3. Понятие случайной величины и ее закона распределения. Формы представления дискретной случайной величины

- *случайная величина* (СВ)
- *значение случайной величины*
- *множество значений СВ*
- *дискретная СВ*
- *непрерывная СВ*
- *рассеяние* (*разброс*)

- ***вероятность значения***
- ***закон распределения*** **(ЗР)**
- ***вероятность попадания в интервал значений***
- ***ряд распределения***
- ***возрастающий вариационный ряд***
- ***полигон распределения***
- ***биномиальный закон***

Определение 1

Случайная величина – это переменная, которая принимает некоторое значение в эксперименте

Обозначения

$\varepsilon, \nu, \xi, \ldots$

$\ldots, X, Y, Z$ – случайные величины

$\ldots, x, y, z$ – значения случайных величин

Примеры «... *ент* → *СВ*»

etc.

1) бросание кости → число очков
2) 4 выстрела → число попаданий
3) производство → объем реализации
4) отбор изделий → количество бракованных
5) персонал → сколько отсутствует
6) 1000 родилось → число мальчиков
7) изготовлен материал → прочность

Описывается результат эксперимента

раньше **качественно:**
«быть или не быть» – о событии

теперь **количественно:**
имеем дело с числом – значением СВ

СВ

дискретная ← **счетное** множество значений (можно пронумеровать)

непрерывная ← **бесчисленное** количество значений из ограниченного или бесконечного интервала

Поставили в соответствие:

каждому элементарному событию – значение случайной величины: $\omega_i \sim x_i$

множеству элементарных событий – множество значений случайной величины:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\} \sim X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

(**X – дискретная, конечное число исходов и значений**)

$$\Omega \sim X = \{x \in (x_{min}, x_{max})\}$$

(**X – непрерывная, бесконечное число значений**)

Определение 2

Случайная величина – это **числовая функция**, **определенная на множестве элементарных событий**

[ее значения соответствуют каждому ω]

Абстракции, но отражают реальность!

ультат эксперимента

состояние объекта

при конкретны
под действием
факторов к
объект может
в одном из возм
него состояний, которое и
фиксируется

Пример 1:

6 возможных состояний брошенной кости →

$6\ \omega \sim 6\ x$

Пример 2:

7 возможных состояний присутствия персонала из 6 человек →

7 значений числа присутствующих

это дискретные СВ

Пример 3:

Из технологической смеси сырьевых компонентов приготовлены образцы материала, твердеющие

τ суток при Т°

В результате превращения энергии образуются новые структуры.

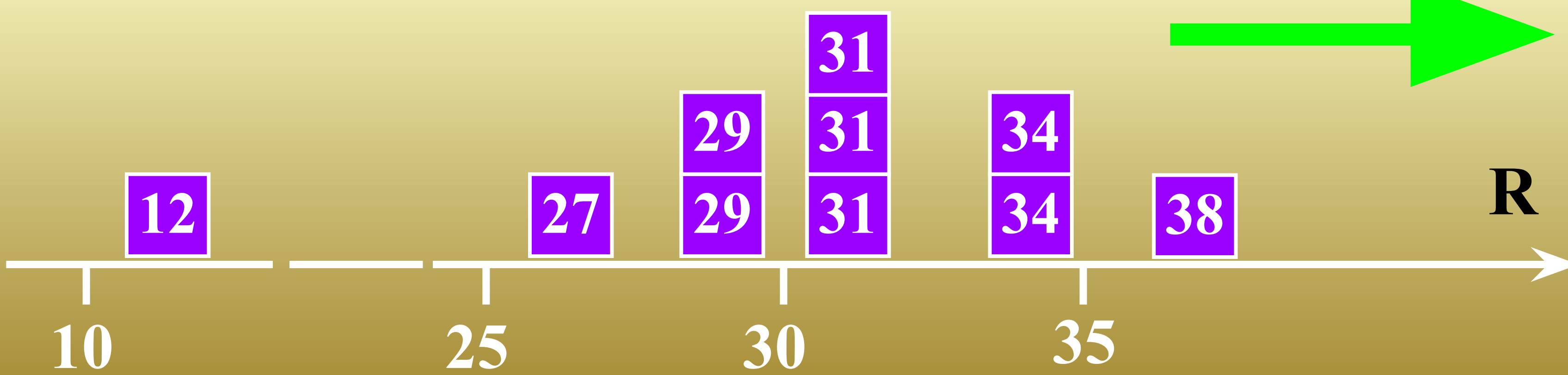
Неуловимые различия в структуре материала (состояниях) от образца к образцу проявляются через свойства материала, выраженные числовыми показателями.

Прочность материала, модуль упругости, пористость и т.д. – **непрерывные случайные величины**.

Их значения меняются от образца к образцу → **разбросаны, рассеяны**.

Определение 3

Случайная величина – это измеряемая величина определенного физического смысла, значения которой подвержены неконтролируемому разбросу при повторении опытов



Какие значения и как часто?
Какие наиболее вероятны,
какие практически невозможны? …

Определение 4

Случайная величина X – это переменная, которая принимает разные значения x с определенными вероятностями $p(x)$

Говорят:

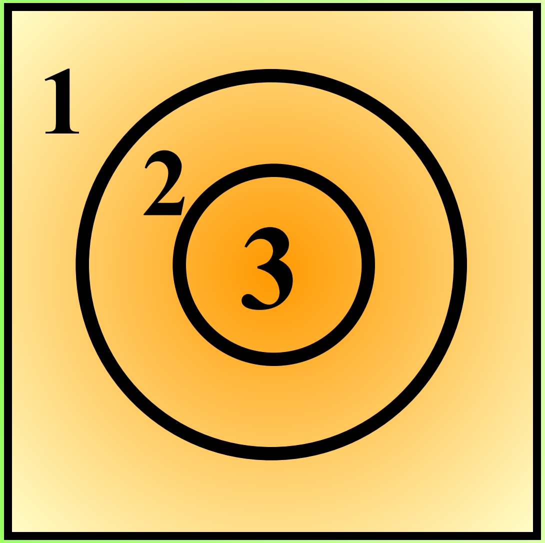
событ

при котором
и наблюдается ЭТОТ исход,
а СВ принимает ЭТО значение

математическое выражение
объективной возможности
реального объекта
находиться в том или ином
состоянии,

Пример 2-х случайных величин

2 стрелка
по мишени



X **– число очков 1-го стрелка**

$x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 3$

$p(x_1) = 0,\ p(x_2) = 0.2,\ p(x_3) = 0.8$

Y **– число очков 2-го стрелка**

$y_1 = 1,\ y_2 = 2,\ y_3 = 3$

$p(y_1) = 0.2,\ p(y_2) = 0.5,\ p(y_3) = 0.3$

**Разные величины,
хотя значения одинаковы!**

Для полного описания СВ необходимо и достаточно знать:

(1) все значения СВ;

(2) вероятности каждого из значений

з н а т ь

закон распределения *вероятностей* *случайной величины*

Закон распределения случайной величины – это **набор всех ее возможных значений** и **вероятностей этих значений**

О случайной величине говорят:

«подчиняется определенному ЗР»

Закономерности, которым подчиняется СВ, физически полностью обусловлены реальным комплексом условий ее наблюдения

ибо объективная закономерность

«… определенному ЗР»

а математически задаются ***закон распределения вероятностей***

Формально:

для дискретной величины
(числа работников, числа выстрелов, …)

$$P(x = x_i),\ \ X = \{x_1, x_2, \ldots, x_i \ldots, x_n\}$$

для непрерывной величины
(прочность, давление, время жизни…)

$$P(X \in (x,\ x + dx)),\ \ x_{min} \le X \le \ x_{max}$$

Как это записать конкретно?

?

И для чего это нужно?

ЗРСВ нужен для определения вероятностей разных событий, связанных со случайной величиной

Например, вероятностей того, что:

- не более 1-ой бракованной детали на 1000
- падение спроса от 10 до 20%
- прочность материала не менее 45 МПа

«Прагматическое» определение

ЗРСВ – это любое правило, позволяющее находить вероятности всевозможных событий, связанных со случайной величиной:

- что она примет некоторое значение
- попадет в интервал значений

Формы представления дискретных СВ

Ряд распределения **− таблица из двух строк:**
в верхней − значения СВ в порядке возраста
в нижней **ющие ве**

Возрастающий вариационный ряд

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$$

X:	x_1	x_2	…	x_i	…	x_m
	p_1	p_2	…	p_i	…	p_m

Примеры

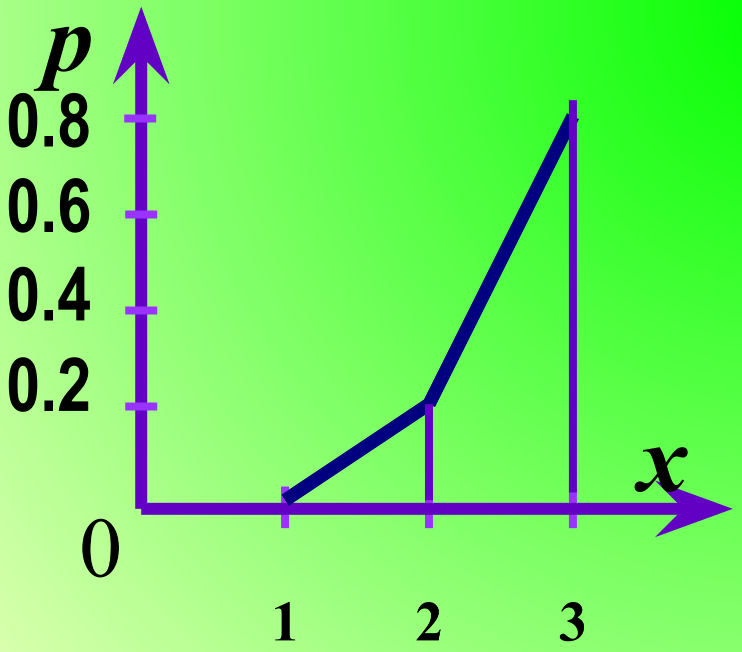
X:

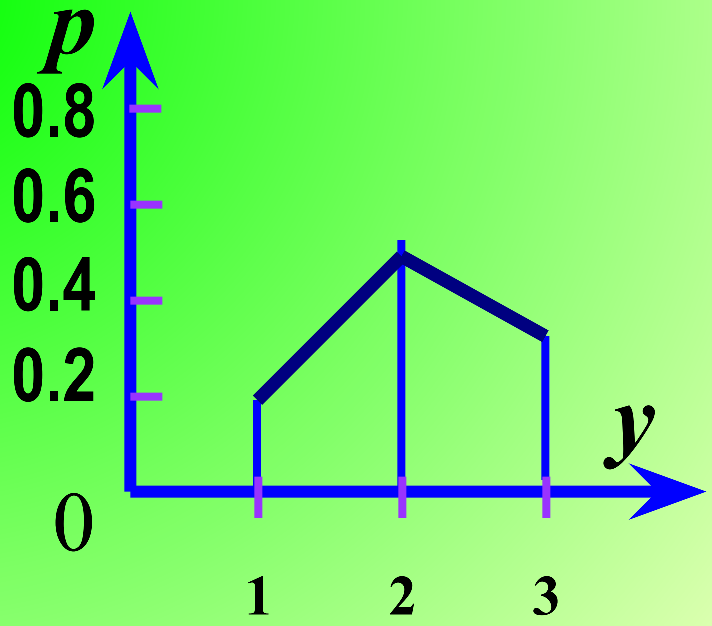
1	2	3
0.0	0.2	0.8

Y:

1	2	3
0.2	0.5	0.3

График ряда – полигон распределения





Иногда вероятности значений можно опред

Если СВ м
как число н
в n независ
в каждом из к
наступает с веро

ость
ного
ого
ла
й
ается
как

распределение числа успехов в биномиальном эксперименте – с двумя исходами:
«успех», «неудача»

биномиальный закон

$$P(x) = P_n(x) = C_n^x p^x q^{n-x} \quad , X = \{0,1,\ldots,n\}$$

Пример

Число по… с
вероя…
распред…

The End

X:	0			
	$q^3=1/8$	$C_3^1 \cdot p^1q^2=3/8$	$C_3^2 \cdot p^2q^1=3/8$	$p^3=1/8$