

**Тақырып 5. Кездейсоқ процесс – сигналдың моделі ретінде.
Кездейсоқ процестердің ықтималдылық сипаттамалары.
Стационарлы және эргодикалық кездейсоқ процестер.**

Дәрістің мақсаты: Кездейсоқ сигналдармен танысу. Іске асыру ансамбліне анықтама беру. Кездейсоқ процестер моделдеу. Кездейсоқ шамаларды бірқалыпты тарату.

Сұрақтар:

1. Кездейсоқ сигналдар түсінігі және оларды іске асыру ансамблі.
2. Кездейсоқ модельдер ансамбльдері қалай құрылады?
3. Кездейсоқ шамаларды бірқалыпты тарату.
4. Кездейсоқ процестің ықтималдық сипаттамалары қандай?

Детерминдендірілген сигналдарға қарағанда, кездейсоқ сигналдардың лездік мәндері алдын-ала белгісіз, тек қандай да бірден аз ықтималдықпен болжануы мүмкін. Мұндай сигналдар сипаттамалары статикалық, яғни ықтималды болып табылады.

Радиотехникада ықтималдық сипаттаманы қажет ететін **екі негізгі сигналдар классы** бар.

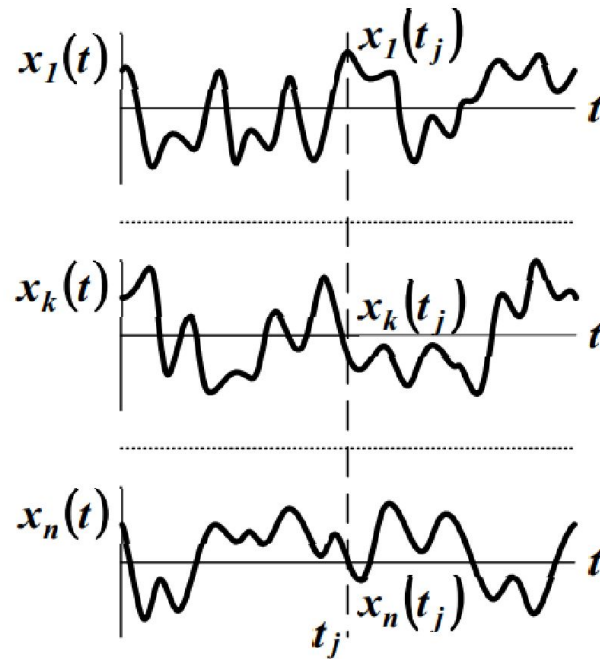
Біріншісі, бұл **шулар** – әртүрлі физикалық жүйелерде заряд тасымалдаушыларының ретсіз қозғалысы себебінен туындайтын, уақыт бойынша хаостық өзгертін электромагниттік тербелістер.

Екіншісі, **кездейсоқ сигналдар** - ақпарат таситын барлық сигналдар болып табылады, сондықтан байыпты хаттамаларға тән заңдылықтарды сипаттау үшін де ықтимал модельдерге жүгінеді.

Іске асыру ансамблі

Уақыт бойынша өзгеретін кездейсоқ сигналдың математикалық моделі *кездейсоқ процесс* деп аталады. Анықтама бойынша $X(t)$ кездейсоқ процесі – бұл ол кез-келген t уақыт мезетінде қабылдайтын мәндер кездейсоқ шама болып табылуымен сипатталатын кездейсоқ түрдегі функция.

Хаттаманы қабылдаған соң толықтай белгілі болған осы функциялардың бірі кездейсоқ процестің *іске асырылуы* деп аталады.



Сурет 5.1 Кездейсоқ процесін іске асыру

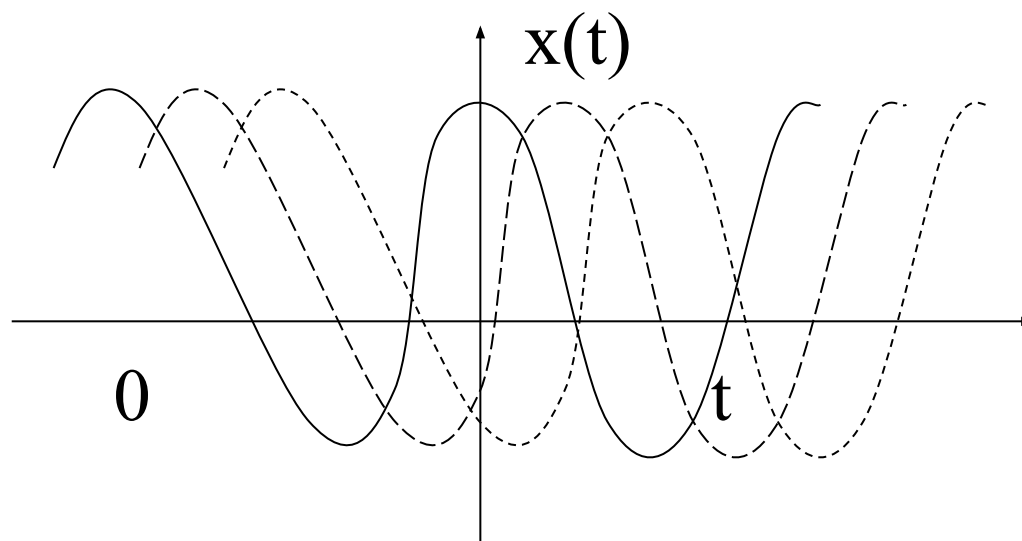
Кездейсоқ бастапқы фазалы гармоникалық сигнал

Көптеген практикалық мәселелерде кездейсоқ процесс моделі қолданылады, олардың орындалу амплитудасы және жиілігі белгілі болатын гармоникалық тербелісті көрсетеді. Қарастырылып отырған кездейсоқ процестің орындалуын былай жазуға болады:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

мұнда, A – амплитуда (детерминдендірілген), ω_0 – жиілік және φ – кездейсоқ бастапқы фаза, ол көптеген практикалық жағдайларда $0 \dots 2\pi$ интервалында біркелкі бөлінген деп саналады, яғни келесі ықтималдық тығыздығына ие:

$$P_\varphi(\varphi) = \begin{cases} 1 / 2\pi, 0 \leq \varphi < 2\pi \\ 0, \text{ басқа жағдайларда} \end{cases}$$



5.2 сурет - Кездейсоқ бастапқы фазалы гармоникалық сигналдың орындалуы.

Берілген кездейсоқ процестердің орындалуының бірнеше графиктері, бір-біріне қатысты уақыт осі бойынша жылжыған синусоидалар 5.2 суретте көрсетілген.

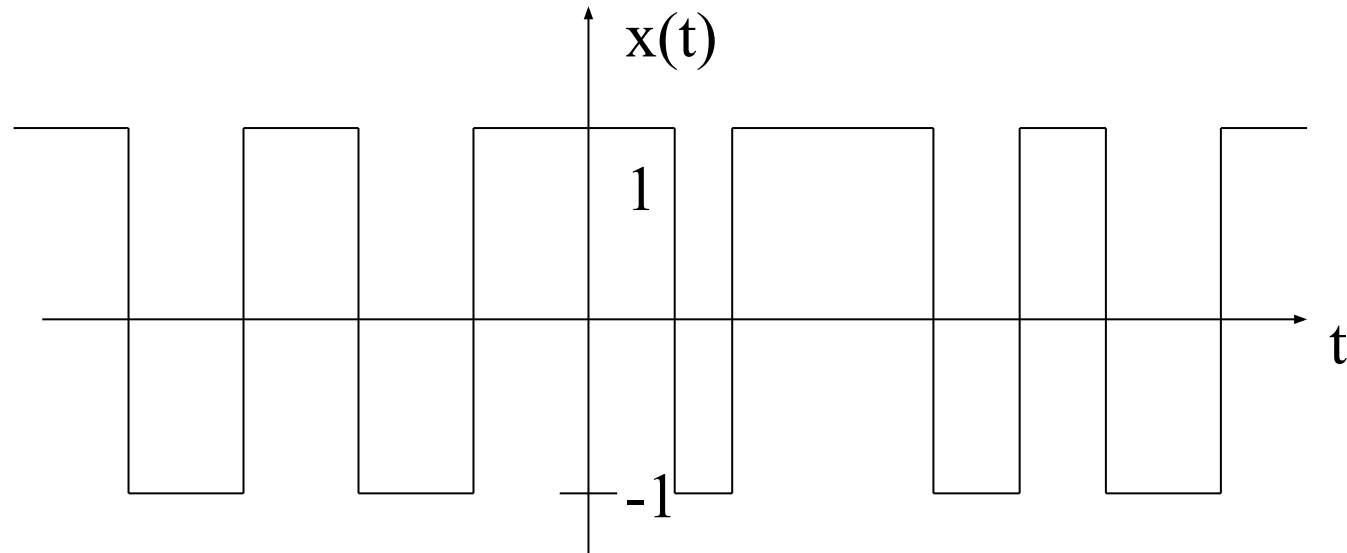
Осы жағдайдағы *процестің* орындалуының нақты түрі жай ғана кездейсоқ өлшемнің мәнімен – бастапқы фазамен анықталады.

Кездейсоқ телеграфты сигнал. Орындалуы +1 және -1 мәндерін қабылдайтын кездейсоқ процесс, әрі деңгей айырмасы уақыттың кездейсоқ сәттерінде болады және τ уақытта өтетін деңгей айырымының саны N , Пуассон заңымен суреттелетін ықтималдықтың дискретті бөлінуі бар кездейсоқ өлшем болып табылады:

$$(1) \quad P(N, \tau) = \frac{(\lambda \tau)^N}{N!} e^{-\lambda \tau}$$

мұнда, λ – деңгей айырымының туындауының орташа жиілігін анықтайтын оң параметр.

Деңгей тербелісі t_k уақыттың кездейсоқ сәттерінде болады, сондықтан берілген кездейсоқ процесстің жеке орындалуы үшін аналитикалық түрде формуласын жазу анағұрлым қиын, ал оның графигін тек шартты түрде ғана салуға болады.



5.3 сурет – Кездейсоқ телеграфты сигналдың графигі.

Бұл жағдайда нақты орындалу алуан шексіз кездейсоқ өлшемдер – t_k деңгей айырымының моменті арқылы беріледі, ал кездейсоқ процестің сипаттамалары осы кездейсоқ өлшемдердің статистикалық қасиеттерімен анықталады.

Сонымен, кездейсоқ процестің толық сипаттамасы оның *орындалу ансамблін* береді. Алайда практикалық есептерді шешу үшін сандық параметрлер және детерминдендірілген функциялар түрінде көрсететін анағұрлым қарапайым сипаттамалар жеткілікті.

Бұл жағдайда нақты орындау көптеген шексіз кездейсоқ өлшемдермен беріледі, момент деңгейінің айырмасы t_k , ал кездейсоқ процесстің сипаттамасы осы кездейсоқ өлшемдердің статистикалық қасиеттерімен анықталады.

3. Кездейсоқ процесстің ықтимал сипаттамалары.

1. Математикалық күтілім $m_x(t) = M\{X(t)\}$ немесе $m_x = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} Xi}{N}$
 $[X(t) - m_x(t)]$ – **флуктуация** деп аталады, яғни. $\delta_i = Xi - m_x$

2. Дисперсия

$$D_x(t) = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = M\{X^2(t)\} - m_x^2(t), \text{ немесе } (\sum \delta_i^2)/N$$

3. Орташа квадраттық ауытқу

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)} = \sqrt{M\{[X(t) - m_x(t)]^2\}} = \sqrt{M\{X^2(t)\} - m_x^2(t)}$$

4. Стационарлық кездейсоқ процесстің арақатынас функциясы.

$$R_x(\tau) = M\{[X(t) - m_x(t)] * [X(t+\tau) - m_x(t)]\}, \quad R_x(0) = D_x$$

5. Арақатынас коэффициенті

$$r_{1.2} = \frac{M\{X_1 X_2\} - M\{X_1\}M\{X_2\}}{\sqrt{D\{X_1\}D\{X_2\}}}$$

Екі процесс X_1 және X_2 арасында байланыс өлшемін анықтайды
Арақатынастылық коэффициентінің мәні 0 ден 1 дейін өзгереді. Егер $r = 0$ онда байланыс жоқ, егер $r = 1$ онда екі кездейсоқ процесс арасындағы X_1 и X_2 байланыс өте жоғары – сызықтық тәуелділік.

4. Кездейсоқ өлшемдердің біркелкі үлестіру.

Математикалық,

$$P(x) = \begin{cases} 1/(b-a), & a < x < b \\ 0, & x < a, x > b \end{cases}$$

[a,b] үшін үлестіру функциясы:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ (x-a)/(b-a), & a < x < b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Бұл жағдайда математикалық күтілім интервалының мүмкін болатын мәнінің ортасына тең:

$$M_x = \int_a^b x * \frac{1}{b-a} dx = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

5. Кездейсоқ биіктіктерді дұрыс анықтау

Анализге ыңғайлы, практикада жиі кездесетін, соның ішінде байланыс каналдарындағы кедергілерді талдау кезінде қолданылатын әдіс **Гаусстық анықтау** деп аталады.

Бұл заң бойынша тығыздық $P(x)$:

$$P(x) = 1 / (\sigma \sqrt{2 * \pi} * \exp(-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}))$$

Егер σ_x өзгерсе, онда қисықтың өзі де өзгереді (ОУ осімен ұзарады)

$\int_{-\sigma}^{\sigma} P(x)dx = 2/3$ - болжам, кездейсоқ биіктік шекарасынан аспайды, шамамен 2/3 құрайды.

Қайта өңдеуге ұшырайтын кез келген сигнал уақыт пен жиілігі бойынша өзгертін кездейсоқ сигнал бола алады.

