

# ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ



1. Уравнение Бернулли.
2. Режимы течения жидкостей.

# Уравнение Бернулли

Жидкости и газы рассматриваются как **сплошные**, т.е. они непрерывно распределяются в занятой ими части пространства.

Жидкость принимается **несжимаемой**, т.е. ее плотность всюду одинакова и не изменяется со временем.

Физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади, называется **давлением**  $p$  жидкости:

$$p = \Delta F / \Delta S. \quad (1)$$

**Закон Паскаля:** *давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, при чем давление одинаково передается по всему объему, занятому жидкостью.*

**Гидростатическое давление**  $p = \rho g h$

(2)

изменяется линейно с высотой.

**Закон Архимеда:** *на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):*  $F_A = \rho g V,$

(3)

# Уравнение Бернулли

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц, движущейся жидкости – *поток*.

Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока*, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют *трубкой тока*. Течение жидкости называется *стационарным (установившимся)*, если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const} \quad (4)$$

- *уравнение неразрывности* для несжимаемой жидкости.

$$\text{Уравнение Бернулли} \quad \rho v^2/2 + \rho gh + p = \text{const}$$

$\rho v^2/2$  – динамическое давление,

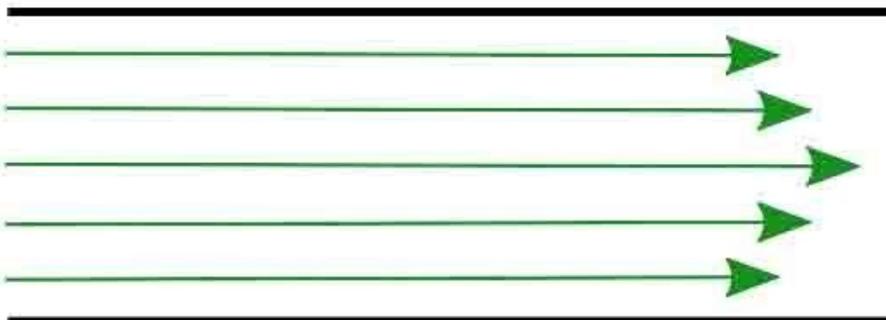
$P$  - статическое давление – давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела,

$\rho gh$  - гидростатическое давление.

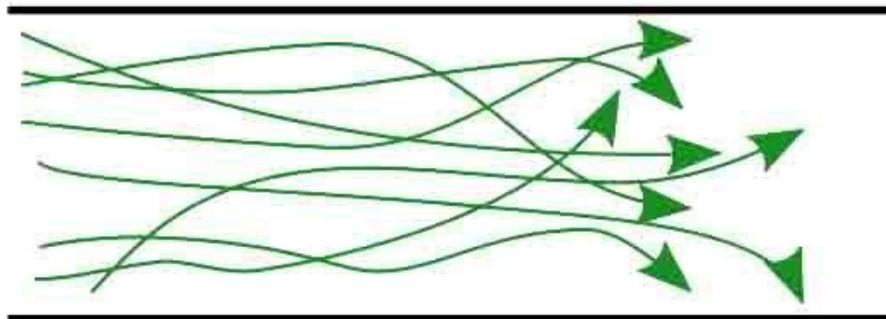
# Режимы течения жидкости

Течение называется *ламинарным (слоистым)*, если вдоль потока каждый выделенный слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

Ламинарный поток

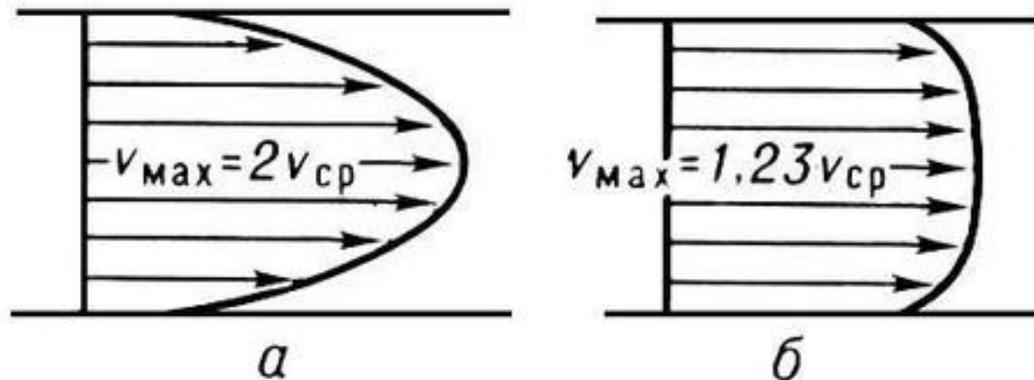


Турбулентный поток



Течение называется *турбулентным (вихревым)*, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости.

# Режимы течения жидкости



Профили усредненных скоростей при ламинарном и турбулентном режимах течения.

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения.

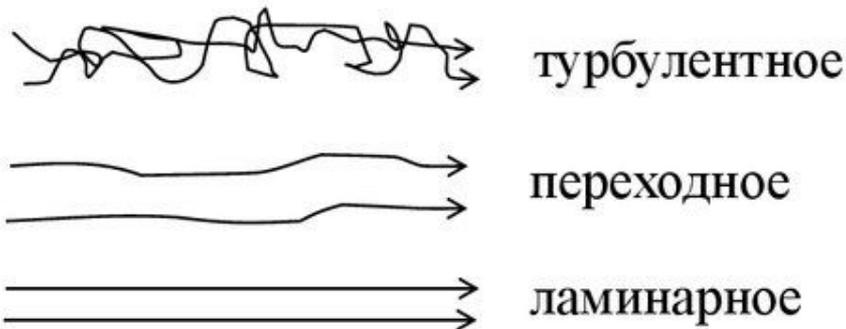
При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой.

Профиль усредненной скорости при турбулентном течении отличается от параболического профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения.

# Жидкости в движении



## Число Рейнольдса



Тип потока может быть определен с применением простого параметра - числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$Re < Re_{кр}$  – ламинарное течение

$Re > Re_{кр}$  – турбулентное течение

$Re \approx Re_{кр}$  – переходное течение

где  $d$  – диаметр трубы,  $v$  – средняя скорость,

$\rho$  – плотность жидкости,  $\eta$  – вязкость,

$Re_{кр}$  – критическое значение коэффициента Рейнольдса

# Жидкости в движении



## Число Рейнольдса

- Для трубы с круглым сечением при нормальных условиях критическое значение числа Рейнольдса равно

$$Re_{кр} = 2000..4000$$

- Таким образом:
  - $Re < 2000$ : ламинарное течение
  - $2000 < Re < 4000$ : переходное течение
  - $Re > 4000$ : турбулентное течение

# СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ



- 1. Поверхностное натяжение.*
- 2. Смачивание.*
- 3. Капиллярные явления.*

# Свойства жидкостей

Жидкость является агрегатным состоянием вещества, промежуточным между газообразным и твердым. Жидкости, подобно твердым телам, обладают определенным объемом, а подобно газам, принимают форму сосуда, в котором находятся.

Рентгеноструктурный анализ жидкости показал, что характер расположения частиц жидкости промежуточный между газом и твердым телом.

В **газах** молекулы движутся *хаотично*.

Для **твердых тел** наблюдается *дальний порядок* в расположении частиц, т.е. их упорядоченное расположение, повторяющееся на больших расстояниях.

В **жидкостях** имеет место *ближний порядок*, т.е. упорядоченное расположение частиц, которое повторяется на расстояниях, сравнимых с межатомными расстояниями.

Теория жидкости до настоящего времени полностью не развита. Разработка ряда проблем принадлежит Я.И. Френкелю (1894 - 1952). Тепловое движение в жидкости он объяснил тем, что каждая молекула в течение некоторого времени колеблется около определенного положения равновесия, после чего скачком переходит в новое положение, отстоящее от исходного на расстоянии порядка межатомного.

Таким образом, молекулы жидкости медленно перемещаются по всей массе, поэтому диффузия в них происходит гораздо медленнее, чем в газах.

С повышением температуры частота колебательного движения резко увеличивается, возрастает подвижность молекул, а это является причиной уменьшения вязкости жидкости.

# Свойства жидкостей

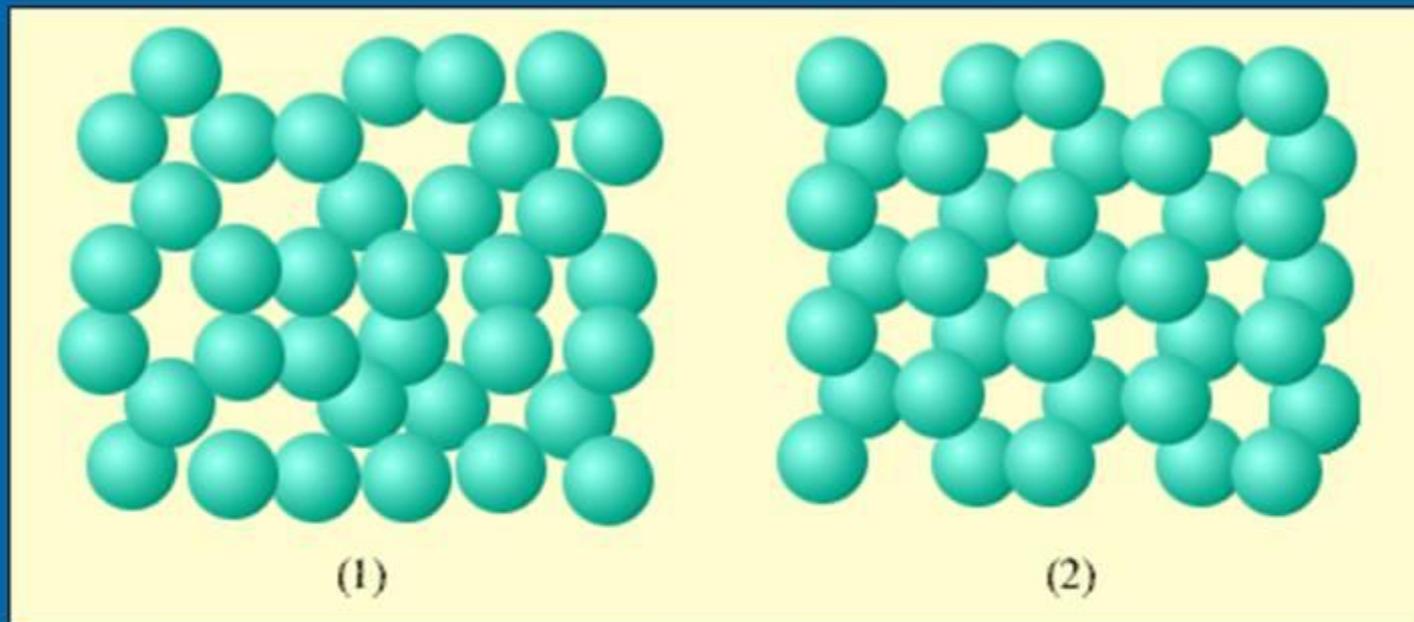


Рисунок 1.

Пример ближнего порядка молекул жидкости и дальнего порядка молекул кристаллического вещества: 1 – вода; 2 – лед.

## Свойства жидкостей

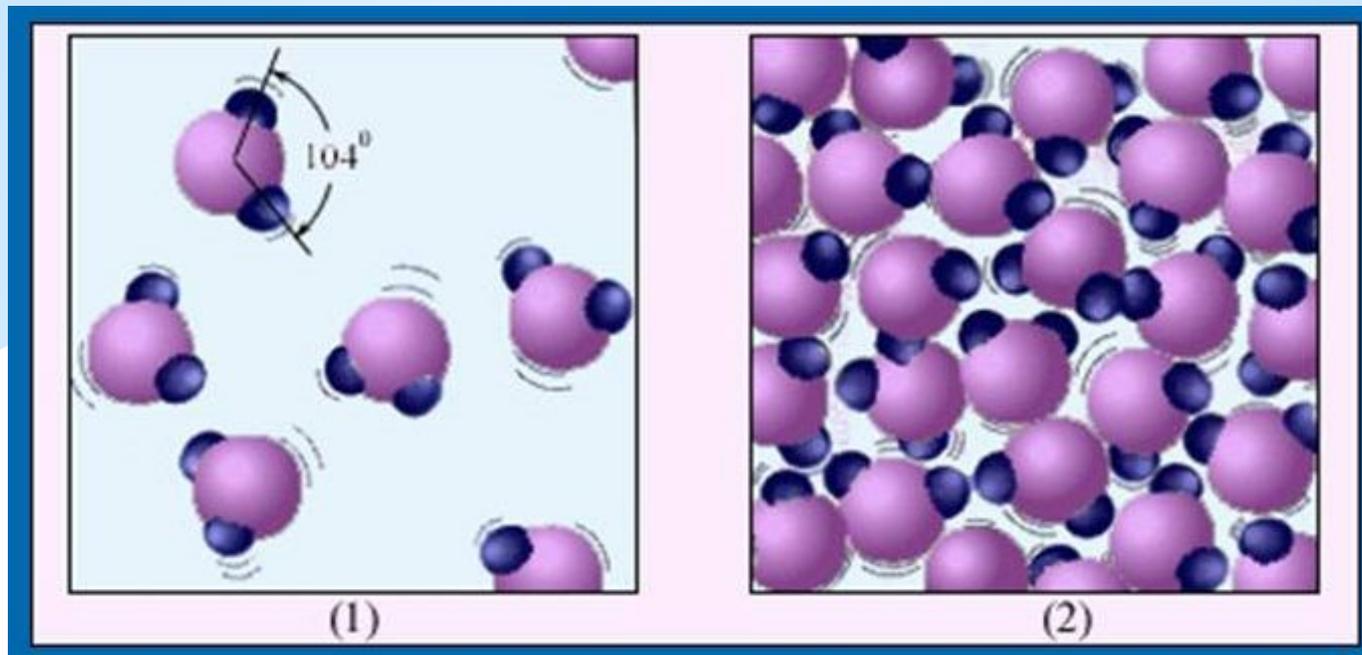


Рис. 2 иллюстрирует отличие газообразного вещества от жидкости на примере воды. Молекула воды  $H_2O$  состоит из одного атома кислорода и двух атомов водорода, расположенных под углом  $104^\circ$ . Среднее расстояние между молекулами пара в десятки раз превышает среднее расстояние между молекулами воды. В отличие от рис. 1, где молекулы воды изображены в виде шариков, рис. 2 дает представление о структуре молекулы воды.

Водяной пар (1) и вода (2). Молекулы воды увеличены примерно в  $5 \cdot 10^7$  раз.

# Поверхностное натяжение

На каждую молекулу жидкости со стороны окружающих молекул действуют силы притяжения, быстро  $\downarrow$  с расстоянием; следовательно, начиная с некоторого *min* расстояния силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние ( $\sim 10^{-9}$  м) называется **радиусом молекулярного действия**  $r$ , а сфера радиуса  $r$  – **сферой молекулярного действия**.

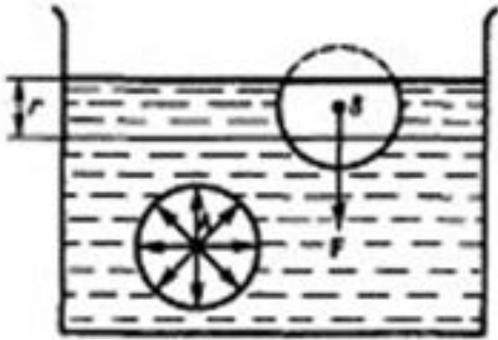


Рис. 3

Выделим внутри жидкости (рис. 3) молекулу  $A$  и проведем вокруг нее сферу радиуса  $r$ . В ней находятся молекулы, которые действуют на молекулу  $A$ . Вектора этих сил направлены в разные стороны и в среднем скомпенсированы, поэтому результирующая сила, действующая на молекулу  $A$  внутри жидкости со стороны других молекул, равна нулю. Если молекула  $B$ , например, расположена на ее поверхности, на расстоянии  $< r$ , то сфера

молекулярного действия лишь частично расположена внутри жидкости. Так как концентрация молекул в газе, расположенных над жидкостью мала по сравнению с их концентрацией в жидкости, то равнодействующая сил, приложенных к каждой молекуле поверхностного слоя, не равна нулю и направлена внутрь жидкости.

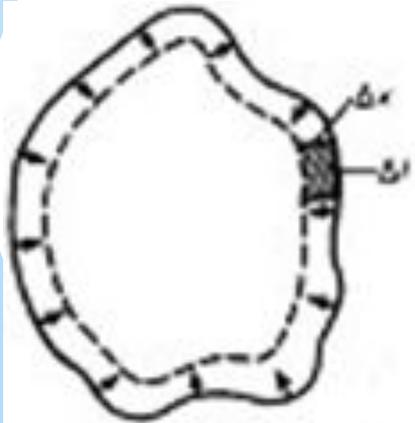
Таким образом, результирующие силы всех молекул поверхностного слоя оказывают на жидкость давление, которое называют **молекулярным (внутренним)**. Молекулярное давление обусловлено силами, действующими только между молекулами самой жидкости. Суммарная энергия частиц жидкости состоит из энергии их хаотического (теплого) движения и потенциальной энергии, обусловленной силами межмолекулярного взаимодействия.

# Поверхностное натяжение

Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо затратить работу. Эта работа совершается за счет кинетической энергии и идет на  $\uparrow \Pi$ . Поэтому молекулы поверхностного слоя обладают большей  $\Pi$ , чем молекулы внутри жидкости. Эта энергия называется **поверхностной энергией**, она пропорциональна площади слоя  $\Delta S$ :

$$\Delta E = \sigma \Delta S, (1) \quad \text{где } \sigma \text{ - коэффициент поверхностного натяжения.}$$

Рассмотрим поверхность жидкости, ограниченную замкнутым контуром. Под действием сил поверхностного натяжения (направлены по касательной к поверхности жидкости и перпендикулярны участку контура, на который они действуют) поверхность жидкости сократилась до положения отмеченного пунктиром (рис. 4).



Силы, действующие со стороны выделенного участка на граничащие с ним участки, совершают работу:  $\Delta A = f \Delta x$ , где  $f$  – сила поверхностного натяжения, действующая на единицу длины контура поверхности жидкости.

Из рис. 4 видно, что  $\Delta x = \Delta S / \Delta l$ , т.е.  $\Delta A = f \Delta S$ . (2)

Эта работа совершается за счет уменьшения поверхностной энергии, т.е.  $\Delta A = \Delta E$ . (3)

Рис. 4

Из сравнения (1) и (2) видно, что  $\sigma = f$ , (4)

т.е. **поверхностное натяжение**  $\sigma$  равно силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура, ограничивающего поверхность.  $[\sigma] = \text{Н/м} = \text{Дж/м}^2$ .

# Смачивание

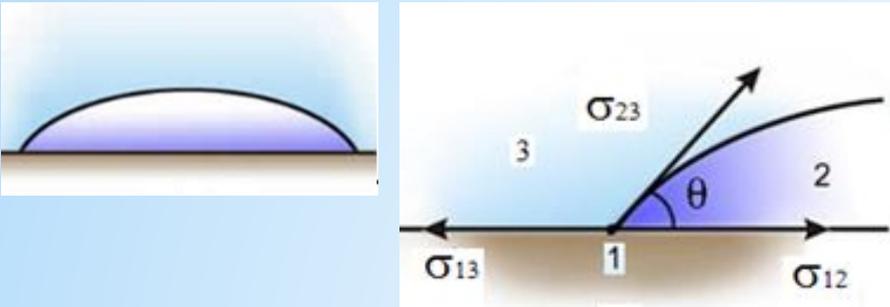


Рис. 5. Капля воды на стекле – смачивает.

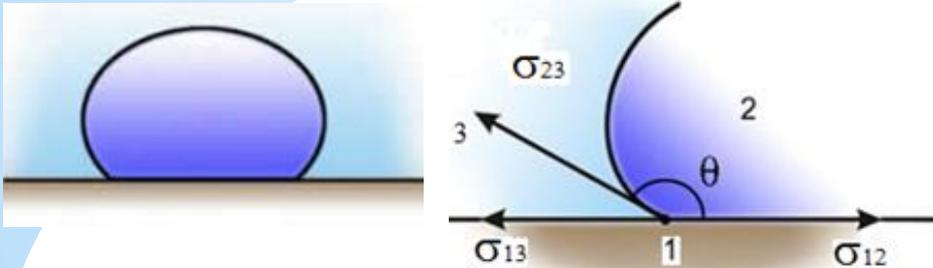


Рис. 6. Капля ртути на стекле – не смачивает.  
направление касательной к поверхности твердого тела, т.е.

К линии соприкосновения трех сред (т.  $O$ ) приложены 3 силы поверхностного натяжения, которые направлены по касательной внутрь поверхности соприкосновения соответствующих двух сред.

Эти силы, отнесенные к 1 длины линии соприкосновения равны:  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$ .

Угол  $\theta$  между касательными к поверхности жидкости и твердого тела называется **краевым углом**.

Условием равновесия капли (рис. 5) является равенство нулю суммы проекций сил поверхностного натяжения на

$$-\sigma_{13} + \sigma_{12} + \sigma_{23} \cos \theta = 0, \Rightarrow \cos \theta = \frac{(\sigma_{13} - \sigma_{12})}{\sigma_{23}}. (5)$$

Если  $\sigma_{13} > \sigma_{12}$ , то  $\cos \theta > 0$ , угол  $\theta$  - острый, т.е. жидкость смачивает твердую поверхность (рис. 5).

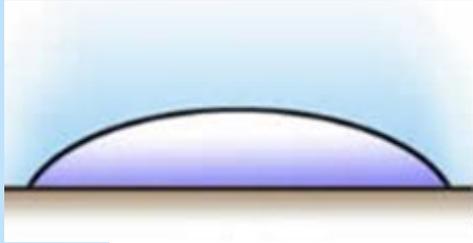
Если  $\sigma_{13} < \sigma_{12}$ , то  $\cos \theta < 0$ , угол  $\theta$  - тупой, т.е. жидкость не смачивает твердую поверхность (рис. 6).

# Смачивание

$$\frac{|\sigma_{13} - \sigma_{12}|}{\sigma_{23}} \leq 1. (6)$$

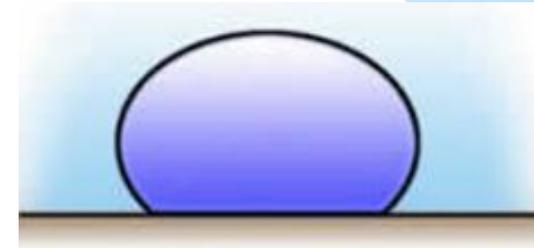
Краевой угол удовлетворяет условию (5), если

Если условие (6) не выполняется, то капля жидкости ни при каких  $\theta$  не может находиться в равновесии



Если  $\sigma_{13} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$ , то жидкость растекается по поверхности твердого тела, покрывая его тонкой пленкой – имеет место **полное смачивание** ( $\theta=0$ ).

Если  $\sigma_{12} > \sigma_{13} + \sigma_{23}$ , то жидкость стягивается в шаровую каплю, имея лишь 1 точку соприкосновения – имеет место **полное не смачивание** ( $\theta=\pi$ ).



Явления смачивания и не смачивания имеют большое значение в технике.

*Например:* в методе флотационного обогащения руды (отделение руды от пустой породы) ее мелко дробят, затем взбалтывают в жидкости, смачивающей пустую породу и не смачивающей руду. Через эту смесь продувается воздух, а затем она отстаивается. При этом смоченные жидкостью частицы породы опускаются на дно, а крупинки минералов “прилипают” к пузырькам воздуха и всплывают на поверхность жидкости. При механической обработке металлов их смачивают специальными жидкостями, что облегчает и ускоряет обработку.

# Капиллярные явления

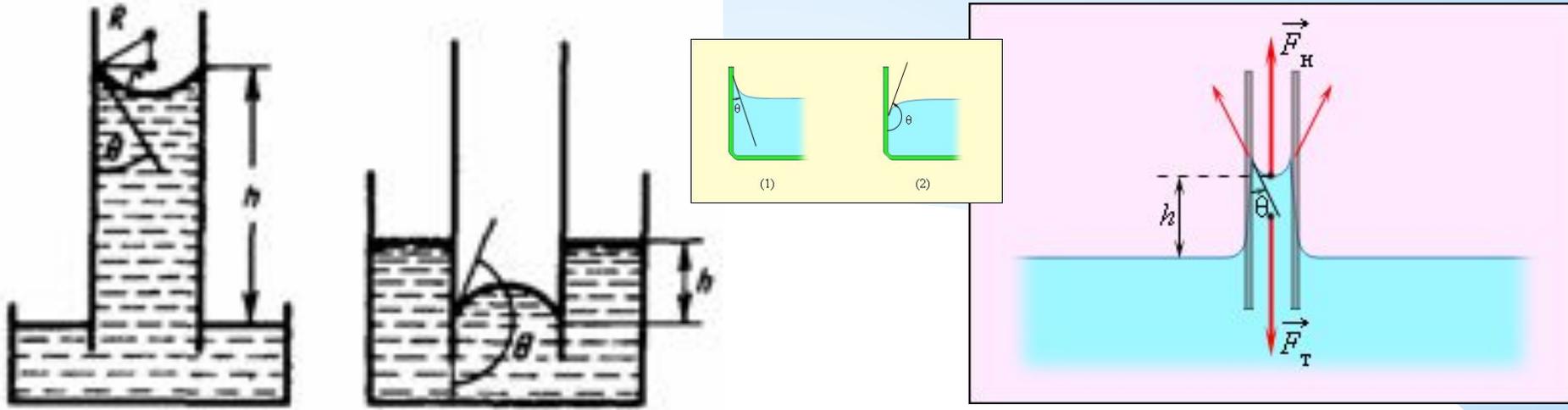


Рис. 7

Если поместить капилляр одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то если жидкость смачивает материал трубки, внутренняя поверхность жидкости – **мениск** – имеет вогнутую форму, если не смачивает – выпуклую.

Под вогнутой поверхностью жидкости появится отрицательное избыточное давление:

$$\Delta p = -\frac{2\sigma}{R}. (7)$$

Наличие этого давления приводит к тому, что жидкость в капилляре поднимается (рис. 7), т.к. под плоской поверхностью жидкости в широком сосуде избыточного давления нет.

Если же жидкость не смачивает стенки капилляра, то (+) избыточное давление приведет к опусканию жидкости в капилляре (рис. 7).

Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту  $h$ , при которой давление столба жидкости (**гидростатическое давление**)  $\rho gh$  уравновешивается избыточным давлением  $\Delta p$ , т.е.

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh. (8)$$

# Капиллярные явления

Если  $r$ - радиус капилляра,  $\theta$ - краевой угол, то из рис. 7 следует, что

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{r} = \rho g h; \quad \Rightarrow \quad h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}. \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что

при  $\theta < \frac{\pi}{2}$  ( $\cos \theta > 0$ ), получим  $(+h)$ ,

при  $\theta > \frac{\pi}{2}$  ( $\cos \theta < 0$ ), получим  $(-h)$ .

Высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре обратно пропорциональна его  $r$  (формула (9), рис. 8).

$$h \sim \frac{1}{r}$$

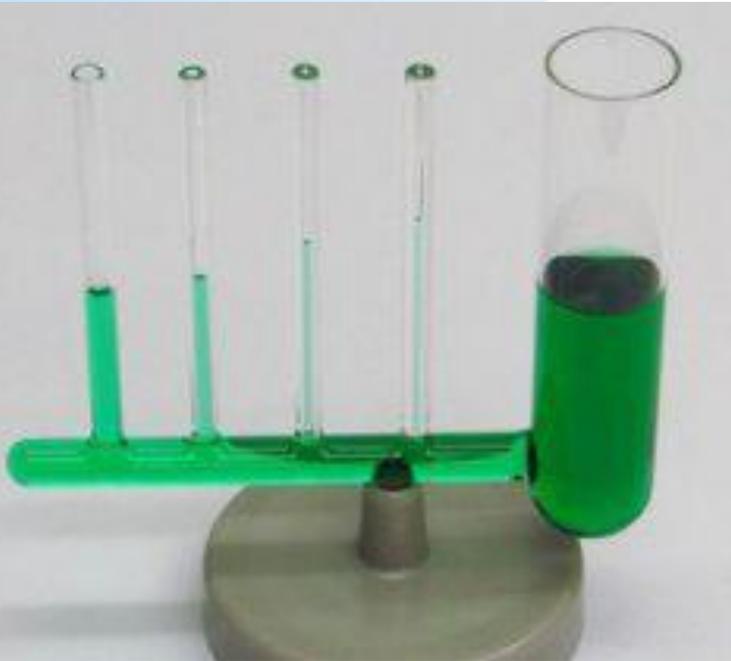
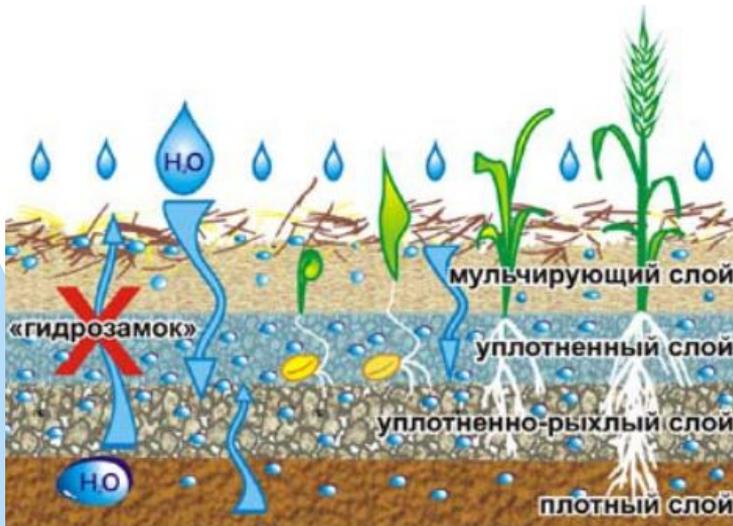


Рис. 8

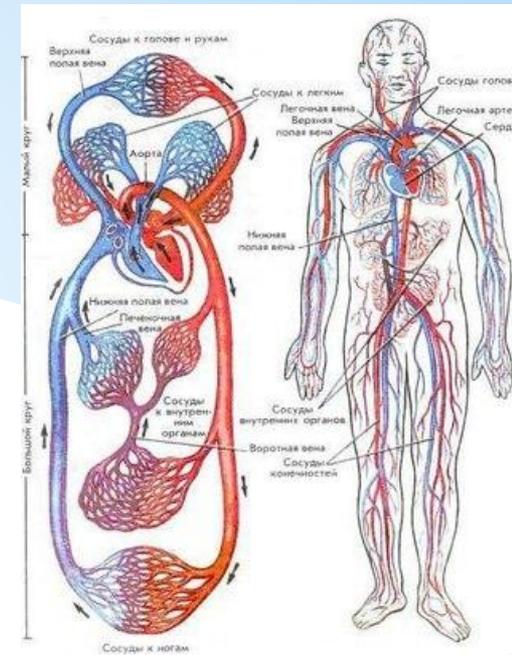
# Примеры капиллярных явлений



Капиллярность стеблей растений



Капиллярность почвы



Кровообращение человека

