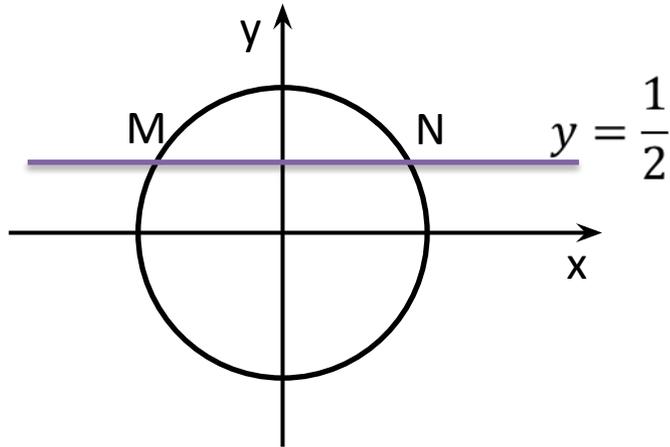


Синус и КОСИНУС.

Решите устно:

Найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$ и записать, каким числом t они соответствуют.



Если точка M числовой окружности соответствует числу t , то абсциссу точки M называют **КОСИНУСОМ** числа t и обозначают **$\cos t$** , а ординату точки M называют **СИНУСОМ** числа t и обозначают **$\sin t$** .

если $M(t)=M(x; y)$, то

$$x = \cos t,$$

$$y = \sin t.$$

$$-1 \leq \sin t \leq 1,$$

$$-1 \leq \cos t \leq 1.$$

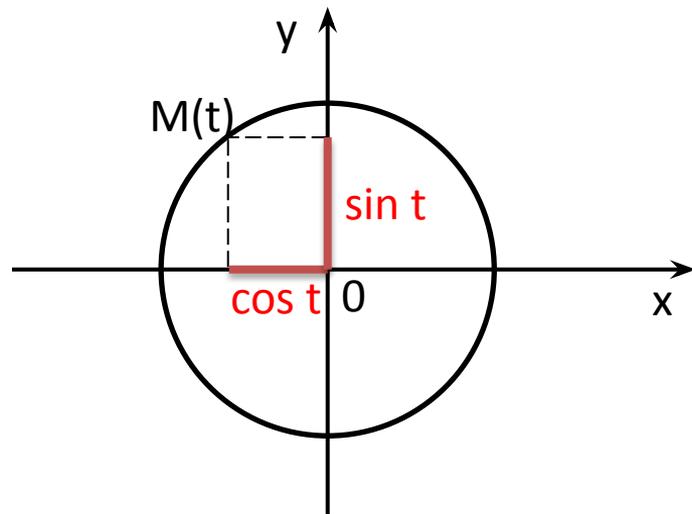
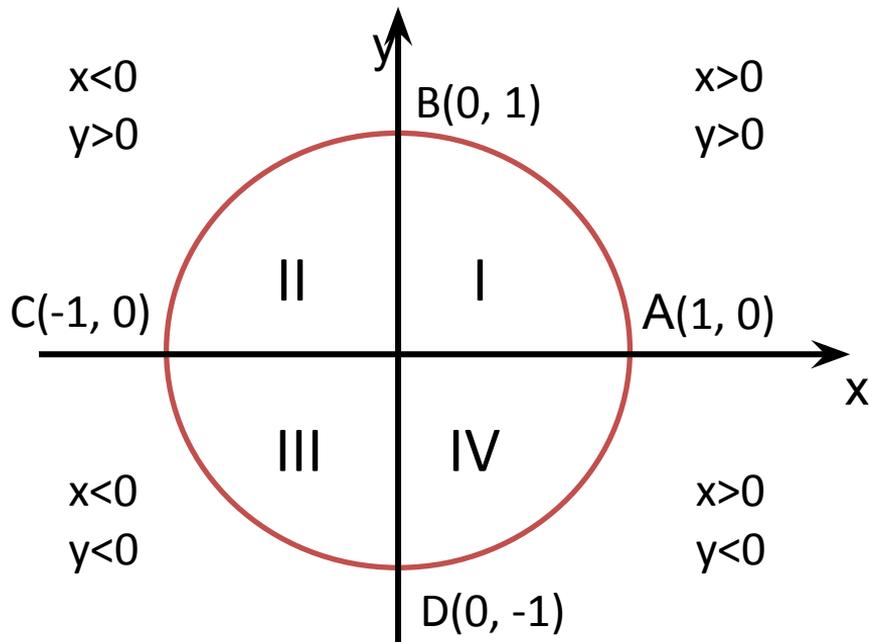


Таблица знаков синуса и косинуса по четвертям окружности



	Четверть окружности			
	1-я	2-я	3-я	4-я
cos t	+	-	-	+
sin t	+	+	-	-

Уравнение числовой окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 1$, применив формулы $x = \cos t$, $y = \sin t$, получим важное равенство, связывающее $\sin t$ и $\cos t$:

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1.$$

Координаты основных точек
первого макета

	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

Значения $\sin t$, $\cos t$ для
основных точек первого макета

t	0								
cos t	1		0		-1		0		1
sin t	0		1		0		-1		0

Пример:

Вычислить $\cos t$ и $\sin t$, если: $t = -\frac{37\pi}{3}$.

Решение:

$$t = -\frac{37\pi}{3} = -\frac{42\pi - 5\pi}{3} = -7 \cdot (2\pi) + \frac{5\pi}{3}$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\cos\left(-\frac{37\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{37\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

t	
cos t	
sin t	

СВОЙСТВО 1: Для любого значения t
справедливы равенства:

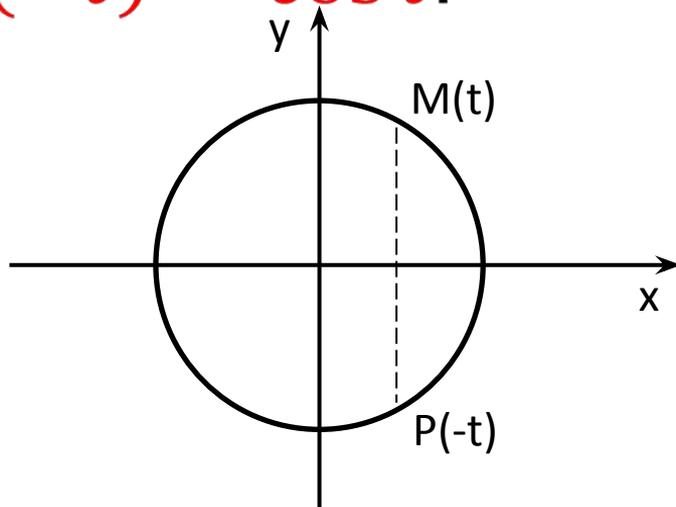
$$\sin(-t) = -\sin t,$$

$$\cos(-t) = \cos t.$$

Доказательство:

$$\cos(-t) = \cos t,$$

$$\sin(-t) = -\sin t.$$



Свойство 2: Для любого значения t
справедливы равенства:

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t ;$$

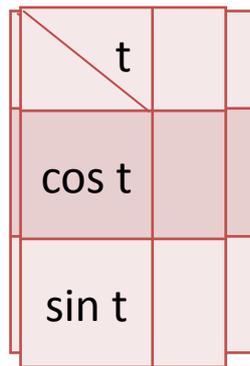
$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t .$$

Свойство 3: Для любого значения t справедливы равенства:

$$\sin(t + \pi) = -\sin t ,$$
$$\cos(t + \pi) = -\cos t .$$

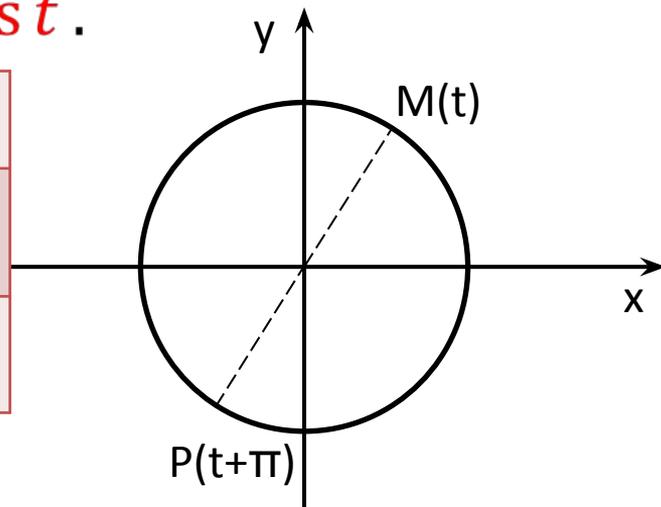
Например,

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$
$$\cos \frac{5\pi}{4} = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Доказательство:

$$\cos(t + \pi) = -\cos t ,$$
$$\sin(t + \pi) = -\sin t .$$



Свойство 4: Для любого значения t
справедливы равенства:

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t,$$

$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t.$$

Доказательство

:

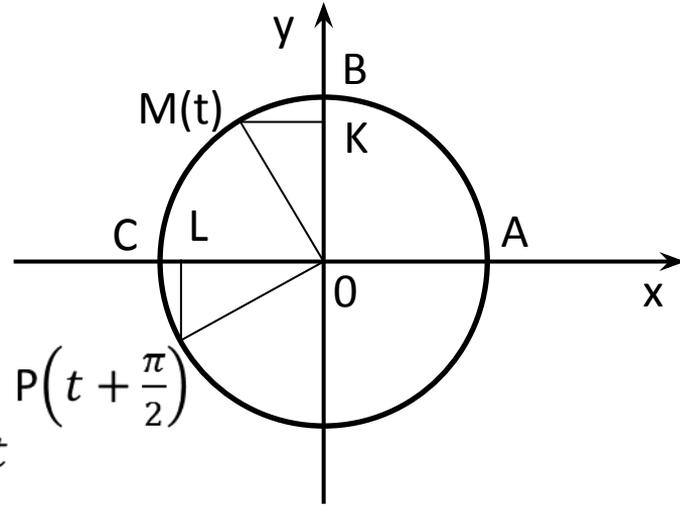
$$\sphericalangle AM = \sphericalangle BP \implies \triangle OKM = \triangle OLP$$

$$OK = OL$$

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t$$

$$MK = PL \implies$$

$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t$$



Пример:

Доказать тождество: $\sin(\pi - t) = \sin t$.

Решение:

$$\sin(\pi - t) = \sin(-t + \pi).$$

$$\sin(\pi + t) = -\sin t$$

Применив свойство 3, получим:

$$\sin(-t + \pi) = -\sin(-t).$$

Применив свойство 1, получим:

$$-\sin(-t) = \sin t \implies \sin(\pi - t) = \sin t.$$