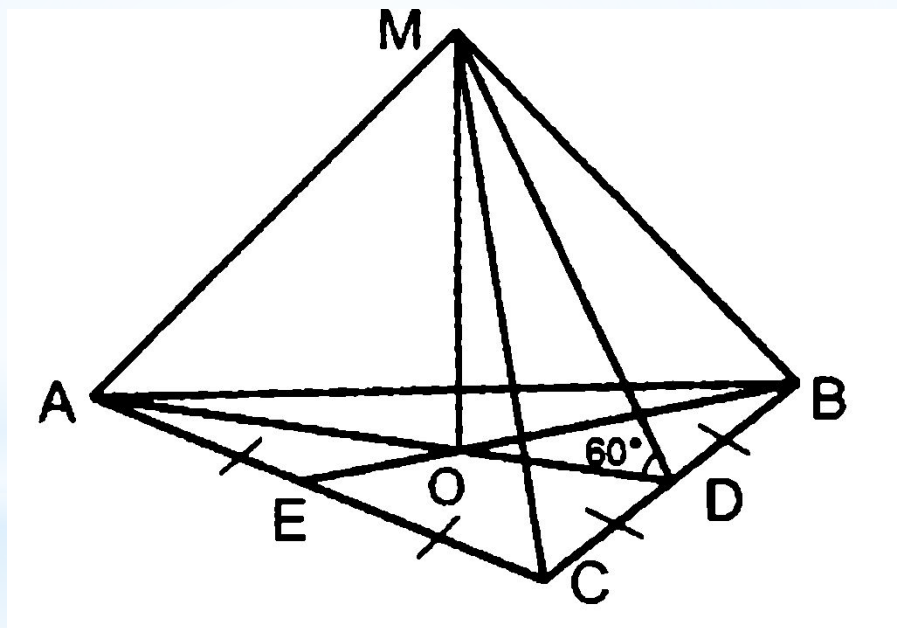
$$AB=14, OB=15, AO=13.$$

$$S_{AMB} = ?$$



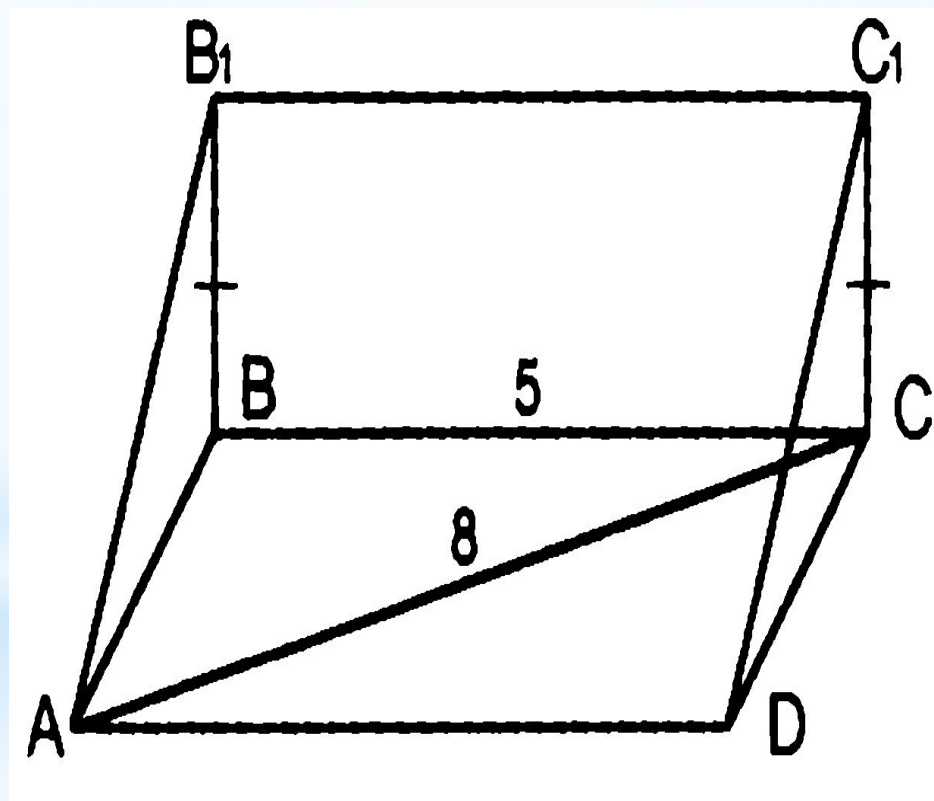
МО түзуі АОВ жазықтығына перпендикуляр.
Берілгені:

$\triangle ABC$ – тең қабырғалы,
 $S_{AMC} = Q$. $S_{ABC} = ?$



Берілгені: $ABCD$ - ромб. BB_1 мен CC_1 түзулері ABC жазықтығына перпендикуляр. $S_{AB_1C_1D} = 24\sqrt{2}$.

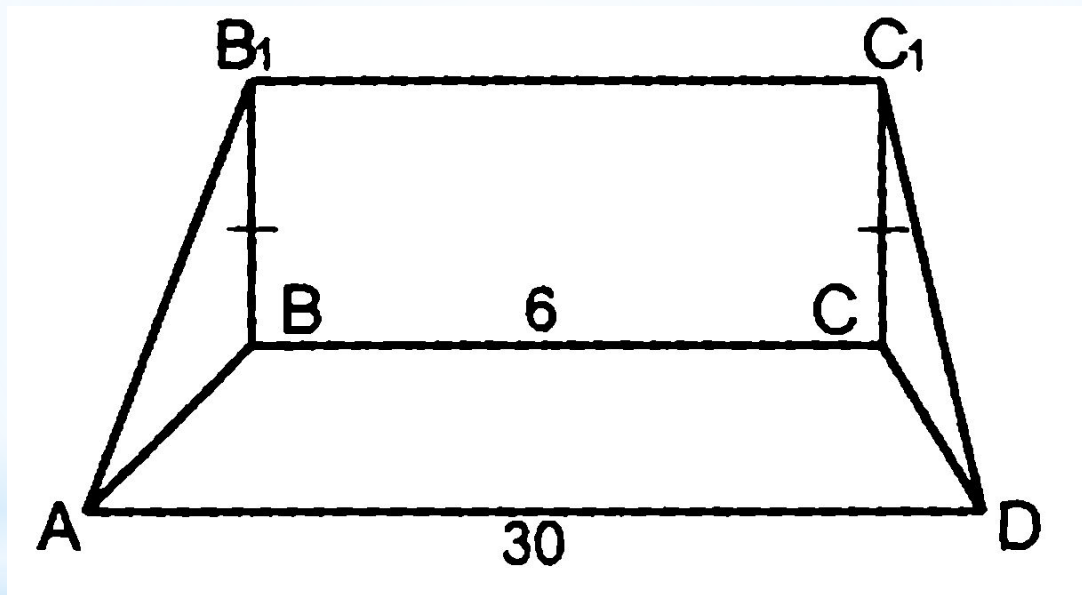
ABC және AB_1C_1 жазықтығының арасындағы бұрышты табыңдар.



Берілгені: $ABCD$ - трапеция. BB_1 мен CC_1 түзулері ABC жазықтығына перпендикуляр.

$$AB = CD = 15$$

$S_{AB_1C_1D} = 108\sqrt{3}$. ABC және AB_1C_1 жазықтығының арасындағы бұрышты табыңдар.



Есеп шығару:

А тобы: №205, №206

В тобы: №217,

С тобы: №221 52-53-беттер.

Үй жұмысы

Көпбұрыштың ортогональ проекциясының ауданы туралы теорема

№214, №218