



# Задачи на проценты

*Решение заданий  
№11  
по материалам  
открытого банка  
задач ЕГЭ по  
математике*

**1)** В январе цена куртки снизилась на 4%, а в феврале повысилась на 25%. Сколько стала стоить куртка, если первоначальная цена куртки 3200 рублей?

**Решение.**

До января: **3200** руб. – **100%**

В январе: **x** руб. – **96%**

Откуда **x** =  $3200 \cdot 96 / 100 = 3072$  руб.

В январе: **3072** руб. – **100%**

В феврале: **y** руб. – **125%**

Откуда **y** =  $3072 \cdot 125 / 100 = 3840$  руб.

**Ответ: 3840.**

**2)** В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году – на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

**Решение.**

В 2008 году: **40 000** чел. – **100%**

В 2009 году: **x** чел. – **108%**

Откуда **x** =  $40\,000 \cdot 108 / 100 = 43\,200$  чел.

В 2009 году: **43 200** чел. – **100%**

В 2010 году: **y** чел. – **109%**

Откуда **y** =  $43\,200 \cdot 109 / 100 = 47\,088$  чел.

**Ответ:** 47 088.

**3)** В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

**Решение.**

**I** До понедельника:  $x$  руб. – 100%  
 В понедельник:  $?$  руб. –  $(100 + t)\%$

Откуда  $?$  =  $\frac{(100 + t)x}{100}$  руб.

**II** В понедельник:  $\frac{(100 + t)x}{100}$  руб. – 100%

Во вторник:  $?$  руб. –  $(100 - t)\%$

Откуда  $?$  =  $\frac{(100 + t)x}{100} \cdot \frac{(100 - t)}{100}$  руб.

**III** До понедельника:  $x$  руб. – 100%

Во вторник:  $\frac{(100 + t)x}{100} \cdot \frac{(100 - t)}{100} = (100 - 4)\%$

4) В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

**Решение.** (продолжение)

**III** До понедельника:  $x$  руб.  $-100\%$

Во вторник:  $\frac{(100+t)x}{100}$  руб.  $\frac{(100-t)}{100} = 96\%$

Получим уравнение:

$$100 \cdot \frac{(100+t)x}{100} \cdot \frac{(100-t)}{100} = 96x$$

$$(100^2 - t^2)x = 9600x \quad | :x$$

$$t^2 = 10000 - 9600$$

$$t^2 = 400$$

$$t = 20$$

- не удовлетворяет

Ответ: 20.

5) Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

**Решение.**

Пусть  $x$  руб. – стоимость одной рубашки, тогда

$4x$  – 92% от стоимости куртки

$x$  – 23% от стоимости куртки

$5x$  – 115% от стоимости куртки,  
что на 15% дороже самой куртки



Ответ: 15.

**6)** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

**Решение.** (1 способ)

Пусть  $x\%$  – составляет зарплата мужа,

$y\%$  – зарплата жены

$z\%$  – стипендия дочери, тогда общий доход семьи

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y + \frac{z}{3} = 96 \\ 2x + y + z = 167 \end{cases} \quad \begin{array}{l} | \\ \times 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x + 3y + z = 288 \\ x + \underbrace{x + y + z}_{\parallel 100} = 167 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \overset{100}{\parallel} \\ x + y + z + 2x + 2y = 288 \\ \Rightarrow x = 67\% \end{array}$$

7) Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

**Решение.** (продолжение)

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 100 + 2x + 2y = 288 \\ x = 67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + y = 94 \\ x = 67 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 100 \\ y = 94 - 67 \\ x = 67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 100 - 27 - 67 \\ y = 27 \\ x = 67 \end{cases}$$

Ответ: 27.



**8)** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

**Решение.** (2 способ)

Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%, то есть зарплата мужа составляет 67% дохода семьи.

Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%, то есть  $\frac{2}{3}$  стипендии составляют 4% дохода семьи, а вся стипендия дочери составляет 6% дохода семьи. Таким образом, доход жены составляет

$$100\% - 67\% - 6\% = 27\% \text{ дохода семьи.}$$

Ответ: 27.

9) Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

**Решение.**

**I** Первоначальная цена: **20 000** руб. – **100%**

Через один год: **?** руб. – **(100 – t)%**

$$\text{Откуда } ? = \frac{(100 - t)20000}{100} = 200(100 - t)\text{ руб.}$$

**II** Через один год: **200(100 – t)** руб. – **100%**

Через два года: **15842** руб. – **(100 – t)%**

$$\text{Получаем уравнение: } 200(100 - t)^2 = 1584200$$

$$(100 - t)^2 = 7921$$

$$\left[ \begin{array}{l} 100 - t = 89 \\ 100 - t = 111 \end{array} \right.$$

– не удовлетворяет

$$t = 11$$

Ответ: 11.

**10)** Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон – 42000 рублей, Гоша – 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

**Решение.**

|                   |                    |   |             |
|-------------------|--------------------|---|-------------|
| Уставной капитал: | <b>200000</b> руб. | – | <b>100%</b> |
| Митя:             |                    | – | <b>14%</b>  |
| Гоша:             |                    | – | <b>12%</b>  |
| Антон:            | <b>42000</b> руб.  | – | <b>21%</b>  |
| Борис:            | остальное          | – | <b>53%</b>  |

Антон внес:  $42000 \cdot 100 / 200000 = 21\%$  уставного капитала.

Тогда Борис внес  $100 - (14 + 12 + 21) = 53\%$  уставного капитала.

Таким образом, от прибыли 1 000 000 рублей Борису причитается  $1000000 \cdot 53 / 100 = 530000$  рублей.

**Ответ: 530 000.**

**11)** Виноград содержит 90% влаги, а изюм – 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

**Решение.**

Виноград:  $x$  кг – 100%  
Влага: – 90%  
Сухое вещество:  $?$  кг – 10%

Откуда  $?$  =  $10 \cdot x / 100 = 0,1x$  кг – сухого вещества в винограде

Изюм: 20 кг – 100%  
Влага: – 5%  
Сухое вещество:  $0,1x$  кг – 95%

Откуда  $0,1x \cdot 100 = 20 \cdot 95$   
 $x = 190$  кг – винограда

Ответ: 190.

**12)** В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

**Решение.**

Весь раствор: **5 л** – **100%**

Вещество:  **$x$  л** – **12%**

Откуда  **$x = 5 \cdot 12 / 100 = 0,6$  л** – вещества в растворе

Весь раствор:  **$5 + 7$  л** – **100%**

Вещество: **0,6 л** –  **$y$ %**

Откуда  **$y = 0,6 \cdot 100 / 12 = 5$ %**

**Ответ: 5.**

**13)** Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

**Решение.**

Первый раствор:  $x$  – 100%

Вещество:  $?$  – 15%

Откуда  $?$  =  $15 \cdot x / 100 = 0,15x$  – вещества в I растворе

Второй раствор:  $x$  – 100%

Вещество:  $?$  – 19%

Откуда  $?$  =  $19 \cdot x / 100 = 0,19x$  – вещества во II растворе

Третий раствор:  $2x$  – 100%

Вещество:  $0,15x + 0,19x$  –  $y$ %

Откуда  $y$  =  $0,34x \cdot 100 / 2x = 17\%$  – концентрация нового раствора

Ответ: 17.

**14)** Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

**Решение.**

Первый раствор: **4 л** – **100%**

Вещество:  **$x$  л** – **15%**

Откуда  **$x = 15 \cdot 4 / 100 = 0,6$  л** – вещества в I растворе

Второй раствор: **6 л** – **100%**

Вещество:  **$y$  л** – **25%**

Откуда  **$y = 25 \cdot 6 / 100 = 1,5$  л** – вещества во II растворе

Третий раствор: **10 л** – **100%**

Вещество:  **$0,6 + 1,5$  л** –  **$z\%$**

Откуда  **$z = 2,1 \cdot 100 / 10 = 21\%$**  – концентрация нового раствора

**Ответ: 21.**

**15)** Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

**Решение.**

Первый сплав:  $x$  кг – **100%**

Никель:  $?$  кг – **10%**

Откуда  $?$  =  $10 \cdot x / 100 = 0,1x$  кг – никеля в I сплаве.

Второй сплав:  $200 - x$  кг – **100%**

Никель:  $?$  кг – **30%**

Откуда  $?$  =  $30 \cdot (200 - x) / 100 = 0,3(200 - x)$  кг – никеля во II сплаве.

Третий сплав: **200** кг – **100%**

Никель:  **$0,1x + 0,3(200 - x)$**  кг – **25%**

Получаем уравнение:  $200 \cdot 25 = (0,1x + 0,3(200 - x)) \cdot 100$ , откуда  $x = 50$  кг – никеля в I сплаве;  $200 - 50 = 150$  кг – масса второго сплава; значит, масса первого сплава на  $150 - 50 = 100$  кг меньше.

**Ответ:** 100.



**16)** Первый сплав содержит 10% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

**Решение.**

Первый сплав:  $x$  кг – 100%

Медь:  $?$  кг – 10%

Откуда  $?$  =  $10 \cdot x / 100 = 0,1x$  кг – меди в I сплаве.

Второй сплав:  $x + 3$  кг – 100%

Медь:  $?$  кг – 40%

Откуда  $?$  =  $40 \cdot (x + 3) / 100 = 0,4(x + 3)$  кг – меди во II сплаве.

Третий сплав:  $2x + 3$  кг – 100%

Медь:  $0,1x + 0,4(x + 3)$  кг – 30%

Получаем уравнение:  $(2x + 3) \cdot 30 = (0,1x + 0,4(x + 3)) \cdot 100$ ,  
откуда  $x = 3$  кг – масса I сплава;

тогда  $2 \cdot 3 + 3 = 9$  кг – масса третьего сплава.

**Ответ: 9.**

**17)** Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

**Решение.**

Первый раствор:  $x$  кг – **100%**

Кислота:  $?$  кг – **30%**

Откуда  $?$  =  $30 \cdot x / 100 = 0,3x$  кг – кислоты в I растворе.

Второй раствор:  $y$  кг – **100%**

Кислота:  $?$  кг – **60%**

Откуда  $?$  =  $60 \cdot y / 100 = 0,6y$  кг – кислоты во II растворе.

Третий раствор:  $x + y + 10$  кг – **100%**

Кислота:  $0,3x + 0,6y$  кг – **36%**

Получаем 1-ое уравнение:  $(x + y + 10) \cdot 36 = (0,3x + 0,6y) \cdot 100$ .

**18)** Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

**Решение.**

Четвертый раствор: **10** кг – **100%**

Кислота: **?** кг – **50%**

Откуда **?** =  $50 \cdot 10 / 100 = 5$  кг – кислоты в IV растворе.

Пятый раствор:  **$x + y + 10$**  кг – **100%**

Кислота:  **$0,3x + 0,6y + 5$**  кг – **41%**

Получаем 2-ое уравнение:  $(x + y + 10) \cdot 41 = (0,3x + 0,6y + 5) \cdot 100$ .

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (x + y + 10)36 = (0,3x + 0,6y)100 \\ (x + y + 10)41 = (0,3x + 0,6y + 5)100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

**Ответ:** 60.

**19)** Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

**Решение.**

Первый раствор:            **30** кг        – **100%**

Кислота:                    **?** кг        – **x%**

Откуда **?** =  $30 \cdot x / 100 = 0,3x$  кг – кислоты в I растворе.

Второй раствор:            **20** кг        –        **100%**

Кислота:                    **?** кг        – **y%**

Откуда **?** =  $20 \cdot y / 100 = 0,2y$  кг – кислоты во II растворе.

Третий раствор:            **50** кг        –        **100%**

Кислота:                     **$0,3x + 0,2y$**  кг        – **68%**

Получаем 1-ое уравнение:  $(0,3x + 0,2y) \cdot 100 = 50 \cdot 68$ .

**20)** Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

**Решение.** (продолжение)

Для удобства возьмем каждого раствора по 10 кг:

Четвертый раствор: **20** кг – **100%**  
Кислота: **0,1x + 0,1y** кг – **70%**

Получаем 2-ое уравнение:  $(0,1x + 0,1y) \cdot 100 = 20 \cdot 70$ .

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (0,3x + 0,2y) \cdot 100 = 50 \cdot 68 \\ (0,1x + 0,1y) \cdot 100 = 20 \cdot 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 340 \\ x + y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 80 \end{cases}$$

$0,3 \cdot 60 = 18$  кг – кислоты в первом сосуде.

**Ответ: 18.**

## *Использованы материалы:*

- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html>
- <http://reshuege.ru/>